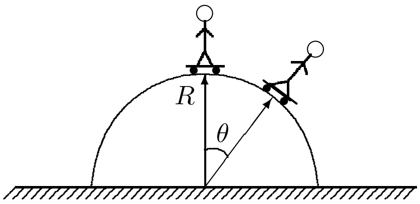
Inst. fysikk 2012

TFY4115 Fysikk (MTEL/MTTK/MTNANO)
Øving 9

Veiledning: Mandag 29. okt. kl 17:15-19.
Innlevering: Onsdag 31. okt. kl. 12:00

Oppgave 1.



En sprø rullebrettentusiast balanserer på toppen av St. Paul katedralen, som danner en halvkuleformet kuppel med radius $R = 50$ m. Han har masse m, tyngdeakselerasjonen er $g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ og friksjon neglisjeres. Likevekten er ustabil, og som følge av en liten ustøhet, begynner han å rulle nedover flata.

Under bevegelsen er akselerasjonen ikke konstant. Det er enkelt å analysere problemet analytisk med energilikninger, og det skal du gjøre først. Deretter skal du løse bevegelseslikningene numerisk med et Matlab-program.

Analytisk:

a. Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for hastigheten, v, som funksjon av vinkel θ. Finn uttrykk for $F_{\mathrm{N}}(\theta)$, dvs. normalkrafta mellom brettet og underlaget.

b. Ved hvilken vinkel θ_0 vil brettkjøreren lette fra kuppelen? Og hva er hastigheten v_0 da?

Med Matlab:

c. Med vinkelhastighet $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t = \omega$ og vinkelakselerasjon $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = \alpha$ blir bevegelseslikningene på differensiell form:

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{G_{\parallel}/m}{R} = \frac{g\sin\theta}{R} \quad , \qquad \mathrm{d}\omega = \alpha \cdot \mathrm{d}t \quad , \qquad \mathrm{d}\theta = \omega \cdot \mathrm{d}t\,.$$

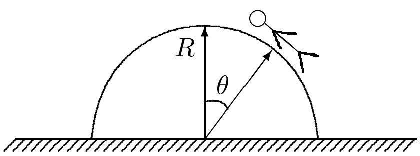
Disse likningene er litt kinkige å løse analytisk, da akselerasjonen α er avhengig av θ, og θ igjen av avhengig av tida t. Vi velger derfor numerisk integrasjon med et Matlab-program.

Om du ønsker kan du velge Verlet-integrasjon som i tidligere øvinger, men vil her anbefale en mer direkte metode (Euler-metode). Mye hjelp finner du i øvingstips på nettsida, det er ikke noe nederlag å kikke der.

Finn α, θ, ω og F_{N} for hvert tidsstep. Plott resultatet for θ, ω og F_{N} som funksjon av tida. Plott også α, ω og F_{N} som funksjon av θ og drøft om resultatet stemmer med det analytiske resultatet i a.

Legg i programmet ditt inn en mulighet for å finne ved hvilken vinkel θ_0 brettkjøreren vil lette fra kuppelen. Stemmer svaret med det analytiske i b?

Oppgave 2. Samme som oppgave 1, nå med friksjon.



En takarbeider har et oppdrag på toppen av samme katedralen. Arbeideren er usikret, tipper overende, greier ikke å klamre seg fast og glir nedover taket. Arbeideren har masse m og friksjonskoeffisienten mellom arbeideren og taket er $\mu_{\mathrm{k}} = \mu_{\mathrm{s}} = \mu$.

Med Matlab:

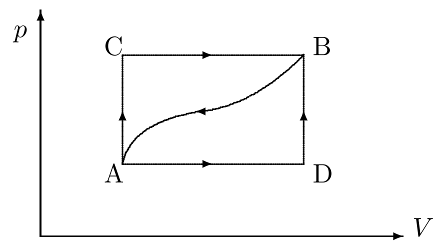
a. Løs problemet ved å ta utgangspunkt i Matlab-programmet ditt ovenfor. Du trenger bare små tillegg i programmet ved å legge inn en friksjonskoeffisient `my` som en ny variabel og friksjonskraft $F_{\mathrm{N}}(\theta) = \mu F_{\mathrm{N}}(\theta)$ som bidrar til lavere akselerasjon α. Varier verdien for μ og se om resultatet er rimelig. For $\mu = 0$ skal resultatet bli som ovenfor. kurver for f.eks. $\mu = 0,30$.

Analytisk:

b. Sett opp uttrykk for energibalanse over en liten forflytning $\mathrm{d}\theta$ for arbeideren og kom slik fram til en differensiallikning som beskriver sammenhengen mellom v og θ langs kuleoverflata. Differensiallikningen trengs ikke løses. Drøft om likningen vil gjelde alle vinkler θ.

TERMISK FYSIKK:

Oppgave 3. Trening i første hovedsetning.



I et termodynamisk system foregår en tilstandsforandring fra A til B. Når prosessen følger vegen ACB (se figuren) opptar systemet 80 J varme samtidig som det utfører et arbeid på 30 J.

a. Hva er forskjell i indre energi U mellom tilstand A og B?

b. Hvor stor varmemengde Q_{ADB} mottar systemet dersom prosessen følger vegen AD når det utførte arbeid i dette tilfellet er 10 J?

c. Systemet går tilbake fra tilstand B til utgangspunkt A langs den krumme banen. Under denne prosessen utføres et arbeid 20 J på systemet. Vil systemet motta eller avgi varme under denne prosessen, og i tilfelle hvor mye?

d. Anta at de indre energiene i tilstandene A og D er henholdsvis $U_{\mathrm{A}} = 80$ J og $U_{\mathrm{D}} = 120$ J. Finn de mottatte varmemengder Q_{AD} og Q_{DB} under prosessene AD og DB.

Oppgave 4. Isotermt arbeid.

To mol av en ideell gass er ved temperaturen 300 K. Gassen ekspanderer isotermt til to ganger sitt opprinnelige volum. Beregn arbeidet som gassen gjør, nødvendig varme tilført og endring i gassens indre energi.

Utvalgte fasitsvar:
1a: $v(\theta) = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$, 1b: $F_{\mathrm{N}} = mg(3\cos\theta - 2)$; $\theta_0 = 48^\circ$, $v_0 = 65$ km/h 3d: 50 J, 10 J; 4: 3,46 kJ.