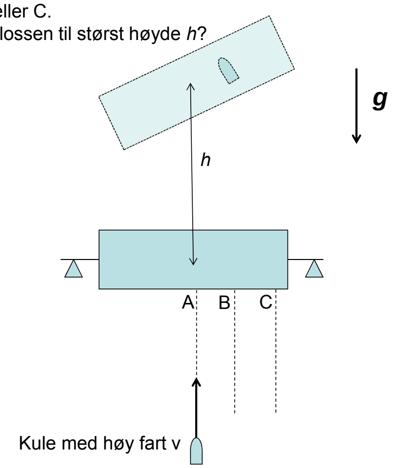
Fra kap.8. Kollisjoner:

Oppgave:
Ei kule skytes inn i en trekloss som farer opp i lufta (fullst. uelastisk støt).
Kula treffer ved A, B eller C.
Hvilket treff løfter treklossen til størst høyde *h*?



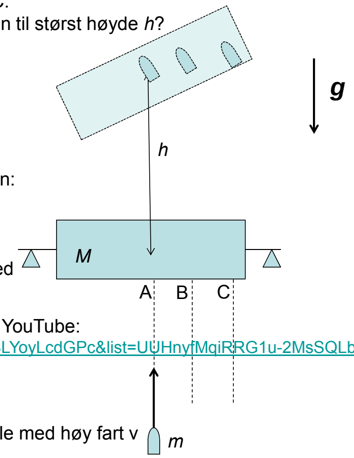
Fra kap.8. Kollisjoner:

Oppgave:
Ei kule skytes inn i en trekloss som farer opp i lufta (fullst. uelastisk støt).
Kula treffer ved A, B eller C.
Hvilket treff løfter treklossen til størst høyde *h*?

Svar:
Like høyt for alle.
Bevegelsesmengde bevart:
Alltid samme fart for klossen:

$mv = (M+m)V_{cm}$

I tillegg kommer rotasjon ved B og C (mest ved C)

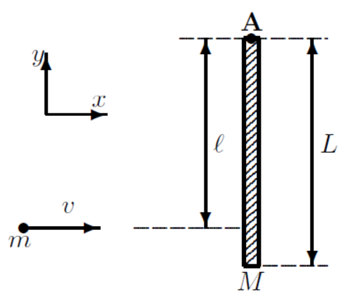


Demonstrert og forklart på YouTube:
www.youtube.com/watch?v=BLYoyLcdGPc&list=UUHnyfMqiRRG1u-2MsSQLbXA

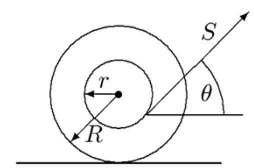
Øving 5. Oppgave 4:

Kule skytes inn i stav som er hengslet ved A.

Er ytre krefter og ytre kraftmoment lik null?



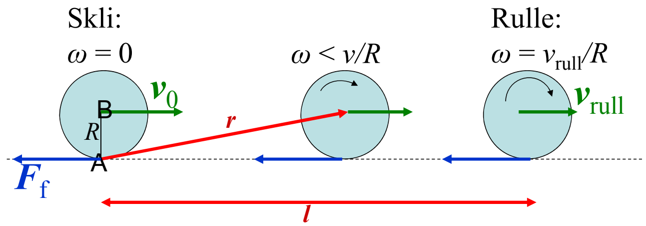
Snelle med snor



- Trekkes mot deg ved liten vinkel θ
- Trekkes fra deg ved stor vinkel θ
- I ro ved $\cos\theta = r/R$

- Stive legemer i ro (statisk likevekt):
  - Ingen translasjon => $\Sigma\, \boldsymbol{F} = 0$
  - Ingen rotasjon => $\Sigma\, \boldsymbol{\tau} = 0$ $\quad (\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F})$
    - » om **enhver valgt** akse

Bowlingkule (L&L Eks. 6.15)



Om A: $\boldsymbol{L}_A = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v} + I_0\boldsymbol{\omega}$

