

Arbeid og energi. Energibevaring.

- Arbeid = $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$
- Kinetisk energi $E_k = \frac{1}{2} m v^2$
- Effekt = arbeid/tid = $P = dW/dt$
- Arbeid på legeme øker E_k : $dW = dE_k$
- Potensiell energi $E_p(x,y,z)$
(Tyngdefelt: $E_p = mgz$; Fjærpotensial: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$)
- Konservative krefter kan avledes fra pot.energi:

$$\vec{F} = - \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right] E_p(x,y,z) = -\vec{\nabla} E_p(x,y,z)$$
 (Tyngdekraft: $\mathbf{F} = -mg$; Fjærkraft: $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$)
 $dE_p = -\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$
- Arbeid av konservativ kraft reduserer tilhørende potensiell energi: $dW = -dE_p$
- Energibevaring i konservativt felt:
 $d(\frac{1}{2} m v^2 + E_p(x,y,z)) = 0$
- Energibevaring når friksjon:
 $d(\frac{1}{2} m v^2 + E_p(x,y,z)) = dW_f = \text{friksjonsarbeid} < 0$

Konstant-akselerasjonslikninger

Translasjon:
(konstant akselerasjon a)

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$s - s_0 = \langle v \rangle t = \frac{1}{2}(v + v_0) t$$

Rotasjon om fast akse:
(konstant vinkelakselerasjon α)

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$$

$$\theta - \theta_0 = \langle \omega \rangle t = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0) t$$

Kollisjoner

Vi har sett på:

- Når ingen ytre krefter (i bevegelsesretning):
– Bevegelsesmengde (impuls) er bevart
- Når ingen ytre kraftmoment om akse A:
– Spinn er bevart om akse A
- Elastisk støt:
– Bevegelsesmengde bevart. Kinetisk energi bevart
- Uelastisk støt:
– Bevegelsesmengde bevart. Kinetisk energi avtar (varme)

Flervalgsoppgave

e. To masser, m og $3m$, ligger på et friksjonsfritt bord på hver sin side av en spent fjær. Når fjærlåsen åpnes, skyves de to massene i hver sin retning. Hvordan fordeles den potensielle energien i den spente fjæra på kinetisk energi til de to massene?

- A 25 % på m , 75 % på $3m$
- B 75 % på m , 25 % på $3m$
- C 10 % på m , 90 % på $3m$
- D 90 % på m , 10 % på $3m$
- E 50 % på m , 50 % på $3m$



e. B. Bevaring av bevegelsesmengde gir forholdet mellom hastighetene til de to massene, og dermed forholdet mellom deres kinetiske energi:

$$0 = p_1 + p_3 = mv_1 + 3mv_3$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_3} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{mv_1^2/2}{3mv_3^2/2} = 3$$

Følgelig 75% kinetisk energi på m og 25% på $3m$.

Flervalgsoppgave

i. Tre jenter står på ytterkanten av en karusell som roterer med en vinkelhastighet ω og rotasjonen er friksjonsfri. Under rotasjonen går jentene rolig inn mot sentrum av karusellen (se figuren). Under bevegelsen vil det totale spinn L om karusellens aksling og den totale kinetiske energi E til karusellen + jentene endre seg slik:

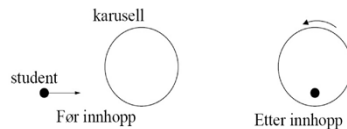
- A) L øker og E øker
- B) L øker og E uendra
- C) L uendra og E øker
- D) L uendra og E uendra
- E) L uendra og E avtar



Flervalgsoppgave

b. En student tar fart og hopper på en karusell som dermed begynner å rotere (tilnærmet friksjonsfritt) omkring en aksling som står fast i bakken, og som passerer gjennom karusellens sentrum. For systemet karusell + student, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter studentens innhopp på karusellen? (Her er E systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. en akse gjennom karusellens sentrum.)

