

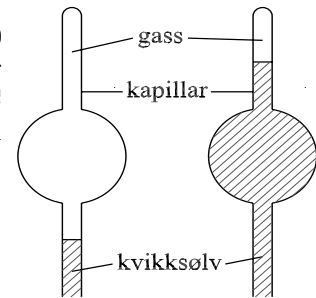
# Øving 13

Veiledning: Torsdag 24. nov. kl 10:15-12.

Innlevering: Tirsdag 29. nov. kl. 13:00

## Oppgave 1. Isoterm kompresjon.

En gass er innelukket i en glassbeholder med volum  $250 \text{ cm}^3$  (se figuren). Glassbeholderen er forlenget med et kapillar med lengde  $10 \text{ cm}$  og diameter  $1,00 \text{ mm}$ . Kvikksølv presses opp i beholderen og gassen komprimeres slik at den får en lengde på  $1,00 \text{ cm}$  i kapillaret (se fig.). Prosessen foregår isotermt ved  $20^\circ\text{C}$  og starttrykket er  $1,00 \cdot 10^{-3} \text{ mmHg}$ . Vanndamptrykk (metningstrykk) ved  $20^\circ\text{C}$  er  $17,5 \text{ mmHg}$ . [ $760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kN/m}^2$ ].



- Hva er sluttrykket (i mmHg) i gassen når gassen er nitrogen?
- Hva er sluttrykket (i mmHg) i gassen når gassen er vanndamp?
- Hvor mye vanndamp kondenseres i tilfelle b)?
- Forklar og begrunn eventuelle antagelser du må gjøre i hvert punkt.

## Oppgave 2. Hvor stor er Betelgeuse?

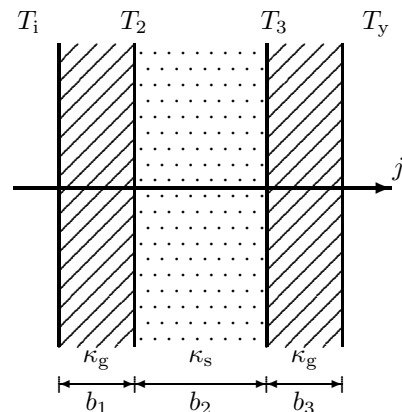
Stjerner emitterer lys nesten som ideelle svarte legemer, dvs. etter Stefan-Boltzmanns lov. Betelgeuse – den røde kjempestjerna i skulderen på stjernebildet Orion – har en overflatetemperatur på  $3000 \text{ K}$  og en total utstråling  $P = \dot{Q} = 3,9 \cdot 10^{30} \text{ W}$ .

Hva er radien  $R$  til kjempestjerna? Oppgi svaret både i enheter km og i solradier  $R_\odot = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ .

## Oppgave 3. Husisolasjon

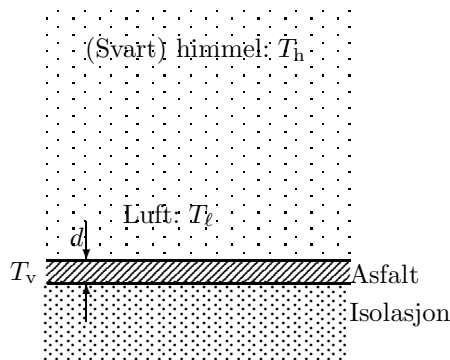
Vi tar for oss en typisk husvegg med  $b_1 = 2,0 \text{ cm}$  innerpanel og  $b_3 = 2,5 \text{ cm}$  ytterpanel og av gran med varmeledningsevne  $\kappa_g = 0,14 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ . Mellom ytter- og innerpanel er det plassert steinullmatt med tykkelse  $b_2 = 10,0 \text{ cm}$  og med varmeledningsevne  $\kappa_s = 0,047 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ . Anta at temperaturen på innsiden av veggens er  $T_i = 22^\circ\text{C}$  mens vi for utetemperaturen velger  $T_y = +5,0^\circ\text{C}$ . Varmeovergangstallet mellom inneluft og innerpanel er  $\alpha_{\text{inne}} = 7,5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  og tilsvarende mellom uteluft og ytterpanel  $\alpha_{\text{ute}} = 25 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

- Noen temperaturer er gitt i figuren ovenfor. Hvilke flere temperaturer trenger du for å beskrive varmestrømmen gjennom den lagdelte veggens?
- Sett opp uttrykk for varmestrømtettheten  $j$  og finn et numerisk ut fra tallene ovenfor.
- Beregn også temperaturen på yttersiden av innerpanelet ( $T_2$ ).
- For å vurdere betydningen av isolasjonen i veggene for husets totale energiregnskap, la oss anta at det totale nettoareal av ytterveggene i en enebolig (fraregnet vinduer og dører) er  $100 \text{ m}^2$ . Dersom vi regner med at oppvarming trengs  $200$  døgn per år, og at gjennomsnittlig utetemperatur i denne fyringssesongen er  $T_y = +5,0^\circ\text{C}$ , hva blir da det gjennomsnittlige energitapet per døgn (regnet i kWh) ut av veggene?  
Hvor mange kWh per år (omtrentlig) en vil spare ved å øke tykkelsen av steinullmattene fra  $10 \text{ cm}$  til  $15 \text{ cm}$ ? Og videre fra  $15 \text{ cm}$  til  $20 \text{ cm}$ ?



