TFY4115 Fysikk (MTEL/MTTK/MTNANO)
Øving 3

Veiledning: Mandag 17. sep. kl 17:15-19.
Innlevering: Onsdag 19. sep. kl. 12:00

Oppgave 1. Kloss på skråplan

En kloss med masse 1,00 kg holdes i ro på et skråplan med helningsvinkel 30°. Den statiske friksjonskoeffisienten er $\mu_s = 0,43$ og den kinetiske (dynamiske) friksjonskoeffisienten er $\mu_k = 0,40$.

a. Hvor stor er friksjonskrafta og akselerasjonen når klossen slippes?

b. Vi lar så klossen bli påvirket av en tilleggskraft på $F = 1{,}00$ N, rettet oppover langs skråplanet. Hva blir nå klossens friksjonskraft og akselerasjon når den slippes? (Tilleggskrafta virker uendra både før og etter klossen slippes.)

c. Vi gjentar eksperimentet men med tilleggskrafta $F = 2{,}00$ N. Finn igjen klossens friksjonskraft og akselerasjon når den slippes.

Oppgave 2. Svingefunksjonen

Et legeme svinger med utslag: $x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \theta)$
der $x_0 = 0,50\,\mathrm{m}$, $\omega = \dfrac{3\pi}{4}\ \mathrm{s}^{-1}$, $\theta = -\dfrac{\pi}{4}$, og t er tida i sekunder.

a. Finn perioden T og frekvensen f for oscillatoren (tallverdier).

b. Finn uttrykk for hastigheten $v(t) = \dot{x}(t)$ og akselerasjonen $a(t) = \ddot{x}(t)$. (Ikke sett inn tallverdier)

c. Tegn en graf med den relative tida t/T langs horisontal akse og posisjonen $x(t)$ langs vertikal akse. Marker også langs den horisontale aksen verdier for ωt. (Dvs. to skalaer på samme aksen).
Tegn også tilsvarende grafer for $v(t)$ og $a(t)$, tegn alle tre grafene under hverandre.
Du kan få hjelp av svarene i d) - e) til å tegne grafene.

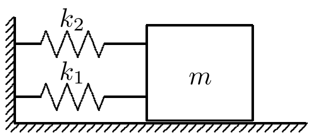
d. Hva er posisjonen x_0 og hastigheten v_0 ved $t = 0$?

e. Hva er den maksimale hastigheten $v_{\max}$ og ved hvilke tider finner vi denne?

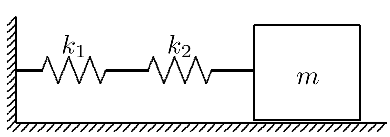
Oppgave 3. Kopling av fjærer

Et enkelt masse-fjær-svingesystem med masse m og fjærstivhet k_i har som kjent svingefrekvens $\omega_i = \sqrt{k_i/m}$. Sett opp Newtons lover for de tre svingesystemene vist i figurene under og finn svingefrekvensen ω for hvert av systemene uttrykt med ω_1 og ω_2. I alle tilfellene er fjærene masseløse og det er ingen friksjon.

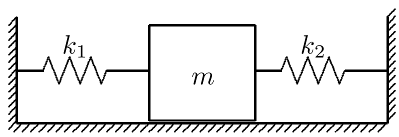
a.



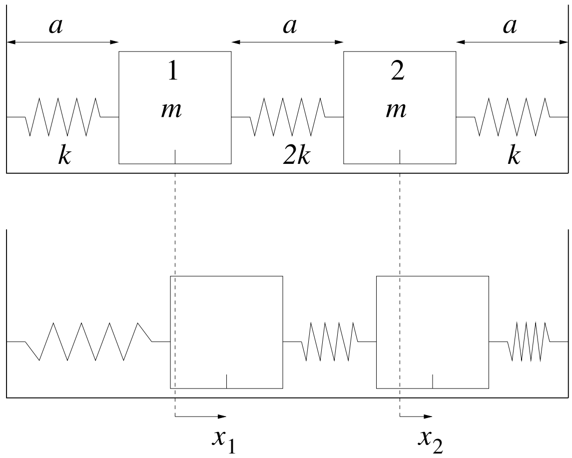
b.



c.



Oppgave 4. Koplet svingning
(hvorav b og c utfordrende, men det er gitt mye hjelp)



To like klosser, hver med masse m, er festet til masseløse fjærer med fjærkonstant henholdsvis k (de to ytterste) og $2k$ (den i midten).
I den øverste figuren er hele systemet i likevekt: Begge masser er i ro, alle fjærer har lengde a, og de er verken strukket eller sammenpresset. Nederst er det vist en generell tilstand, der x_1 og x_2 angir "utsvingene" til henholdsvis masse 1 og 2.

a. Bruk Newton 2 på klossene 1 og 2 til å finne de to koplete bevegelseslikningene for x_1 og x_2.

b. Anta at de to klossene utfører harmoniske svingninger med samme vinkelfrekvens ω og samme fasekonstant ϕ. Med andre ord, anta at

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A\cos(\omega t + \phi) \\ x_2(t) &= B\cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Sett disse antagelsene inn i bevegelseslikningene. Du har da fått to likninger med to ukjente, A og B. For at dette likningssettet skal ha ikke-triviell[1] løsning må det legges visse krav. Du kan finne kravet f.eks. ved å finne to uttrykk for A/B fra henholdsvis de to likningene, og kreve at de to oppnådde uttrykkene må være like. Eller, dersom du har mer avanserte metoder fra lineær algebra, kan du bruke det.[2]

Ut fra det oppnådde kravet får du en andregradslikning for ω^2, vis herfra at de to mulige vinkelfrekvensene som klossene kan svinge med er

$$\omega_\mathrm{a} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{og} \quad \omega_\mathrm{s} = \sqrt{\frac{5k}{m}}\,.$$

c. Bestem, for hver av vinkelfrekvensene ω_a og ω_s, forholdet mellom koeffisientene: A/B. Tegn øyeblikksbilder av systemet når det svinger i hver av disse såkalte "normalmodene" a (for antisymmetrisk) og s (for symmetrisk). Prøv å se direkte fra disse bildene hva de tilhørende ω må være og sammenlign med det du fant i punkt b.

Utvalgte fasitsvar:
1a) 3,4 N, 1,51 m/s^2, 1b) 0,51 m/s^2, 1c) 2,91 N.
2d) 0,35 m og 0,83 m/s, 2e) 1,18 m/s
3b) $\frac{\omega_1\omega_2}{\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}}$.
4c) $A_\mathrm{a}/B_\mathrm{a} = 1 \quad A_\mathrm{s}/B_\mathrm{s} = -1$.

[1] Med triviell løsning menes $A = B = 0$.
[2] Likningssettet med de to ukjente A og B kan skrives som en homogen matriselikning:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Kravet til at likningen skal ha ikke-triviell løsning er at determinanten til koeffisientmatrisa er null:

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix} = 0.$$