TFY4115 Fysikk (MTEL/MTTK/MTNANO)
Øving 2

Veiledning: Mandag 10. sep. kl 17:15-19.
Innlevering: Onsdag 12. sep. kl. 12:00 Lever øvinger i bokser utenfor R1.

Nødvendige begreper ved løsning av oppgavene:
Vinkelhastighet og -akselerasjon, Newtons lover, statisk likevekt, snorkrefter, dynamisk "likevekt", sirkelbevegelse, sentripetalkrefter.

Oppgave 1. Kinematikk i himmelrommet

En pulsar er en hurtig roterende nøytronstjerne som sender ut radiopulser som vi mottar med helt presise tidsintervall. En puls mottas for hver omdreining av stjernen. Perioden T, tida det tar å rotere 360°, måles ved å måle tidsintervallet mellom pulsene. I dag har pulsaren i den sentrale delen av Krabbetåken en rotasjonsperiode på $T = 0,033\,\mathrm{s}$, og perioden øker med $1,26 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$ per år.

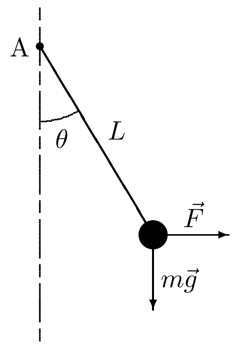
a. Vis at sammenhengen mellom vinkelhastighet og periode er gitt ved $\omega = 2\pi/T$.

b. Hvor stor er vinkelakelerasjonen α?

c. Når vil rotasjonen stoppe dersom vinkelakselerasjonen forutsettes konstant (med verdi som i pkt.b)?

d. Pulsaren oppsto i en supernova-eksplosjon som ble beskrevet av kinesiske astronomer i år 1054. Hva var rotasjonsperioden på det tidspunktet?

Oppgave 2. Statisk og dynamisk likevekt

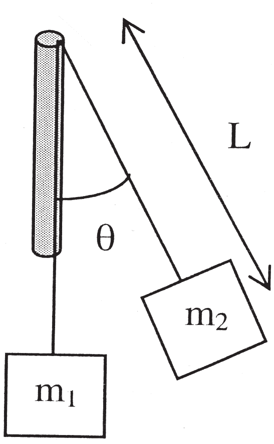


Ei kule (punktmasse) med masse $m = 0,100\,\mathrm{kg}$ er festa til ei vektløs snor med lengde $L = 0,50\,\mathrm{m}$. Snora er festa i et punkt A som den kan bevege seg fritt om.

a. Kula trekkes ut til siden (i papirplanet) med ei horisontal kraft $\vec{F}$ og holdes i ro ved en likevektsvinkel $\theta = 30°$. Hvor stor må F være?

b. I stedet for å trekke med ei kraft $\vec{F}$, lar vi kula rotere som en kjeglependel, dvs. kula beveger seg i en horisontal sirkel med radius $r = L\sin\theta$. Under rotasjonen vil snorkraft og tyngdekraft tilsammen gi nødvendig sentripetalkraft. Hvilken periode T må systemet rotere med for å beholde likevektsvinkelen $\theta = 30°$ i kjeglependelen?

Oppgave 3. Dynamisk likevekt med motvekt



Denne oppgaven er en viderføring av oppgaven ovenfor.

Ei masseløs snor er tredd gjennom et glatt rør (ingen friksjon, heller ikke når snora glir over kanten), og i endene er festet i (punkt)massene m_1 og m_2. Se figuren til venstre. Massen m_2 roterer i horisontalplanet med omløpstid T, mens m_1 blir hengende i ro.

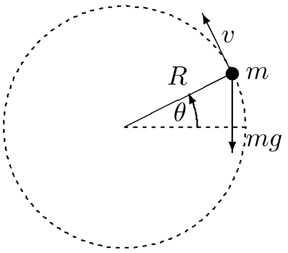
a. Finn vinkelen θ mellom snora og røret, uttrykt med m_1 og m_2.

b. Finn snorlengden L fra toppen av røret til m_2, uttrykt med m_1, m_2, g og T.

c. Bestem θ og L numerisk når $m_1 = 4,0\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 2,00\,\mathrm{kg}$ og $T = 1,00\,\mathrm{s}$.

d. Dette er en dynamisk likevekt, dvs. vi antar L holder seg konstant under rotasjonen (dynamikken). Er den dynamiske "likevekten" stabil? Diskuter dette ved å svare på følgende spørsmål:
- Hva skjer dersom snorlengde, med gitt omløpstid T, er forskjellig fra den funne "likevektslengden" L?
- Hvordan ville denne "likevekten" endres dersom friksjonen mellom snora og øvre kant av røret var forskjellig fra null?

