Kap. 8

Bevegelsesmengde. Kollisjoner. Massesenter.

Vi skal se på:

- Newtons 2. lov på ny: Definisjon bevegelsesmengde
- Kraftstøt, impuls. Impulsloven
- Kollisjoner:
  - Elastisk, uelastisk, fullstendig uelastisk
- Massesenter (tyngdepunkt)
- Rakettlikningen (variabel masse).

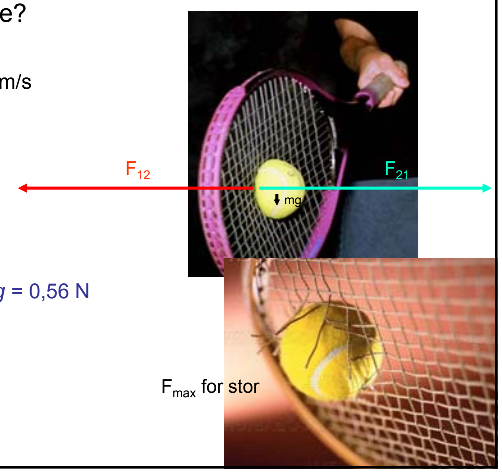
Kollisjoner skjer så raskt at vi *kan se bort fra* ytre krefter under kollisjonen

Hvor store er kreftene?

m = 56 g
v = 50 m/s $\rightarrow v$ = - 50 m/s
anta på t = 0,005 s

=>
$\langle F \rangle = \Delta p / \Delta t$ = 1120 N
$F_{max} \approx$ 2000 N

Ytre kraft = tyngde = mg = 0,56 N
er forsvinnende liten

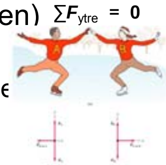


F_{max} for stor

Kap. 8.

Bevegelsesmengde. Flerpartikkelsystem.

- Bevegelsesmengde: $\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v}$
- Opprinnelig form Newton 2: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p} / dt$
- Kraftstøt = $\boldsymbol{J} = \int \boldsymbol{F}\, dt = \Delta \boldsymbol{p}$ (impulsloven) $\Sigma F_{ytre} = \mathbf{0}$
- Ingen ytre krefter => $\boldsymbol{p}_{tot}$ = konstant
  - Kraftstøt motsatt like stort på hvert legeme

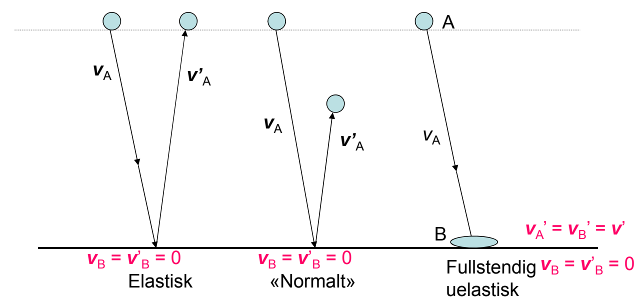


- ***Flerpartikkelsystem, kollisjoner.***
- *Tilleggslikninger:*
  - E Elastisk støt: *Kinetisk energi bevart*
  - U Fullstendig Uelastisk støt: *Felles sluttfart* (energi avtar)

  - Et «normalt» støt noe mellom E og U (energi avtar).

Tre klasser kollisjoner

(eksempel: kast mot vegg)

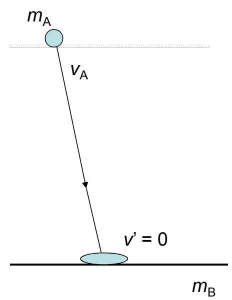


Alle kollisjoner: $m_A \boldsymbol{v}_A + m_B \boldsymbol{v}_B = m_A \boldsymbol{v}'_A + m_B \boldsymbol{v}'_B$ (100)

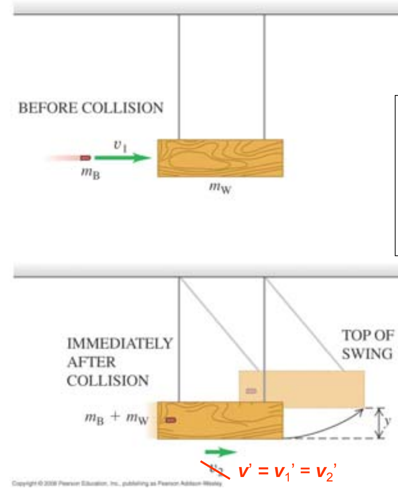
Fullstendig uelastisk med
$m_B >> m_A$ og $v_B = 0$
(vegg)

