

Fra kap.8. Kollisjoner:

Oppgave:
 Ei kule skytes inn i en trekloss som farer opp i lufta (fullst. uelastisk støt).
 Kula treffer ved A, B eller C.
 Hvilket treff løfter treklossen til størst høyde h ?

Kule med høy fart v

Fra kap.8. Kollisjoner:

Oppgave:
 Ei kule skytes inn i en trekloss som farer opp i lufta (fullst. uelastisk støt).
 Kula treffer ved A, B eller C.
 Hvilket treff løfter treklossen til størst høyde h ?

Svar:
 Like høyt for alle.
 Bevegelsesmengde bevart:
 Alltid samme fart for klossen:

$$mv = (M+m)V_{cm}$$

I tillegg kommer rotasjon ved B og C (mest ved C)

Demonstrert og forklart på YouTube:
www.youtube.com/watch?v=BLyoyLcdGPC&list=UUHnyfMqjRRG1u-2MsSQLbXA

Kule med høy fart v

Øving 5. Oppgave 4:

Kule skytes inn i stav som er hengslet ved A.

Er ytre krefter og ytre kraftmoment lik null?

Snelle med snor

- Trekkes mot deg ved liten vinkel θ
- Trekkes fra deg ved stor vinkel θ
- I ro ved $\cos \theta = r/R$

• Stive legemer i ro (statisk likevekt):

- Ingen translasjon $\Rightarrow \sum \mathbf{F} = 0$
- Ingen rotasjon $\Rightarrow \sum \boldsymbol{\tau} = 0$ ($\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$)
- » om enhver valgt akse

Bowlingkule (L&L Eks. 6.15)

Skli: $\omega = 0$ Rulle: $\omega = v_{rull}/R$

Om A: $L_A = r \times m v + I_0 \omega$
 Ingen krefter har moment $\Rightarrow L_A = \text{konst.} = mrv_0$
 $L_{\text{start}} = L_{\text{slutt}} \Rightarrow v_{\text{rull}} = v_0 \cdot 5/7$ (*) -- uten å kjenne F_f !

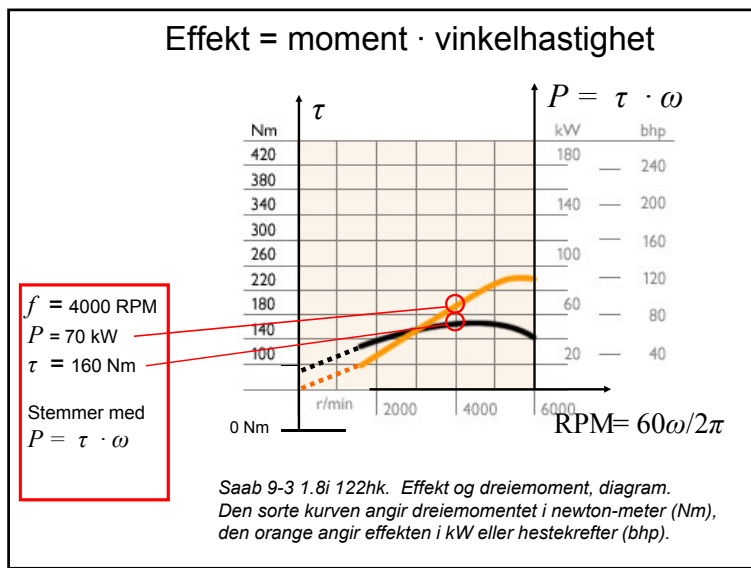
Om B: $L_B = I_0 \omega$
 $\tau_f = F_f \cdot R$
 $\Rightarrow L_B$ ikke konst. men $I_0 d\omega/dt = F_f \cdot R$, må kjenne F_f

Bowlingkule

Skli: $\omega = 0$ Rulle: $\omega = v_{rull}/R$

sklir $F_f = \mu_k mg$ (uavhengig v)
 rulling, konst v $F_f = 0$

$v = v_0 + at = v_0 - \mu_k g t$ $v_{\text{rull}} = \text{konst.}$
 $\omega = \omega_0 + a t$ $\omega_{\text{rull}} = v_{\text{rull}}/R = \text{konst.}$



Konstant-akselerasjonslikninger

Translasjon: (konstant akselerasjon a)

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$s - s_0 = \langle v \rangle t = \frac{1}{2}(v + v_0) t$$

Rotasjon om fast akse: (konstant vinkelakselerasjon α)

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$


$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$$

$$\theta - \theta_0 = \langle \omega \rangle t = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0) t$$

Rotasjon av stive legemer

- Trehetsmoment $I = \sum r_i^2 m_i$ (om en gitt akse)
- Rotasjonsenergi $E_k = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$
- Kraftmoment: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- Spinn (dreieimpuls) $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m \mathbf{v} = I \boldsymbol{\omega}$
- Spinnsatsen (N2-rot): $\boldsymbol{\tau} = d/dt \mathbf{L} = I d/dt \boldsymbol{\omega} = I \boldsymbol{\alpha}$
- Ingen ytre moment: $\mathbf{L} = \text{konst}$

stive legemer:



Kap. 9+10. Rotasjon. Oppsummering.

