

**Eksamensoppgave i  
TFY4115 FYSIKK  
for MTNANO, MTTK og MTEL**

**Faglig kontakt under eksamen:** Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen  
**Tlf.:** 486 05 392

**Eksamensdato:** Torsdag 11. desember 2014

**Eksamensstid:** 09:00 - 13:00

**Tillatte hjelpeemidler (kode C):**

Bestemt enkel godkjent kalkulator.

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

Vedlagt formelark.

**Annen informasjon:**

1. Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen.
2. Noen generelle faglige merknader:
  - Symboler er angitt i kursiv (f.eks. *m* for masse), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. *m* for meter)
  - $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  og  $\hat{z}$  er enhetsvektorer i henholdsvis *x*-, *y*- og *z*-retning.
  - Ved tallsvart kreves både tall og enhet.
3. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 poeng, galt svar eller flere svar gir 0 poeng, blank (ubesvart) gir 1 poeng.**
4. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.
5. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen og vurdert av Tor Nordam.

**Målform/språk:** Bokmål.

**Antall sider (inkludert denne forsida):** 6.

**Antall sider vedlegg:** 3.

**Kontrollert av:**

---

Dato

Sign

**Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 50 %)**

**Oppgave 2. Mekanikk (teller 25%)**

**Oppgave 3. Termodynamikk (teller 25 %)**

Side 2-6 blir tilgjengelig på eksamensdagen 11. des!

**FORMELLISTE.**

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

**Fysiske konstanter:**

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad u = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3} \text{ kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K} \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

**SI-enheter:**

**Fundamentale SI-enheter:** meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

**Noen avledete SI-enheter:** newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

**Varianter:** kWh = 3,6 MJ m/s = 3,6 km/h atm = 1,013 · 10<sup>5</sup> Pa 1 cal = 4,19 J

**Klassisk mekanikk:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{der } \vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Konstant } \vec{a}: \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{Konstant } \vec{\omega}: \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\text{Arbeid: } dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi: } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p(\vec{r}) = \text{potensiell energi (tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2}kx^2) \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + E_p(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$\text{Konservativ kraft: } \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p(\vec{r}) \quad \text{f.eks. } F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_p(x, y, z) \quad \text{Hooke s lov (fjær): } F_x = -kx$$

$$\text{Tørr friksjon: } |F_f| \leq \mu_s F_\perp \text{ eller } |F_f| = \mu_k F_\perp \quad \text{Våt friksjon: } \vec{F}_f = -k_f \vec{v} \text{ eller } \vec{F}_f = -bv^2 \hat{v}$$

$$\text{Kraftmoment (dreiemoment) om origo: } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad \text{Arbeid: } dW = \tau d\theta$$

$$\text{Betingelser for statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}, \quad \text{uansett valg av referansepunkt for } \vec{\tau}_i$$

$$\text{Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): } \vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \vec{r} dm \quad M = \sum m_i$$

$$\text{Kraftimpuls: } \int_{\Delta t} \vec{F}(t) dt = m \Delta \vec{v} \quad \text{Alle støt: } \sum \vec{p}_i = \text{konstant} \quad \text{Elastisk støt: } \sum E_i = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet: } \vec{\omega} = \omega \hat{\mathbf{z}} \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\phi} \quad \text{Vinkelakselerasjon: } \vec{\alpha} = d\vec{\omega}/dt \quad \alpha = d\omega/dt = \ddot{\phi}$$

$$\text{Sirkelbev.: } v = r\omega \quad \text{Sentripetalaks.: } \vec{a} = -v\omega \hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r} \hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2 \hat{\mathbf{r}} \quad \text{Baneaks.: } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r \alpha$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad \text{stive legemer: } \vec{L} = I \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Spinn for rullende legeme: } \vec{L} = \vec{R}_{cm} \times M\vec{V} + I_0 \vec{\omega}, \quad \text{Rotasjonsenergi: } E_{k,rot} = \frac{1}{2}I\omega^2,$$

$$\text{der trehetsmoment } I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm \quad \text{med } r = \text{avstanden fra } m_i \text{ (dm) til rotasjonsaksen.}$$

Med aksen gjennom massemiddelpunktet:  $I \rightarrow I_0$ , og da gjelder:

$$\text{kule: } I_0 = \frac{2}{5}MR^2 \quad \text{kuleskall: } I_0 = \frac{2}{3}MR^2 \quad \text{sylinder/skive: } I_0 = \frac{1}{2}MR^2 \quad \text{åpen cylinder/ring: } I_0 = MR^2$$

$$\text{lang, tynn stav: } I_0 = \frac{1}{12}M\ell^2 \quad \text{Parallelakkseteoremet (Steiners sats): } I = I_0 + Mb^2$$

Udempet svingning:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$        $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$        $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependel:  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$ , der  $\sin \theta \approx \theta$       Fysisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$       Matematisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempet svingning:  $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$        $\gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$  Underkritisk dempet:  $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi)$  med  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$  Overkritisk dempet:  $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$  med  $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungne svingninger:  $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$ , med (partikulær) løsning når  $t \gg \gamma^{-1}$  :

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \delta), \quad \text{der } x_0(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \quad \tan \delta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

“Rakettlikningen”:  $m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_Y + \beta \vec{u}_{ex}$  der  $\beta = \frac{dm}{dt}$  og  $\vec{u}_{ex}$  = utskutt masses hastighet relativ hovedmasse

### Termisk fysikk:

$n$  = antall mol       $N = nN_A$  = antall molekyler       $n_f$  = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1} d\ell/dT$        $\beta = V^{-1} dV/dT$

$\Delta U = Q - W$        $C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$        $C' = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$

$pV = nRT = Nk_B T$        $pV = N \frac{2}{3} \langle E_k \rangle$        $\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$        $W = p\Delta V$        $W = \int_1^2 pdV$

Ideell gass:  $C_V = \frac{1}{2} n_f R$        $C_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = C_V + R$        $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$        $dU = C_V n dT$

Adiabat:  $Q = 0$       Ideell gass:  $pV^\gamma = \text{konst.}$        $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$        $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{konst.}$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner:  $\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$       Carnot:  $\eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H}$       Otto:  $\eta_O = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap:  $\eta_K = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$       Varmepumpe:  $\eta_V = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$

Clausius:  $\sum \frac{Q}{T} \leq 0$        $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$       Entropi:  $dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$        $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$

1. og 2. hovedsetning:  $dU = dQ - dW = TdS - pdV$

Entropiendring  $1 \rightarrow 2$  i en ideell gass:  $\Delta S_{12} = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Varmeledning:  $\dot{Q} = \frac{\kappa A}{\ell} \Delta T = \frac{1}{R} \Delta T$        $j_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$        $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T$       Varmeovergang:  $j = \alpha \Delta T$

Stråling:  $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1 - r)\sigma T^4$        $j_s = \frac{c}{4} u(T)$

Planck:  $j_s(T) = \int_0^\infty \eta(j_s, T) dj_s$  der  $j_s$ 's frekvensspekter =  $\eta(j_s, T) = \frac{dj_s}{d\lambda} = 2\pi hc^2 \cdot \frac{\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{k_B T \lambda}\right) - 1}$

Wiens forskyvningslov:  $\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m K}$

Studieprogram: MT.....

Kandidat nr. \_\_\_\_\_

Dato: \_\_\_\_\_ Side<sup>\*)</sup>: \_\_\_\_\_

Antall ark: \_\_\_\_\_

**Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.**

Denne siden fylles ut, rives av og leveres inn, \*) fortrinnsvis som side 1.  
 Husk informasjonen øverst til høyre.

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	