Inst. fysikk 2011

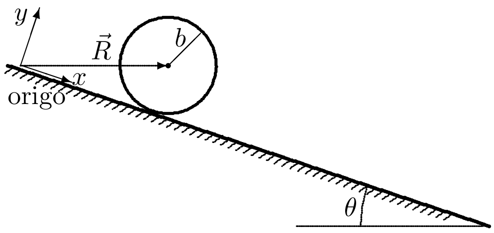
TFY4115 Fysikk (MTEL/MTTK/MTNANO)
Øving 8

Veiledning: Torsdag 20 okt. kl 10:15-12.
Innlevering: Tirsdag 25. okt. kl. 13:00

Oppgave 1. Bruk av totalt spinn

Denne oppgaven er presentert og løst i Hauge & Støvneng og er slik sett unødvendig. All erfaring viser likevel at det er når en gjør det selv at læring festner seg. Prøv derfor å løse oppgaven *uten* å kikke i boka. Samtidig er gjennomgangen en god hjelp til den noe vanskeligere oppgaven om biljardkule lenger nede.

Figuren viser ei kule med masse m og radius b som ruller nedover et skråplan med helning θ. Vi velger referansepunktet (aksen for moment) i et punkt på skråplanet ovenfor kula (origo i figuren) og legger inn et koordinatsystem xy som vist i figuren med x parallell med skråplanet og z-aksen opp av papirplanet.



Vi har i forelesningene løst problemet ved å bestemme akselerasjon og friksjonskraft fra Newtons 2. lov langs skråplanet og spinnsatsen for rotasjon om akse gjennom tyngdepunktet. Når vi legger referansepunktet *på* skråplanet, må vi ta med translasjonens spinn:

$$\vec{L} \;=\; m\vec{R}\times\vec{V} + I_0\,\vec{\omega}.$$

Her er $\vec{R}$ massesenterets posisjon, $\vec{V}$ massesenterets hastighet, $I_0 = (2/5)mb^2$ kulas treghetsmoment om aksen gjennom tyngdepunktet og $\vec{\omega}$ er den roterende kulas vinkelhastighet.

a. Hva er *netto*-krafta F på kula?

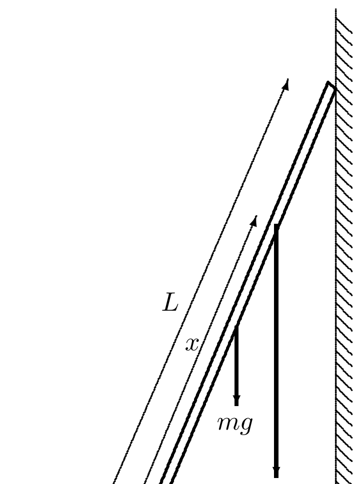
b. Forklar *hvorfor* det er hensiktsmessig å velge referansepunktet for $\vec{\tau}$ og $\vec{L}$ som et punkt på skråplanet.

c. Hva er *netto*-kraftmoment $\vec{\tau}$ på kula? Finn uttrykk og retning.

d. Finn uttrykk for spinnet $\vec{L}$, uttrykk og retning. Hva er retningen for $\vec{\omega}$?

e. Bruk alt dette til å bestemme akselerasjonen a til kulas tyngdepunkt nedover langs skråplanet. Jamfør denne utledningen med den du finner i bokas avsnitt 4.6.2.

Oppgave 2. Dagens HMS-utfordring.



Figuren viser en stige satt opp mot en vegg. Stigen har massen m og lengden L, med tyngdepunktet midt på. Stigen settes opp med en vinkel ϕ relativt horisontalplanet. Den bolde maler, med masse M, klatrer opp i stigen og står på et trinn i avstand x fra stigens nedre ende. I realiteten vil både friksjon mellom stige og underlag, og mellom stige og vegg, bidra til å stabilisere situasjonen. Vi skal her (for HMSikkehets skyld) neglisjere hjelpen fra friksjon mot veggen, og regne som om det eneste som hindrer kollaps, er den statiske friksjonskoeffisienten μ_s mellom stige og gulv. Her er det likevel mye som kan variere: μ_s, x og ϕ. Hva må til for at stigen blir stående i ro?

a. Skriv ned likevektsbetingelsene for stige pluss maler, og vis at minimumskravet for stabil likevekt er

$$\tan\phi \;\geq\; \frac{\frac{x}{L}M + \frac{1}{2}m}{\mu_s(M+m)}.$$

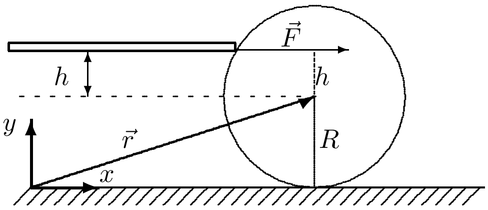
b. La $m = 12,0\,\mathrm{kg}$ og $M = 80\,\mathrm{kg}$. Hva er minimumsvinkelen som tillater maleren å gå helt til topps i stigen (som vi definerer er $x/L = 9/10$), når μ_s har henholdsvis verdiene 0,50, 0,40 og 0,30?

c. Noen HMS-kommentarer til dette?