$v' = 0$

Likevel er ***p*** bevart !
($m_A v_A = m_B v' = \infty \cdot 0$)



Y&F: Ex. 8.8: Fullstendig uelastisk støt "Ballistisk pendel":



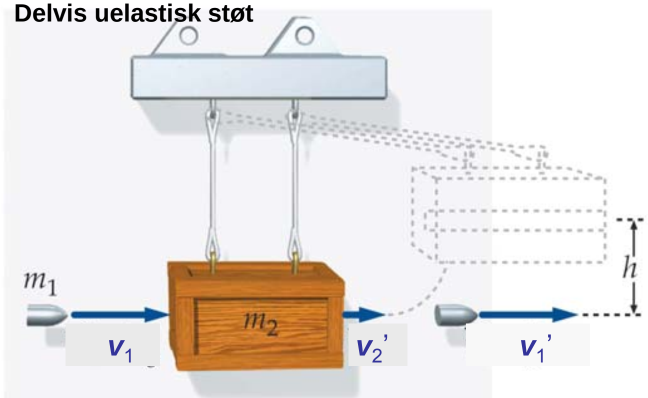
To ukjente:
v_1 og fellesfarten $v' = v_1' = v_2'$

To likninger:
Bev.mengdebevarelse **under** støtet:
$m_B v_1 + m_W \cdot 0 = (m_B + m_W) v'$

Energibevarelse **etter** støtet:
$\frac{1}{2}(m_B + m_W) v'^2 = (m_B + m_W) g y$

IKKE energibevaring i støtet:
$\frac{1}{2} m_B v_1^2 > \frac{1}{2}(m_B + m_W) v'^2$

Delvis uelastisk støt



Tre ukjente: Før støt: v_1 . Etter støt: v_1' og v_2'

To likninger: Impulsbevarelse **under** støtet og energibevarelse **etter** støtet.

Tilleggsopplysning: F.eks. oppgitt kulas fart etter støtet: $v_1' = \frac{1}{2} v_1$
(evt. kunne tap i energi være oppgitt)

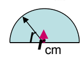
Massesenter

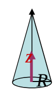
- *Punktpartikkel*: all masse i ett punkt
- *Flerpartikkelsystem*:
  Legeme = ∑ punktpartikler
  (nødvendig mhp. rotasjon, bøying, deformasjon)
- *Massesenter* $\vec{r}_{cm}$:
- Topartikkelsyst. $$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{M}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)$$
- *N*-partikkelsyst. $$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i \qquad (8.29)$$
- Kontinuerlig $$\vec{r}_{cm} = \frac{\int_{\text{legeme}} \vec{r}\cdot dm}{\int_{\text{legeme}} dm} = \frac{1}{M}\int_{\text{legeme}} \vec{r}\cdot dm \qquad (8.29B)$$

Massesenter

- Topartikkelsystem $\vec{r}_{cm} = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{1}{M}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)$
- *N*-partikkelsystem $\vec{r}_{cm} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \dfrac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i$ (8.29)
- Kontinuerlig $\boxed{\vec{r}_{cm} = \dfrac{\int_{legeme} \vec{r}\cdot dm}{\int_{legeme} dm} = \dfrac{1}{M}\int_{legeme} \vec{r}\cdot dm}$ (8.29B)

1-dim: Integrasjon langs linje: $dm = \lambda\ ds$. Eks: 

2-dim: Integrasjon over plan: $dm = \sigma\ dA$. Eks: 

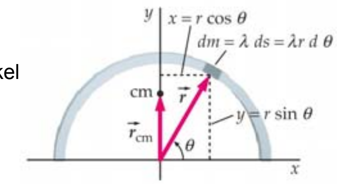
3-dim: Integrasjon over volum: $dm = \rho\ dV$. Eks: 

Eks. Massesenter

Eks. 1. Halvsirkel

$dm = \lambda\ ds$

$[\lambda] = kg / m$

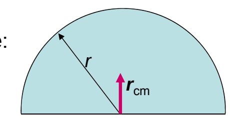


$y_{cm} = r\ 2/\pi = 0{,}64\ r$

Eks. 2. Halv sirkel**plate**:

$dm = \sigma\ dA$

$[\sigma] = kg / m^2$

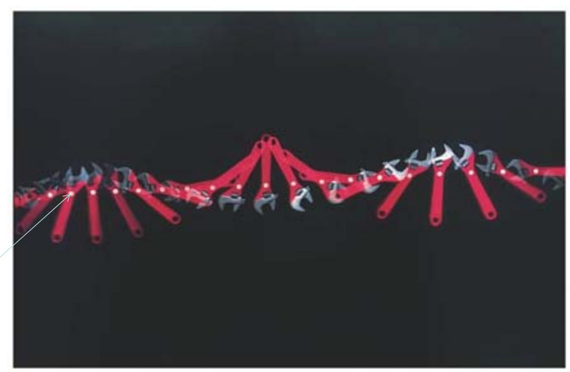


$y_{cm} = r\ 4/(3\pi) = 0{,}42\ r$

Kap. 8.
Massesenter

- *Tyngdepunkt = massesenter*
  dersom tyngdeaksel. ***g*** er lik over hele legemet
- Newtons lov for massesenter: $\sum \mathbf{F}_{ext} = m\mathbf{a}_{cm}$
- Tyngdens pot. en: $E_p = gM\ z_{cm}$

Friksjonsfritt, horisontalt underlag:

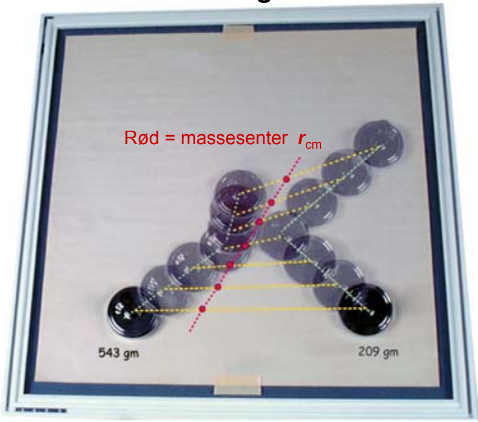


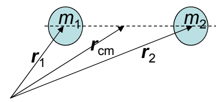
Masse-
senter

Massesenter har konstant fart, uavhengig av evt. rotasjon

Y&F Figure 8.29

Fullstendig elastisk støt





Ingen ytre krefter => $M \, d/dt \, \boldsymbol{r}_{cm} = \boldsymbol{F}_{ext} = \boldsymbol{0}$

=> Massesenteret r_{cm} fortsetter upåvirket under støtet.

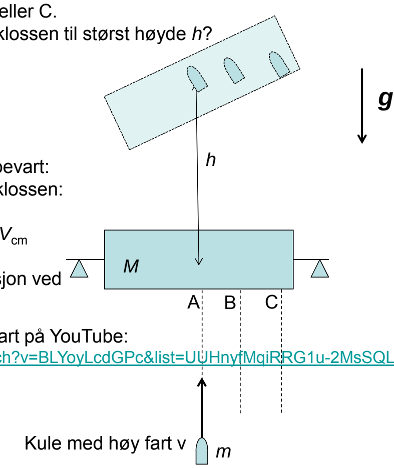
Relativbevegelsen (gult) endres under støtet.

Oppgave:
Ei kule skytes inn i en trekloss som farer opp i lufta (fullst. uelastisk støt).
Kula treffer ved A, B eller C.
Hvilket treff løfter treklossen til størst høyde h?

Svar:
Like høyt for alle.
Bevegelsesmengde bevart:
Alltid samme fart for klossen:

$$mv = (M+m)V_{cm}$$

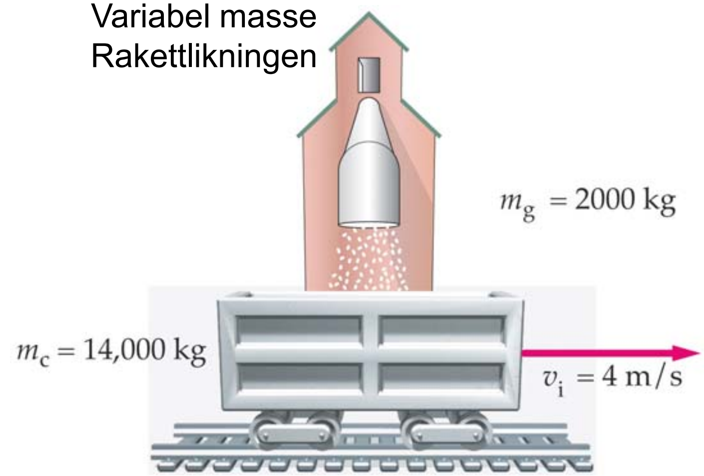
I tillegg kommer rotasjon ved B og C (mest ved C)