Ingen krefter har moment

=> L_A = konst. = mrv_0

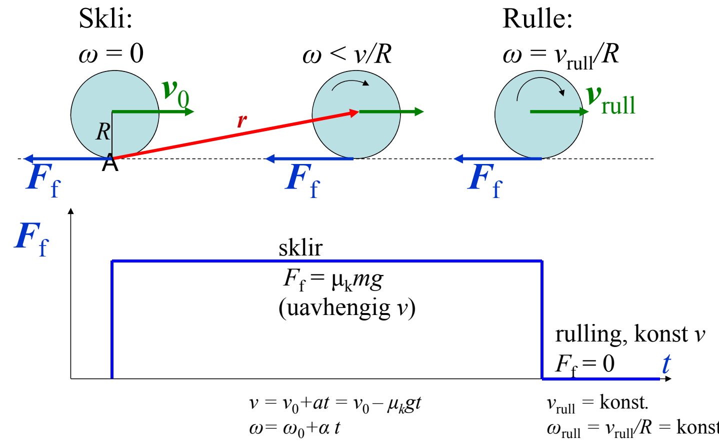
$L_{start} = L_{slutt}$ => $v_{rull} = v_0 \cdot 5/7$ (*) -- uten å kjenne F_f !

Om B: $\boldsymbol{L}_B = I_0\boldsymbol{\omega}$

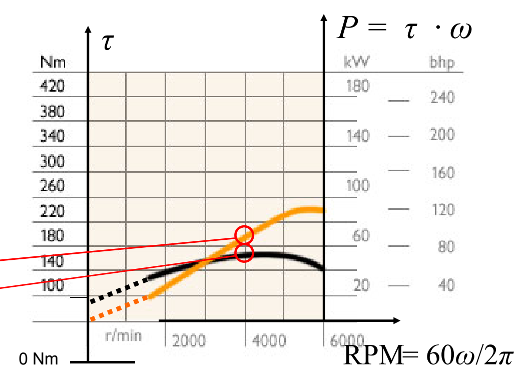
$\tau_B = F_f \cdot R$

=> L_B ikke konst. men $I_0\, d\omega/dt = F_f \cdot R$, må kjenne F_f

Bowlingkule



Effekt = moment · vinkelhastighet



f = 4000 RPM
P = 70 kW
τ = 160 Nm

Stemmer med
$P = \tau \cdot \omega$

Saab 9-3 1.8i 122hk. Effekt og dreiemoment, diagram. Den sorte kurven angir dreiemomentet i newton-meter (Nm), den orange angir effekten i kW eller hestekrefter (bhp).

Konstant-akselerasjonslikninger

Translasjon:
(konstant akselerasjon a)

$v = v_0 + a \cdot t$

$s = s_0 + v_0 \cdot t + ½\, a\, t^2$

$v^2 - v_0^2 = 2as$

$s - s_0 = \langle v \rangle t = ½(v + v_0)\, t$

Rotasjon om fast akse:
(konstant vinkelakselerasjon α)

$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$

$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + ½\, \alpha\, t^2$

$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$

$\theta - \theta_0 = \langle \omega \rangle t = ½(\omega + \omega_0)\, t$

Rotasjon av stive legemer

- Treghetsmoment $I = \Sigma\, r_i^2\, m_i$ (om en gitt akse)
- Rotasjonsenergi $E_k = ½\, \Sigma\, m_i\, v_i^2 = ½\, I\, \omega^2$
- Kraftmoment: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
- Spinn (dreieimpuls) $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\, \boldsymbol{v}$
- Spinnsatsen (N2-rot): $\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d}/\mathrm{d}t\, \boldsymbol{L}$
- Ingen ytre moment: $\boldsymbol{L}$ = konst

stive legemer:

$= \boldsymbol{I\, \omega}$

$= \boldsymbol{I}\, \mathrm{d}/\mathrm{d}t\, \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{I\alpha}$

Kap. 9+10. Rotasjon. Oppsummering.