- Vinkelhastighet $\omega = d\theta/dt$, vinkelakselerasjon $\alpha = d\omega/dt$
- Sentripetalakselerasjon $a_c = -r \omega^2 = -v^2/r$
- Baneakselerasjon $a_t = r \cdot \alpha$
- Rotasjonsenergi $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
- Trehetsmoment $I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$ (om en gitt akse)
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- Spinn (dreieimpuls) $= \mathbf{L} = \mathbf{r} \times m \mathbf{v}$ (om en gitt akse)
For stivt legeme: $\mathbf{L} = I \boldsymbol{\omega}$
- Spinnsatsen: $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$ (N2-rot)
For stivt legeme: $\boldsymbol{\tau} = I d\boldsymbol{\omega}/dt$
- Friksjon er vesentlig for rulling:
 - rein rulling: statisk friksjon $F_f \leq \mu_s F_N$. Friksjonsarbeidet neglisjerbart
 - slure/gli: kinetisk friksjon $F_f = \mu_k F_N$. Friksjonsarbeidet viktig
- Eksempler: rulling, gyroskop (sykkelhjul), barnekarusell, m.m.

Translasjon:	Rotasjon:
Bevegelsesmengde (linear momentum): $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$	Spinn (angular momentum): $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m \mathbf{v}$ $\mathbf{L} = I \boldsymbol{\omega}$ Stivt legeme
N2-trans: $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ "Stivt" legeme (konst. m): $\mathbf{F} = m d\mathbf{v}/dt = m \mathbf{a}$	N2-rot (spinnsatsen): $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$ Stivt legeme (konst. I): $\boldsymbol{\tau} = I d\boldsymbol{\omega}/dt = I \boldsymbol{\alpha}$
$\mathbf{F} = 0 \Rightarrow \mathbf{p} = \text{konstant}$ (N1) "stivt" legeme: $\mathbf{v} = \text{konst}$	$\boldsymbol{\tau} = 0 \Rightarrow \mathbf{L} = \text{konstant}$ (N1-rot) stivt legeme: $\boldsymbol{\omega} = \text{konst}$

Kap. 9+10. Analogier translasjons- og rotasjonsbevegelser

Størrelse	Trans	Rot (vektor)	Rot (skalar)
Stedkoord.	\vec{r}		θ
Hastighet	$\dot{\vec{r}} = \vec{v}$	$\dot{\vec{\theta}} = \vec{\omega}$	$\dot{\theta} = \omega$
Akselerasjon	$\ddot{\vec{r}} = \vec{a}$	$\ddot{\vec{\theta}} = \vec{\alpha}$	$\ddot{\theta} = \alpha$
"Kraft"	\vec{F}	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\tau = rF \sin \theta$
"Masse"	m		$I = \int r^2 dm$
"Bev.mengde"	$\vec{p} = m \dot{\vec{r}}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \dot{\vec{\theta}}$	$L = r p \sin \theta = I \omega$
Kin. energi	$E_k = \frac{1}{2} m v^2$		$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$	$dW = \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta}$	$dW = \tau d\theta$
Effekt	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$P = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$	$P = \tau \omega$
Newton 2	$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \ddot{\vec{r}}$	$\vec{\tau} = \dot{\vec{L}} = I \ddot{\vec{\theta}}$	$\tau = I \ddot{\theta}$
Newton 1	$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{konst}$	$\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} = \text{konst}$	

Tregghetsmoment (om en gitt akse):

$$I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$$

Alle I_0 om massesentrum (cm):

- Ring om sentrum: $I_0 = MR^2$
- Ring om diameter: $I_0 = \frac{1}{2} MR^2$
- Sylinder eller skive om sentrum: $I_0 = \frac{1}{2} MR^2$
- Kule om diameter: $I_0 = \frac{2}{5} MR^2$
- Kuleskall om diameter: $I_0 = \frac{2}{3} MR^2$

Legemer som kan rulle: $I_0 = c MR^2$ ($c=1, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}$ etc.)

- Lang, tynn stav om midtpunkt: $I_0 = \frac{1}{12} ML^2$
- Rektangulær plate om midtpunkt: $I_0 = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$

Om annen parallell akse i avstand d (Steiners sats):

$$I = I_0 + M d^2$$

Se også Table 9.2 i Young & Freedman.

Spinn for akselererende/bremsende bil
(H&S kap. 4.7.2 og 5.4.4)

Spinn om bilens c.m. B

Spinn om fast bakkepunkt A

$N_b l_b - N_f l_f = M a h$

Fra en eksamensoppgave annet fysikkemne:

e) En sirkusartist på motorsykkel kjører med hastighet $v_0=85$ km/time opp en startrampe for deretter å foreta et langt hopp. Vinkelen målt fra horisontallinja til ei linje gjennom navene til motorsykkelens to hjul settes lik θ .

Artist + sykkel (unt. hjul) har i utgangspunkt spinn $L_{\text{artist}} = 0$
 Hjulene har (positivt) spinn L_{hjul} ned i papirplanet.
 $L_{\text{tot}} = L_{\text{hjul}} + L_{\text{artist}}$ er bevart.
 a) Dersom L_{hjul} **øker** må L_{artist} peke opp av planet (steiler)
 b) Dersom L_{hjul} **avtar** må L_{artist} peke ned i planet (stuper)

a) Hvordan vil vinkelen θ endre seg hvis motorsyklisten i svevet gir mer gass (øker turtallet til motoren)? Begrunn svaret. Du kan se bort fra luftmotstanden.

b) Hvordan vil vinkelen θ endre seg hvis motorsyklisten i svevet i stedet trykker inn handbremsa på framhjulet? Begrunn svaret. Du kan se bort fra luftmotstanden.