Demonstrert og forklart på YouTube:
www.youtube.com/watch?v=BLYoyLcdGPc&list=UUHnyfMqiRRG1u-2MsSQLbXA

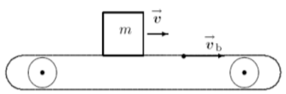
Variabel masse
Rakettlikningen

Variabel masse
Rakettlikningen



Øving 4:

Oppgave 3.



En kartong med masse m slippes ned på et transportband som beveger seg med konstant hastighet $\vec{v}_b$, se figur. Kartongen får etterhvert samme hastighet som bandet. Den kinematiske friksjonskoeffisienten er μ_k.

a. Hvor stort arbeid utfører friksjonskrafta, og hvor mye energi må transportbandet tilføres? (Se bort fra friksjon i bandets drivhjul).

b. Hvor langt transporteres kartongen i forhold til bakken før den får samme hastighet som bandet?

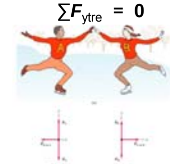
c. Hvor lang tid tar det for kartongen å oppnå samme hastighet som transportbandet? Hvor langt har bandet beveget seg på denne tida?

Kap. 8. Oppsummert

Bevegelsesmengde. Flerpartikkelsystem.

- Massesenter $\boldsymbol{r}_{cm} = \int \boldsymbol{r}\, dm/M$.
- Bevegelsesmengde: $\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v}$
- Opprinnelig form Newton 2: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p} / dt$
- Kraftstøt = $\boldsymbol{J} = \int \boldsymbol{F}\, dt = \Delta \boldsymbol{p}$ (impulsloven)
- Ingen ytre krefter => $\boldsymbol{p}_{tot}$ = konstant
  - Kraftstøt motsatt like stort på hvert legeme
- ***Flerpartikkelsystem, kollisjoner.***
- *Tilleggslikninger:*
  - Elastisk støt: Kinetisk energi bevart
  - Uelastisk støt: Ingen generell tilleggslikning. (Energi avtar)
  - Fullstendig uelastisk støt: Felles sluttfart. (Energi avtar)

$\sum \boldsymbol{F}_{ytre} = \mathbf{0}$



- Newtons lov for massesenter: $\sum \boldsymbol{F}_{ext} = m\boldsymbol{a}_{cm}$
- Tyngdens pot. en: $E_p = gM\,z_{cm}$
- Ikke konstant masse: Rakettlikningen $m\, d\boldsymbol{v}/dt = \boldsymbol{F}_Y + \boldsymbol{u}_{ex}\, dm/dt$

Kap 8. Oppsummert: Massesenter

- *Punktpartikkel*: all masse i ett punkt
- *Flerpartikkelsystem*:
  Legeme = ∑ punktpartikler
  (nødvendig mhp. rotasjon, bøying, deformasjon)
- *Massesenter $\boldsymbol{r}_{cm}$:*
- Topartikkelsyst. $\vec{r}_{cm} = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{1}{M}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)$
- N-partikkelsyst. $\vec{r}_{cm} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \dfrac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i$ (8.29)
- Kontinuerlig $\vec{r}_{cm} = \dfrac{\int_{legeme} \vec{r}\cdot dm}{\int_{legeme} dm} = \dfrac{1}{M}\int_{legeme} \vec{r}\cdot dm$ (8.29B)
- *Tyngdepunkt = massesenter* dersom $\boldsymbol{g}$ er lik over hele legemet

1-dim: Integrasjon langs linje: $dm = \lambda\, ds$.

2-dim: Integrasjon over plan: $dm = \sigma\, dA$.

3-dim: Integrasjon over volum: $dm = \rho\, dV$.