- Vinkelhastighet $\omega = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$, vinkelakselerasjon $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$
- Sentripetalakselerasjon $a_c = - r\, \omega^2 = - \omega v = - v^2/r$
- Baneakselerasjon $a_t = r \cdot \alpha$
- Rotasjonsenergi $E_k = ½\, I\, \omega^2$
- Treghetsmoment $I = \Sigma\, r_i^2\, m_i \rightarrow \int r^2\, \mathrm{d}m$ (om en gitt akse)
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
- Spinn (dreieimpuls) = $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\, \boldsymbol{v}$ (om en gitt akse)
  For stivt legeme: $\boldsymbol{L} = I\, \boldsymbol{\omega}$
- Spinnsatsen: $\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$ (N2-rot)
  For stivt legeme: $\boldsymbol{\tau} = I\, \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t$
- Friksjon er vesentlig for rulling:
  - rein rulling: statisk friksjon $F_f \leq \mu_s F_N$. Friksjons**arbeidet** neglisjerbart
  - slure/gli: kinetisk friksjon $F_f = \mu_k F_N$. Friksjonsarbeidet viktig
- Eksempler: rulling, gyroskop (sykkelhjul), barnekarusell, m.m.

Translasjon:	**Rotasjon:**
Bevegelsesmengde (linear momentum): $\boldsymbol{p} = m\, \boldsymbol{v}$	Spinn (angular momentum): $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\, \boldsymbol{v}$ $\boldsymbol{L} = I\, \boldsymbol{\omega}$ Stivt legeme
N2-trans: $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$ "Stivt" legeme (konst. m): $\boldsymbol{F} = m\, \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = m\, \boldsymbol{a}$	N2-rot (spinnsatsen): $\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$ Stivt legeme (konst. I): $\boldsymbol{\tau} = I\, \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t = I\, \boldsymbol{\alpha}$
$\boldsymbol{F} = 0$ => $\boldsymbol{p}$ = konstant (N1) "stivt" legeme: $\boldsymbol{v}$ = konst	$\boldsymbol{\tau} = 0$ => $\boldsymbol{L}$ = konstant (N1-rot) stivt legeme: $\boldsymbol{\omega}$ = konst

Kap. 9+10. Analogier translasjons- og rotasjonsbevegelser

Størrelse	Trans	Rot (vektor)	Rot (skalar)
Stedkoord.	$\vec{\boldsymbol{r}}$		θ
Hastighet	$\dot{\vec{\boldsymbol{r}}} = \vec{\boldsymbol{v}}$	$\dot{\vec{\boldsymbol{\theta}}} = \vec{\boldsymbol{\omega}}$	$\dot{\theta} = \omega$
Akselerasjon	$\ddot{\vec{\boldsymbol{r}}} = \vec{\boldsymbol{a}}$	$\ddot{\vec{\boldsymbol{\theta}}} = \vec{\boldsymbol{\alpha}}$	$\ddot{\theta} = \alpha$
"Kraft"	$\vec{\boldsymbol{F}}$	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}}$	$\tau = rF\sin\theta$
"Masse"	m		$I = \int r^2 \mathrm{d}m$
"Bev.mengde"	$\vec{\boldsymbol{p}} = m\, \dot{\vec{\boldsymbol{r}}}$	$\vec{\boldsymbol{L}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{p}} = I\, \vec{\boldsymbol{\omega}}$	$L = rp\sin\theta = I\, \omega$
Kin. energi	$E_k = \frac{1}{2} m\, v^2$		$E_k = \frac{1}{2} I\, \omega^2$
Arbeid	$\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$	$\mathrm{d}W = \vec{\tau} \cdot \mathrm{d}\vec{\theta}$	$\mathrm{d}W = \tau\, \mathrm{d}\theta$
Effekt	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$P = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$	$P = \tau\, \omega$
Newton 2	$\vec{\boldsymbol{F}} = \dot{\vec{\boldsymbol{p}}} = m\, \ddot{\vec{\boldsymbol{r}}}$	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \dot{\vec{\boldsymbol{L}}} = I\, \ddot{\vec{\boldsymbol{\theta}}}$	$\tau = I\, \ddot{\theta}$
Newton 1	$\vec{\boldsymbol{F}} = \vec{\boldsymbol{0}} \Rightarrow \vec{\boldsymbol{v}} =$ konst	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\boldsymbol{0}} \Rightarrow \vec{\boldsymbol{\omega}} =$ konst	

