Inst. fysikk 2012

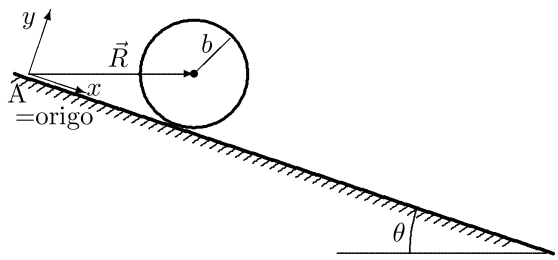
TFY4115 Fysikk (MTEL/MTTK/MTNANO)
Øving 8

Veiledning: Mandag 22. okt. kl 17:15-19.
Innlevering: Onsdag 24. okt. kl. 12:00

Oppgave 1. Bruk av totalt spinn

Figuren viser ei kule med masse m og radius b som ruller nedover et skråplan med helning θ.

Vi har i forelesningene funnet akselerasjon a og friksjonskrafta F_f for kula ved å bruke Newton 2 langs skråplanet og spinnsatsen om *akse gjennom kulas massesenter*. Vi skal nå alternativt finne a ved å velge referansepunkt A (aksen for moment) på skråplanet ovenfor kula. I forelesningseksempel med slurende/rullende bowlingkule ble det på samme måte brukt referansepunktet i et punkt på bakken. Fordelen er da at vi kan bestemme a uten å vite friksjonskrafta F_f. Oppgaven er en god hjelp til den noe vanskeligere oppgaven om biljardkule lenger nede.



Vi legger inn et koordinatsystem xy som vist i figuren med x parallell med skråplanet og z-aksen opp av papirplanet. Spinnet om A blir

$$\vec{L} \;=\; m\vec{R}\times\vec{V} + I_0\,\vec{\omega}.$$

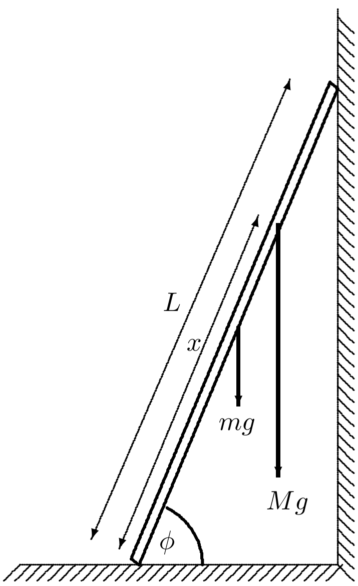
Her er $\vec{R}$ massesenterets posisjon, $\vec{V}$ massesenterets hastighet, $I_0 = (2/5)mb^2$ kulas treghetsmoment om akse gjennom massesenteret og $\vec{\omega}$ er den roterende kulas vinkelhastighet.

a. Tegn inn alle krefter på kula og finn *netto*-kraft $\vec{F}$ og *netto*-kraftmoment $\vec{\tau}$ på kula. Uttrykk og retning.

b. Hva er retningen for $\vec{R}\times\vec{V}$ og for $\vec{\omega}$? Finn spinnet $\vec{L}$, uttrykt med bl.a. V.

c. Bruk alt dette til å bestemme akselerasjonen a til kulas massesenter nedover langs skråplanet.

Oppgave 2. Dagens HMS-utfordring.



Figuren viser en stige satt opp mot en vegg. Stigen har massen m og lengden L, med tyngdepunktet midt på. Stigen settes opp med en vinkel ϕ relativt horisontalplanet. Den bolde maler, med masse M, klatrer opp i stigen og står på et trinn i avstand x fra stigens nedre ende. I realiteten vil både friksjon mellom stige og underlag, og mellom stige og vegg, bidra til å stabilisere situasjonen. Vi skal her neglisjere hjelpen fra friksjon mot veggen, og regne som om det eneste som hindrer kollaps, er den statiske friksjonskoeffisienten μ_s mellom stige og gulv. Her er det likevel mye som kan variere: μ_s, x og ϕ. Hva må til for at stigen blir stående i ro?

a. Skriv ned likevektsbetingelsene for stige pluss maler, og vis at minimumskravet for stabil likevekt er

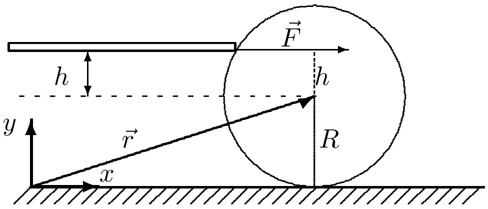
$$\tan\phi \;\geq\; \frac{\frac{x}{L}M + \frac{1}{2}m}{\mu_s(M+m)}.$$

b. La $m = 12{,}0\,\mathrm{kg}$ og $M = 80\,\mathrm{kg}$. Hva er minimumsvinkelen som tillater maleren å gå helt til topps i stigen (som vi definerer er $x/L = 9/10$), når μ_s har henholdsvis verdiene 0,50, 0,40 og 0,30?

c. Noen HMS-kommentarer til dette?