Oppgave 4. Ikke-uniform sirkelbevegelse



En stein med masse m er festet til enden av ei (masseløs) snor med lengde R, og slynges rundt i en vertikal sirkelbane, som vist i figuren til venstre.

a. Vis at Newtons 2. lov for den tangentielle bevegelsen langs sirkelbanen kan skrives som

$$R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = -g\cos\theta,$$

og bruk kjerneregelen $\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}\cdot\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ til å finne en differensiallikning for $\omega(\theta)$.

b. Løs likningen og vis at

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{2g}{R}\cdot\sin\theta,$$

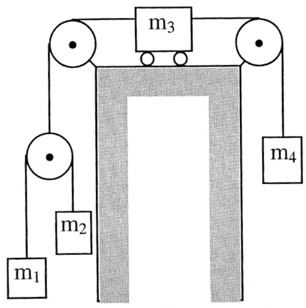
der ω_0 er vinkelhastigheten ved $\sin\theta = 0$.

c. Sett opp likning for sentripetalakselerasjonen a_{c} og finn snordraget S som funksjon av θ. I hvilken posisjon av banen er det størst fare for at snora ryker? (Bruk det funne uttrykket for $S(\theta)$ og sjekk det mot din sunne fornuft.) Hva må ω_0 minst være for at snora hele tida skal være stram? (Igjen: Sunn fornuft gir en god sjekk også her.)

En oppgave for de ambisiøse:

Oppgave 5. Snorkrefter, akselerasjoner og likningsbokholderi

Når et antall masser kan bevege seg éndimensjonalt, gir Newtons 2. lov én likning for hver masses akselerasjon, når kreftene er kjente. Hastigheter og posisjoner kan da finnes ved integrasjon, og bevegelsene til massene er derfor i prinsipp bestemt. Men i praksis kan det lett floke seg til med en blanding av krefter og kinematiske føringer, slik at bokholderiet blir strevsomt. Et eksempel på dette følger, som en utfordring til de ambisiøse.



I figuren til venstre er vist fire masser som er forbundet ved (tilnærmet) masseløse snorer. Trinsene snorene ligger over regnes også som masseløse, og de kan rotere friksjonsfritt. Massen m_3 beveger seg friksjonsfritt på sitt horisontale underlag. Hver enkelt av massene beveger seg éndimensjonalt (langs en linje). Vi antar at systemet ved $t = 0$ er i ro, og så slippes. Når massene og tyngdens akselerasjon er kjent, burde det i prinsipp være mulig å bestemme alle massenes akselerasjoner (inntil kollisjoner og denslags inntreffer og endrer situasjonen fullstendig).

a. Vis at siden alle tre snorer som forbinder massene har en gitt lengde, representerer dette tre kinematiske betingelser som gir relasjoner mellom akselerasjonene til de fire massene. Finn disse relasjonene.

b. Kall strekkrafta i snora som forbinder massene m_1 og m_2 for S_0 og strekkreftene i snorene knyttet opp i venstre og høyre side av masse 3 for henholdsvis S_{v} og S_{h}. Bruk dette til å skrive ned Newtons 2. lov for de fire klossenes akselerasjoner. Vi har neglisjert trinsenes masser. Derved gir Newtons 2.lov for den masseløse trinsen som m_1 og m_2 henger i, en direkte relasjon mellom S_0 og S_{v}. Finn denne.

c. Sjekk at du nå har tilstrekkelig mange likninger til å bestemme alle fire klossenes akselerasjoner og strekkreftene i alle snorene. (Vi slutter der, men veien er nå åpen til den fullstendige løsning av problemet.)

Utvalgte fasitsvar:
1c) ca. år 4600 1d) $T = 0,024\,\mathrm{s}$ eller $T = 0,021\,\mathrm{s}$, alt etter regnemåten. 2a) 0,57 N; 2b) 1,32 s 3c) $L = 0,50\,\mathrm{m}$