## Oppgave 4. Vegvesenet driver også med forskning

I arbeidet med å eliminere teleproblemene på norske veier, har Vegvesenet gjort systematiske forsøk med forskjellige materialtyper og -kombinasjoner i veiene. I et ikke helt vellykket forsøk, ble følgende utprøvd: Under et *tynt* lag med asfalt ble det plassert et lag med høyverdig isolasjon (se figuren). Problemet med denne modellen var at den førte til mye ising i veibanen senhøstes. Denne regneoppgaven er ment å kaste lys over problemet.



a. En horisontal veibane med temperatur  $T_v$  og emisjonskoeffisient  $e$  utveksler en klar høstkveld stråling med himmelen. Himmelen regnes som et absolutt svart legeme med temperatur  $T_h$ . Luften nær bakken har temperatur  $T_l$ . Overgangstallet mellom vei og luft under de rådende forhold er  $\alpha$ . Skriv ned uttrykket for energistrømtettheten opp fra og ned mot veibanen som skyldes

1. stråling fra himmelen
2. refleksjon av himmelstråling fra veibanen
3. utstråling fra veibanen
4. varmeovergang mellom luft og veibane.

På grunn av isolasjonslaget kan vi se bort fra jordvarmestrømmen opp mot veibanen. Vis at ved stasjonære forhold er veibanens temperatur bestemt av likningen

$$e\sigma(T_h^4 - T_v^4) + \alpha(T_l - T_v) = 0, \quad (1)$$

der  $\sigma$  er Stefan-Boltzmanns konstant.

b. Himmelen (atmosfæren) er kjent å stråle som den hadde temp.  $T_h = -13^\circ\text{C} = 260\text{ K}$ , mens veibanen har temp. i området  $T_v \sim 0^\circ\text{C}$ , slik at  $T_h^4 - T_v^4 < 0$ . Fjerdegradslikninger er vanskelig å løse, men da  $T_v - T_h \ll T_h$ , kan vi linearisere  $T_v^4 - T_h^4$  ved å bruke den deriverte av  $T^4$  som stigningstall:

$$T_v^4 - T_h^4 \approx 4(T_h + \Delta T)^3(T_v - T_h),$$

der vi tar stigningstallet midt mellom  $T_h$  og  $T_v$  og derfor  $\Delta T = \frac{1}{2}(T_v - T_h)$  settes lik 5 K. Bruk denne tilnærmelsen i likn. (1), samt følgende verdier:  $T_l = +2,0^\circ\text{C} = 275\text{ K}$ ,  $e = 0,80$  og  $\alpha = 6,0\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , og finn  $T_v$  under stasjonære forhold.

c. Eksperimentelt er vanndampens metningstrykk over is og vann:

$t/^\circ\text{C}$	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$p/\text{mmHg}$	3,28	3,57	3,88	4,22	4,58	4,93	5,29

Luftas relative fuktighet  $\phi$  er forholdet mellom det aktuelle partialtrykket for vanndamp og metningstrykket til vanndamp ved den gitte temperatur:  $\phi = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_{\text{metning}}}$ . For hvilke verdier av relativ fuktighet  $\phi$  må en forvente ising i veibanen under temperaturer som gitt i pkt. b.?

d. Før solnedgang holdt innstråling fra sola veibanen på en høyere temperatur. Vi skal nå gjøre et overslag over hvor raskt veibanens temperatur synker mot sin stasjonære verdi (funnet i pkt. b.) når sola er gått ned. Anta at varmeledningsevnen i asfalten er såpass stor, og asfaltlaget såpass tynt, at vi som en rimelig tilnærmelse kan regne som om hele asfaltlaget, med tykkelse  $d$ , har samme, tidsavhengige temperatur  $T_v(t)$ . La  $u$  være asfaltens indre energi per volumenhet. Endringen i  $u$  per tidsenhet kan da skrives som

$$\frac{du}{dt} = \frac{du}{dT_v} \cdot \frac{dT_v}{dt} = c\rho \frac{dT_v}{dt}.$$

Hva står  $c$  og  $\rho$  for her? Bruk dette og energibevarelse til å vise at  $T_v(t)$  oppfyller en differensiallikning av formen

$$\frac{dT_v}{dt} = -\frac{1}{\tau} [T_v(t) - T_v(\infty)],$$

når de samme tilnærmelsene brukes som under pkt. b., og  $T_v(\infty)$  er den stasjonære verdien for temperaturen funnet der. Uttrykk tidskonstanten  $\tau$  ved kjente størrelser og bestem den numerisk når  $d = 7,0\text{ cm}$ ,  $c = 200\text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  og  $\rho = 2,4 \cdot 10^3\text{ kg}/\text{m}^3$ .

## Oppgave 5. Flervalgsoppgave

Hvis temperaturen (i kelvin) på den varme siden av en vegg blir doblet, vil varmestrømmen gjennom veggen

- A) doubles
- B) øke med en faktor 4
- C) avta med en faktor 4
- D) halveres
- E) øke, men kan ikke bestemme hvor mye

Utvalgte fasitsvar:

1c)  $0,11\ \mu\text{g}$ ; 2)  $R = 374 R_\odot$ ; 3b)  $6,48\text{ W}/\text{m}^2$ ; 3c)  $20,2^\circ\text{C}$ ; 3d)  $3110\text{ kWh}/\text{år}$  4b)  $-3,6^\circ\text{C}$ ; 4c)  $64\%$ ; 4d) 1 time.