Treghetsmoment (om en gitt akse):

$$I = \Sigma\, r_i^2\, m_i \;\rightarrow \int r^2\, \mathrm{d}m$$

Alle I_0 om massesentrum (cm):

- Ring om sentrum: $I_0 = M R^2$
- Ring om diameter: $I_0 = ½\, M R^2$
- Sylinder eller skive om sentrum: $I_0 = ½\, M R^2$
- Kule om diameter: $I_0 = (2/5)\, M R^2$
- Kuleskall om diameter: $I_0 = (2/3)\, M R^2$

  Legemer som kan rulle: $I_0 = c\, MR^2$ (c=1, ½, 2/5 etc.)
- Lang, tynn stav om midtpunkt: $I_0 = (1/12)\, M L^2$
- Rektangulær plate om midtpunkt: $I_0 = (1/12)\, M\, (a^2 + b^2)$

Om annen parallell akse i avstand d (Steiners sats):

$$I = I_0 + M\ d^2$$

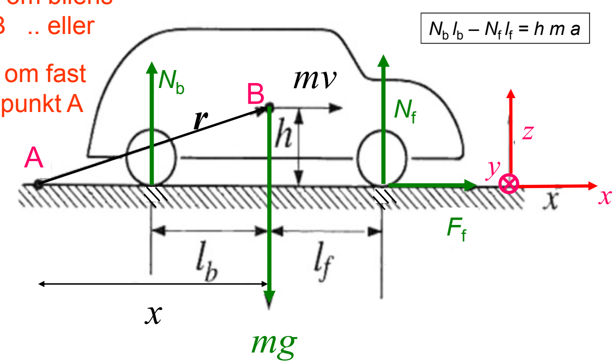
Se også Table 9.2 i Young & Freedman.

Spinn for akselererende/bremsende bil

(H&S kap. 4.7.2 og 5.4.4)

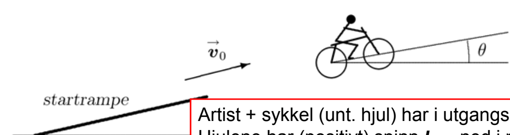
Spinn om bilens c.m. B .. eller

Spinn om fast bakkepunkt A



Fra en eksamensoppgave annet fysikkemne:

e) En sirkusartist på motorsykkel kjører med hastighet v_0=85 km/time opp en startrampe for deretter å foreta et langt hopp. Vinkelen målt fra horisontallinja til ei linje gjennom navene til motorsykkelens to hjul settes lik θ.



Artist + sykkel (unt. hjul) har i utgangspunkt spinn $\boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ **= 0**
Hjulene har (positivt) spinn $\boldsymbol{L}_{\text{hjul}}$ ned i papirplanet.
$\boldsymbol{L}_{\text{tot}} = \boldsymbol{L}_{\text{hjul}} + \boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ er bevart.

a) Dersom $\boldsymbol{L}_{\text{hjul}}$ **øker** må $\boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ peke opp av planet (steiler)
b) Dersom $\boldsymbol{L}_{\text{hjul}}$ **avtar** må $\boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ peke ned i planet (stuper)

a) Hvordan vil vinkelen θ endre seg hvis motorsyklisten i svevet gir mer gass (øker turtallet til motoren)? Begrunn svaret. Du kan se bort fra luftmotstanden.

b) Hvordan vil vinkelen θ endre seg hvis motorsyklisten i svevet i stedet trykker inn handbremsa på framhjulet? Begrunn svaret. Du kan se bort fra luftmotstanden.