Oppgave 3. Glimt fra en biljardkules fascinerende verden.

Biljard er en krevende sport, og fordrer at spilleren har et godt praktisk grep på kulers tyngdepunktsbevegelse og rotasjon, friksjonskreftenes rolle, samt resultatet av elastiske støt mellom kuler. Her skal vi ta for oss en "enkel" problemstilling som likevel er en god illustrasjon av den relativt subtile mekanikk som kommer til anvendelse på biljardbordet. Oppgaven hører ikke til de enkleste, men den er lærerik, for fysikkstudenter så vel som biljardspillere.



Situasjonen vi skal se på er som følger: Biljardkula med masse M og radius R får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø. Vi legger et koordinatsystem xyz med origo på bordflata og xy-flata lik vertikalplanet gjennom kulas massesenter.

Køen er retta i x-retning og treffer kula (som ligger i ro) midt på kula, dvs. i xy-planet med en kraft F i x-retning. Treffpunktet er i høyden h over massesenteret (eller under, hvis $h < 0$), se figuren.

Støtet er så kraftig og er over på så kort tid at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskrafta fra biljardbordet. *Etter* støtet derimot, vil friksjonskrafta F_f spille en viktig rolle for kulas fortsatte bevegelse.

a. Det kortvarige støtet gir en kraftimpuls $F\Delta t$, som resulterer i at massesenteret får initialhastigheten V_0. Det kortvarige støtet gir også en kortvarig dreiemomentimpuls $\tau\Delta t$, som resulterer i at kula starter opp med vinkelhastigheten ω_0. Vis fra impulsloven for henholdsvis $F\Delta t$ og $\tau\Delta t$ at sammenhengen mellom V_0 og ω_0 er

$$V_0 = \frac{2R^2}{5h} \cdot \omega_0 .$$

Hva er betingelsen for at vi allerede fra første øyeblikk får rein rulling?

b. For de fleste verdier av støtparameteren h vil biljardkula i begynnelsen gli på bordet samtidig som den roterer. Hvilken retning vil friksjonskrafta F_f, fra bordet på kula, ha i denne fasen, avhengig av h's verdi?

c. Etter at støtet er overstått, vil kulas totale spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = M\,\vec{r} \times \vec{V} + I_0\vec{\omega}$ være bevart, *dersom* vi velger referansepunktet i et punkt langs skjæringslinja mellom bordets overflate og vertikalplanet gjennom kulas massesenter (dvs. langs x-aksen i figuren). Enkleste valg er i origo, se figuren. Hvorfor får vi spinnbevarelse med dette valget? Vi antar at bare z-komponenten til $\vec{L}$ er aktuell her, ingen rotasjon om annen akse.

d. Pga. friksjonen mellom bord og kule vil kulas bevegelse etter en viss tid gå over til rein rulling. Bruk konservering av L_z til å finne massesenterhastigheten V_r etter at rein rulling har inntrådt. Skisser kurva $V_\mathrm{r}(h)$ for $-R < h < R$. (Hvis betingelsen for rein rulling er oppfylt fra første øyeblikk, skrumper denne "viss tid" inn til null, og $V_\mathrm{r} = V_0$; ha dette som en kontroll av svaret.)

e. Vis at tida det tar fra slaget til biljardkula ruller, t_r, er gitt som

$$t_\mathrm{r} = \frac{2V_0}{7\mu_\mathrm{k} g}\left|1 - \frac{5h}{2R}\right|$$

der μ_k er den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom bord og kule.
TIPS: Bruk svaret i **b.** og en konstant-akselerasjonslikning.

(Er du enda ikke mett på regning kan du også finne:
f. energitapet ΔE,
g. forskjøvet strekning ℓ langs underlaget i tida t_r, dvs. fra støtet til rein rulling oppnås.)

Utvalgte fasitsvar:
1d: $-\hat{\mathbf{z}}\ \frac{7}{5}mbV$;   1e: $\frac{5}{7}\,g\sin\theta$;   2b: $60°, 65°$ og $71°$;   3b: $h/R = +2/5$;