

Øving 12

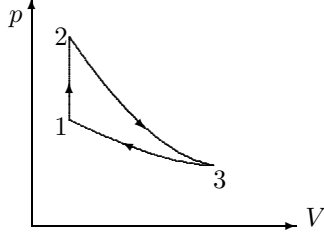
Veiledning: Torsdag 17. nov. kl 10:15-12.

Innlevering: Tirsdag 22. nov. kl. 13:00

DATA DU KAN FÅ BRUK FOR I ØVINGEN:

Spesifikk varmekap. vann $C'_{\text{vann}} = 1,00 \text{ cal}/(\text{g} \cdot \text{K}) = 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Oppgave 1. Entropiberegning i kretsprosess



Vi tar for oss samme reversible kretsprosess på n mol gass som i øv. 11, opg. 1:

isokor $1 \rightarrow 2$,
adiabat $2 \rightarrow 3$,
isoterm $3 \rightarrow 1$.

Temperaturene T_1 og T_2 er gitt. Du kan utnytte resultatene fra forrige øving.

- Bruk definisjonslikningen for entropi $dS = \delta Q_{\text{rev}}/T$ til å beregne entropiendringen i alle delprosessene.
- Sett opp uttrykket for entropien $S(T, V)$ i ideell gass og beregn herfra entropiendringen for hver delprosess. Forsikre deg om at du får samme svar som i **a**.
- Hva er entropiendringen ΔS for hele kretsprosessen? Hva er universets (system+omgivelsers) entropiendring? Kommentarer?

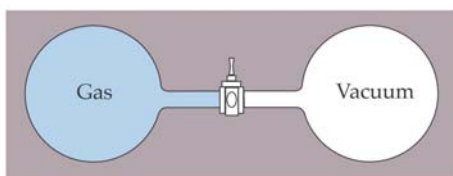
Oppgave 2. Entropiendringer ved oppvarming.

En kasserolle med 1,00 l (1,00 kg) vann skal varmes opp fra 20°C til 100°C ved ulike prosesser. Du kan se bort fra varmekapasiteten i kasserollen.

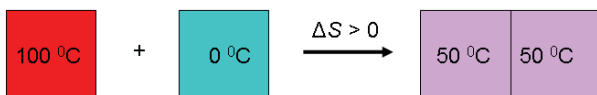
- Kasserollen plasseres på ei varmeplate som holdes konstant på 100°C og det hele kommer til likevekt.
 - Beregn entropiendringen for omgivelsene (dvs. varmeplata).
 - Beregn entropiendringen i vannet.
 - Beregn total entropiendring.
 (Tips for ii): Finn en reversibel prosess med samme start/slutttilstand. Et forslag til prosess i pkt. **c**. under).
- Oppvarmingen gjøres nå i to trinn: Først plasseres kasserollen på ei varmeplate som holder 50°C og vannet når denne temperaturen. Deretter plasseres kasserollen på 100°C -plata og likevekt oppnås her. Beregn som over i), ii) og iii) for den totale prosessen.
- Oppvarmingen gjøres nå i uendelig mange infinitesimale trinn: Kasserollen plasseres på varmeplater som er stepvis varmere, f.eks. 20°C , $20,1^\circ\text{C}$, $20,2^\circ\text{C}$ osv. til 100°C , med stadig finere oppdeling. Dette er en reversibel prosess, begrunn dette. Beregn som over i), ii) og iii) for den totale prosessen.

Oppgave 3. Irreversible prosesser: Kan sløseriet unngås?

I forelesningene så vi på to eksempler på irreversible prosesser. I starttilstandene var delsystemer i intern likevekt, men ikke i likevekt med hverandre. Slutttilstandene representerte fullstendig likevekt. De to eksemplene var:



(i) Spontan ekspansjon av en ideell gass inn i et evakuert område, slik at gassens volum øker fra V_0 til $2V_0$.



(ii) Temperaturutjevning mellom to metallklosser med samme varmekapasitet C , fra starttemperaturene T_2 og T_1 til en felles temperatur T_{irr} .

I begge eksemplene er systemet fullstendig varmeisolert fra omgivelsene.

I de irreversible prosessene øker entropien S . Det ble i forelesningene vist at ved å erstatte prosess (i) med en isotherm reversibel ekspansjon, beregnes entropiøkningen til $\Delta S = nR \ln 2$. I denne erstatningsprosessen gjør gassen et arbeid mot ytre lufttrykk p , og for å holde konstant temperatur må varme Q tilføres fra et reservoar, slik at reservoarets entropi avtar. Den totale entropiendringen (gass + omgivelser) er lik null. Prosessen kan reserveres ved å påføre arbeidet på gassen ved kompresjon. Den *irreversible* adiabatisk utvidelsen har samme ΔS , men her gir ikke omgivelsene fra seg noe entropi og $\Delta S_{\text{tot}} = nR \ln 2$ og $W = 0$.

a. Ved denne gitte reversible prosessen får vi trekt ut maksimalt arbeid W av gassen. Beregn dette arbeidet.