- A) Bare L
- B) L og E
- C) L og p
- D) L , E og p
- E) Bare p



b. A. Landingen på karusellen er et uelastisk støt, så (mekanisk) energi E for systemet kan ikke være bevart. Akslingen som står fast i bakken, virker på systemet med en kraft når studenten lander. Dermed kan heller ikke systemets bevegelsesmengde p være bevart. Men denne kraften fra akslingen representerer ikke noe kraftmoment mhp. en akse gjennom karusellens sentrum, slik at spinn L er bevart.

Spinn: $L = I \omega$ **Konstant!**

Personer inn mot sentrum $\rightarrow I = \sum m_i r_i^2$ avtar
 $\rightarrow \omega$ må øke!

Kinetisk energi: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} L \omega = \frac{1}{2} L^2 / I$

Personer inn mot sentrum $\rightarrow I$ avtar, L konstant
 $\rightarrow E_k$ øker!

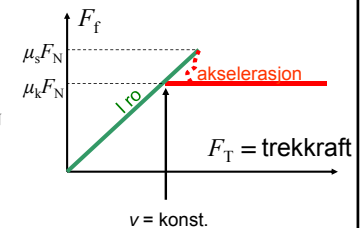


Friksjon:

• Friksjon:

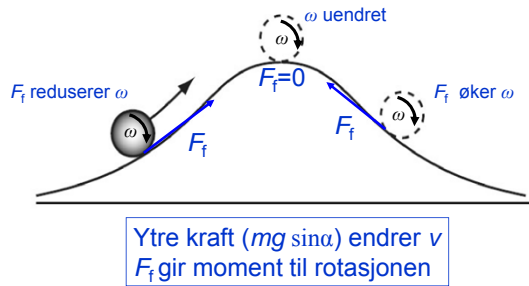
– Hvilefriksjon $F_T = F_f \leq F_{f,max}$
 (F_f "ukjent") $F_{f,max} = \mu_s F_N$

– Glidfriksjon: $F_T \geq F_f = \mu_k F_N$



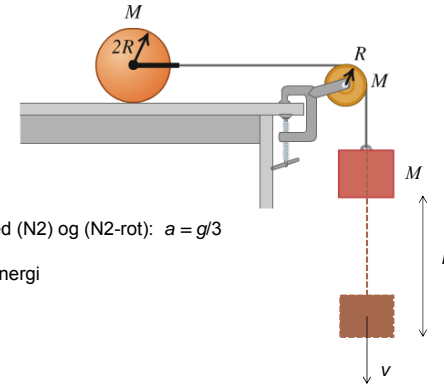
Oppgave

Ei kule triller oppover en bakke, passerer toppen og triller så nedover en bakke på motsatt side. Skissér hvilken retning friksjonen virker fra underlaget på kula, på vei opp, på toppen og på vei ned. Begrunn svaret. Vi antar at vi har rein rulling under hele bevegelsen.



Y&F Opg.

Figure P10.87



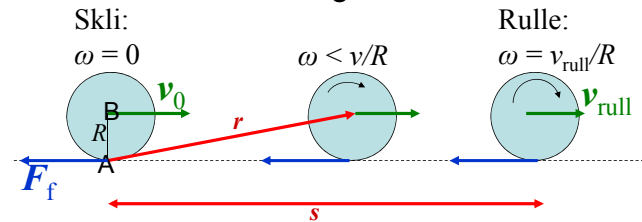
Vi fant med (N2) og (N2-rot): $a = g/3$

Nå med energi

Spørretime før eksamen -- ?

Dato	Eksamen	Spørretime?
man. 10. des		10.15-12
tir. 11. des	TDT4105 (nano)	
ons 12. des		10.15-12
tor 13. des	TDT4105 (tk+el)	
fre 14. des	TFY4115	

Bowlingkule (liknende i Ø7, opg. 1)



