

# Eksempel: Virkningsgrad for Otto-syklus.

Presentert som "kan vise" i forelesning. Vist i Young & Freedman ifb. med likning (20.6). Beviset presenteres her, formulert som en oppgave og løsning.

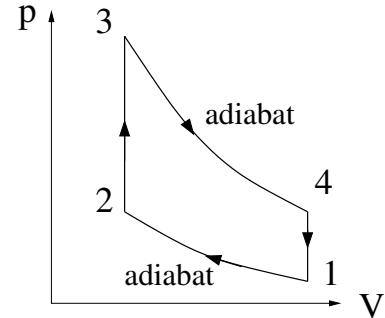
## Oppgave.

Figuren viser en Otto-syklus, dvs. en reversibel idealisering av en 4-takts bensinmotor som består av to isokorer og to adiabater. Temperaturen i hjørnene 1 - 4 er hhv.  $T_1 - T_4$ .

Regn ut virkningsgraden  $\eta_O$  for prosessen. Anta reversible prosesser, ideell gass som arbeidssubstans, og konstante varmekapasiteter. Vis at virkningsgraden kan uttrykkes ved hjelp av kompresjonsforholdet  $r = V_2/V_1$ , som

$$\eta_O = 1 - r^{1-\gamma},$$

der  $\gamma = C_p/C_V$  (adiabatkonstanten). Her er  $V_2$  og  $V_1 < V_2$  gassens volum i de to isokore delprosessene (hhv.  $4 \rightarrow 1$  og  $2 \rightarrow 3$ ). Varme tilføres ved  $V_1$  og avgis ved  $V_2$ .



## Løsning.

For å bestemme virkningsgraden trenger vi uttrykk for tilført varme  $Q_1$  ved lav-volum-isokoren  $V_1$  og avgitt varme  $Q_2$  ved høy-volum-isokoren  $V_2 = rV_1$ . Siden prosessene er isokore, dvs. konstant volum, blir de to varmemengdene

$$Q_1 = C_V(T_3 - T_2)$$

og

$$Q_2 = C_V(T_1 - T_4).$$

Her er  $T_3$  og  $T_2$  hhv. høy og lav temperatur for isokoren med volum  $V_1$ , mens  $T_4$  og  $T_1$  er høy og lav temperatur for isokoren med volum  $V_2$ . Virkningsgraden er

$$\eta_O = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_3 - T_2 + T_1 - T_4}{T_3 - T_2}.$$

Adiabatlikningene  $TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$  knytter temperaturene sammen:

$$\begin{aligned} T_1(rV_1)^{\gamma-1} &= T_2V_1^{\gamma-1} \\ T_4(rV_1)^{\gamma-1} &= T_3V_1^{\gamma-1}. \end{aligned}$$

Da kan (f.eks.)  $T_1$  og  $T_4$  elimineres ved disse adiabatlikningene, og vi finner

$$\begin{aligned} \eta_O &= \frac{T_3 - T_2 + T_1 - T_4}{T_3 - T_2} \\ &= \frac{T_3 - T_2 + T_2r^{1-\gamma} - T_3r^{1-\gamma}}{T_3 - T_2} \\ &= \frac{(T_3 - T_2)(1 - r^{1-\gamma})}{T_3 - T_2} \\ &= 1 - r^{1-\gamma} \\ &= 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}. \end{aligned}$$