For den spontane prosessen (ii) blir sluttemperaturen $T_{\text{irr}} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$. Den mest effektive reversible erstatningen av temperaturutjamningen (ikke vist i forelesning) er å kjøre en Carnotprosess mellom klossene, slik at Carnotmaskinen heile tida tapper ut det maksimale arbeid underveis mellom varm kloss (T_2) og kald kloss (T_1) der T_2 og T_1 endres mot en felles sluttemperatur T_{rev} .

b. Forklar at en reversibel prosess også her innebærer at $\Delta S = 0$, og bruk dette til å bestemme den tilsvarende sluttemperaturen T_{rev} . Hva blir det maksimale arbeidet i dette tilfellet?

Oppgave 4. Indre energi avhengig av volumet for reell gass.

Vi har påpekt at indre energi U for ideell gass ikke er avhengig av volum, kun temperatur; slik at en adiabatisk, spontan, fri ekspansjon gir ingen temperaturendring. James Joule forsøkte i 1843 å måle temperaturendringer ved fri, adiabatisk ekspansjon av luft, og fant innenfor målenøyaktigheten ingen endring. Dette bekrefter teorien at luft er ideell gass. Men med moderne utstyr har man vist at alle kjente gasser kjøles i en slik prosess, kjølingen er gitt ved Joule-koeffisienten, $\mu_J = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U$. Fra ideell-gasslovene kan det vises at $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U = 0$.

For å forklare avkjølingen må ideell-gasslikningen modifiseres. Van der Waals (vdW) tilstandslikning inkluderer tiltrekkende kraft mellom molekyler når de er svært nærme, slik at det må gjøres indre arbeid for å ekspandere gassen. Denne krafta manifesterer seg ved en korreksjon til trykket p i tilstandslikningen og at indre energi vil være avhengig av volumet gjennom en konstant a . vdW tar også hensyn til gassmolekylenes egnvolum, men får ikke betydning i denne oppgaven. Ideell gass og vdW-gass har følgende egenskaper:

$$\begin{array}{lll} \text{ideell gass:} & pV = nRT & U = U_0 + C_V \cdot T, \\ \text{vdW:} & \left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT & U = U_0 + C_V \cdot T - \frac{an^2}{V}. \end{array}$$

a. Forklar hvorfor indeksen U inngår i definisjonen av Joule-koeffisienten.

Det er gjort et slikt såkalt Joule-eksperiment på He-gass. Ett kmol (10^3 mol) av gassen er kraftig komprimert til $V_1 = 0,12 \text{ m}^3$ og temperaturen stabilisert til $T_1 = 20^\circ \text{C}$. En ventil åpnes brått slik at gassen ekspanderer adiabatisk til en stor tom tank og sluttrykket blir $p_2 = 1,0 \text{ atm}$. Temperaturendringen ble målt til $-2,5 \text{ K}$.

b. Anta at heliumgassen følger van der Waals tilstandslikning og sjekk om teoretisk beregnet temperaturfall i gassen under prosessen stemmer med det observerte. Hva ville temperaturfall bli for luft?

HINT: Påvis at $p_1 \gg p_2$ og dermed $V_2 \gg V_1$ (bruk ideell gasslov), slik at du kan se bort fra $1/V_2$ i ΔU .

OPPGITT FOR HELIUMGASS: $C_V = 1,506 nR$, vdW-konstanter: $a = 3,44 \cdot 10^{-3} \text{ J m}^3 \text{ mol}^{-2}$; $b = 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$.

OPPGITT FOR LUFT: $C_V = 2,5 nR$, $a = 137 \cdot 10^{-3} \text{ J m}^3 \text{ mol}^{-2}$

Utvalgte fasitsvar: 1: $nC_V \ln T_2/T_1$, 0 og $-nR \ln V_3/V_1$; 2a) i) $-0,90 \text{ kJ/K}$; ii) $1,01 \text{ kJ/K}$; iii) $0,11 \text{ kJ/K}$; 2b) iii) 60 J/K ; 2c) ii) $1,01 \text{ kJ/K}$; 3a) $nRT \ln 2$; 3b) $\sqrt{T_1 T_2}$, $C(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2})^2$.