Om A: $L_A = r \times m v + I_0 \omega$

Ingen krefter har moment

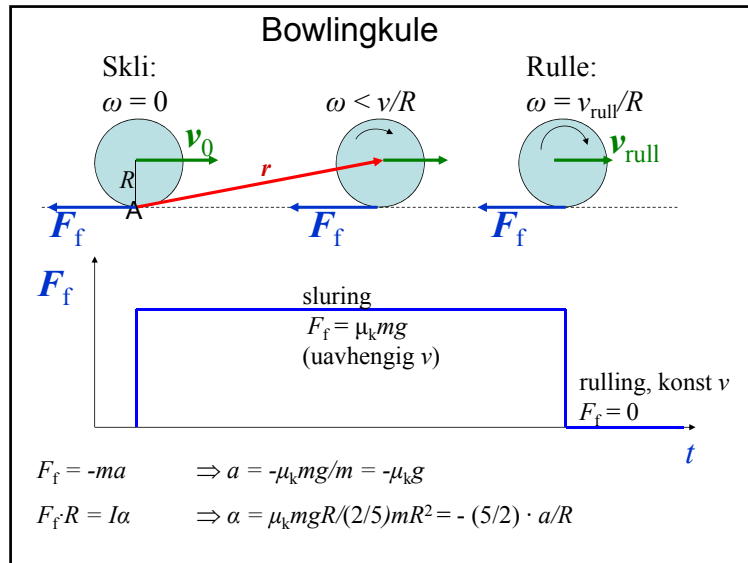
$\Rightarrow L_A = \text{konst.} = mrv_0$

$L_{\text{start}} = L_{\text{slutt}} \Rightarrow v_{\text{rull}} = v_0 \cdot 5/7$ (*) -- uten å kjenne F_f !

Om B: $L_B = I_0 \omega$

$\tau_f = F_f \cdot R$

$\Rightarrow L_B$ ikke konst. men $I_0 d\omega/dt = F_f \cdot R$, må kjenne F_f



Translasjon:	Rotasjon:
Bevegelsesmengde (linear momentum): $p = m v$	Spinn (angular momentum): $L = r \times m v$ $L = I \omega$ Stivt legeme
N2-trans: $F = dp/dt$ "Stivt" legeme (konst. m): $F = m dv/dt = m a$	N2-rot (spinnnsatsen): $\tau = dL/dt$ Stivt legeme (konst. I): $\tau = I d\omega/dt = I \alpha$
$F = 0 \Rightarrow p = \text{konstant (N1)}$ "stivt" legeme: $v = \text{konst}$	$\tau = 0 \Rightarrow L = \text{konstant (N1-rot)}$ stivt legeme: $\omega = \text{konst}$

Kap. 4+5. Analogier translasjons- og rotasjonsbevegelser

Størrelse	Trans	Rot (vektor)	Rot (skalar)
Stedkoordinat.	\vec{r}		θ
Hastighet	$\dot{\vec{r}} = \vec{v}$	$\dot{\vec{\theta}} = \vec{\omega}$	$\dot{\theta} = \omega$
Akselerasjon	$\ddot{\vec{r}} = \vec{a}$	$\ddot{\vec{\theta}} = \vec{\alpha}$	$\ddot{\theta} = \alpha$
"Kraft"	\vec{F}	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\tau = rF \sin \theta$
"Masse"	m		$I = \int r^2 dm$
"Bev.mengde"	$\vec{p} = m \dot{\vec{r}}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \dot{\vec{\theta}}$	$L = r p \sin \theta = I \omega$
Kin. energi	$E_k = \frac{1}{2} m v^2$		$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$	$dW = \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta}$	$dW = \tau d\theta$
Effekt	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$P = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$	$P = \tau \omega$
Newton 2	$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \ddot{\vec{r}}$	$\vec{\tau} = \dot{\vec{L}} = I \ddot{\vec{\theta}}$	$\tau = I \ddot{\theta}$
Newton 1	$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{konst}$	$\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} = \text{konst}$	

0. Hovedsetning = Termisk likevekt:

$T_A = T_C$ og $T_B = T_C \rightarrow T_A = T_B$

1. Hovedsetning = Energibevarelse:

$\Delta U = Q - W$

(endring indre energi) = (varme inn) - (arbeid utført)