Oppgave 3. **Glimt fra en biljardkules fascinerende verden.**

Biljard er en krevende sport, og fordrer at spilleren har et godt praktisk grep på kulers tyngdepunktsbevegelse og rotasjon, friksjonskreftenes rolle, samt resultatet av elastiske støt mellom kuler. De fleste har sett snutter på TV der en biljardspiller holder køen i en vinkel ned mot kula, støter eksentrisk både i det ene og det andre planet, og får kula til å gjøre de mest fantastiske krumspring for å oppnå ønsket resultat. Her skal vi ta for oss en "enkel" problemstilling som likevel er en god illustrasjon av den relativt subtile mekanikk som kommer til anvendelse på biljardbordet.

Denne oppgaven hører ikke til de enkleste, men den er lærerik, for fysikkstudenter så vel som biljardspillere.



Situasjonen vi skal se på er som følger: Biljardkula med masse M og radius R får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø. Køen treffer kula (som ligger i ro) i tyngdepunktets vertikalplan, valgt som xy-planet her. Treffpunktet er i høyden h over tyngdepunktet (eller under, hvis $h < 0$), se figuren. Støtet er så kraftig og er over på så kort tid at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskrafta fra biljardbordet. *Etter* støtet derimot, vil friksjonskrafta F_f spille en viktig rolle for kulas fortsatte bevegelse. Koordinatsystemet xyz er lagt med origo på bordflata og x langs skjæringslinja mellom bordflata og vertikalplanet gjennom kulas tyngdepunkt (dvs. parallelt med kraftas F's retning).

a. Det kortvarige støtet gir en kraftimpuls $F\Delta t$, som resulterer i at tyngdepunktet får initialhastigheten V_0. Det kortvarige støtet gir også en kortvarig dreiemomentimpuls $\tau\Delta t$, som resulterer i at kula starter opp med vinkelhastigheten ω_0. Vis fra impulsloven for henholdsvis $F\Delta t$ og $\tau\Delta t$ at sammenhengen mellom V_0 og ω_0 er

$$V_0 = \frac{2R^2}{5h} \cdot \omega_0.$$

Hva er betingelsen for at vi allerede fra første øyeblikk får rein rulling?

b. For de fleste verdier av støtparameteren h vil biljardkula i begynnelsen gli på bordet samtidig som den roterer. Hvilken retning vil friksjonskrafta F_f, fra bordet på kula, ha i denne fasen, avhengig av h's verdi?

c. Etter at støtet er overstått, vil kulas totale spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = M\,\vec{r} \times \vec{V} + I_0\vec{\omega}$ være bevart, *dersom* vi velger referansepunktet i et punkt langs skjæringslinja mellom bordets overflate og vertikalplanet gjennom kulas tyngdepunkt (dvs. langs x-aksen i figuren). Enkleste valg er i origo, se figuren. Hvorfor får vi spinnbevarelse med dette valget? Vi antar at bare z-komponenten til $\vec{L}$ er aktuell her, ingen rotasjon om annen akse.

d. Pga. friksjonen mellom bord og kule vil kulas bevegelse etter en viss tid gå over til rein rulling. Bruk konservering av L_z til å finne tyngdepunktshastigheten V_r etter at rein rulling har inntrådt. Skisser kurva $V_\mathrm{r}(h)$ for $-R < h < R$. (Hvis betingelsen for rein rulling er oppfylt fra første øyeblikk, skrumper denne "viss tid" inn til null, og $V_\mathrm{r} = V_0$; ha dette som en kontroll av svaret.)

e. Vis at tida det tar fra slaget til biljardkula ruller, t_r, er gitt som

$$t_\mathrm{r} = \frac{2V_0}{7\mu_\mathrm{k} g}\left|1 - \frac{5h}{2R}\right|$$

der μ_k er den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom bord og kule.
TIPS: Bruk svaret i **b.** og en konstant-akselerasjonslikning.

(**f.** Er du enda ikke mett på regning kan du også finne energitapet ΔE samt forskjøvet strekning ℓ langs underlaget i tida t_r, dvs. fra støtet til rein rulling oppnås.)

Utvalgte fasitsvar:
1d: $-\,\hat{\mathbf{z}}\,\frac{7}{5}mbV$; 1e: $\frac{5}{7}\,g\sin\theta$; 2b: $60°, 65°$ og $71°$; 3b: $h/R = +2/5$;