2. Hovedsetning = Mulige prosesser:

Varme kan ikke strømme fra kaldt til varmt legeme

Entropi

- Entropi er en tilstandsfunksjon, def: $\Delta S = \int dQ_{\text{rev}}/T$
- S øker når varme tilføres
- S «produseres» ved irreversible prosesser
- S øker for universet, følge av:
- 2. hovedsetning: Det er umulig
 - at varme strømmer fra kaldt til varmt
 - å overføre varme 100% til arbeid
 - **å senke entropien i et lukket system**

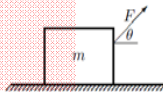
Mottatte ønsker

- Hadde vore veldig fint om du kunne gått gjennom dei heilt grunnleggjande elementa i rotasjon i ein av repetisjonsforelesningane komande veke. Eg er blant dei som ikkje har heilt kontroll på dette endå, og det gjeld nok fleire.
- Bevegelsesmengde bevart ved uelastiske kollisjoner? Både E_{kin} og bevegelsesmengde avhenger jo av masse og fart.
- Bevegelsesmengde og rakettligning
- Massesenter

Flervalgsoppgaver fra Eks. 2011 (de dårligst besvarte)

a. En kloss med masse m blir trukket med konstant hastighet av en kraft i retning θ med horisontalen, som vist på figuren. Den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom den ru overflata og klossen er μ_k . Størrelsen til friksjonskrafta kan uttrykkes

	Svar under eksamen:
A) $F \cos \theta$	39
B) $\mu_k F \cos \theta$	8
C) $\mu_k F \sin \theta$	11
D) $\mu_k (mg - F \sin \theta)$	63
E) To av svarene over er riktig	58
	1 (ubesvart)



a. E. Ved gliding er $F_f = \mu_k F_N = \mu_k (mg - F \sin \theta)$. (Normalkrafta blir altså mindre som følge av at F har komponent oppover.) Fra $\sum F_x = 0$ (farta konstant) får vi også $F_f = F \cos \theta$, slik at to alternativ er rette.

Snitt: 32 %

Flervalgsoppgaver fra Eks. 2011

c. For et stivt legeme faller tyngdepunktet og massesenteret sammen dersom

30	A) legemet er i rotasjonslikevekt
4	B) legemet er i translasjonslikevekt
24	C) legemet er både i rotasjonslikevekt og i translasjonslikevekt
67	D) tyngdens akselerasjon er lik over hele legemet
3	E) enhver kraft som kan akselerere legemet er konstant
52 (ubesvart)	

Snitt: 43 %

Flervalgsoppgaver fra Eks. 2011

e. To enatomige gasser, helium og neon, blir blanda i forholdet 2:1 og er i termisk likevekt ved temperaturen T . Molar masse til neon er 5x molar masse til helium. Hvis den midlere kinetiske energien per heliumatom er U , er den midlere kinetiske energien per neonatom lik

- 80 A) U
 - 4 B) $U/2$
 - 9 C) $2U$
 - 34 D) $5U$
 - 13 E) $U/5$
 - 40 (ubesvart)
- Snitt: 49 %

Kinetisk gassteori

$$U = \langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T \quad \text{lik for begge}$$

(minst m (helium) har høyest $\langle v^2 \rangle$)

Flervalgsoppgaver fra Eks. 2011

g. Ei massiv kule som holder temperatur T stråler ut energi med en rate P (i W = watt). Hvis radius til kula dobles (mens temperaturen holdes konstant) vil P øke med en faktor:

- 10 A) Forbli uendra
- 7 B) 2
- 129 C) 4
- 16 D) 8
- 3 E) 16
- 15 (ubesvart)

Snitt: 73 %

Flervalgsoppgaver fra Eks. 2011

h. Hvis lufttrykket er lavere enn trippelpunkt-trykket for et visst stoff, kan dette stoffet eksistere (avhengig av temperaturen)

- 16 A) som væske eller gass, men ikke faststoff
- 29 B) som væske eller faststoff, men ikke som gass
- 106 C) som faststoff eller gass, men ikke som væske
- 3 D) som faststoff, men ikke væske eller gass
- 14 E) som faststoff, væske eller gass
- 12 (ubesvart)

Snitt: 60 %

