Lab i TFY4120

# Oppgave 3: Motstand, Kondensator og Spole

Institutt for fysikk, NTNU

## 1.1 Innledning

Ohms lov, $V = RI$, gir sammenhengen mellom spenningsfallet over og strømmen gjennom en motstand. Sammenhengen er uavhengig av hvor raskt strømmen eller spenningen forandrer seg. Til sammenligning er spenningsfallet over både spole og kondensator avhengig av hvordan spenning og strøm endrer seg med tiden. I denne oppgaven skal vi gjøre oss kjent med hvordan kondensatorer og spoler oppfører seg når man forandrer spenningen over dem. Vi skal undersøke hva som avgjør hvor raskt strømmen når sin "stasjonære" verdi etter at spenningen forandres. Vi skal også se på hvordan man kan bruke kondensatorer og spoler til å bygge en resonanskrets som lagrer energi vekselvis i kondensatoren og spolen.

## 1.2 Forhåndsoppgaver

Vi anbefaler bruk av MATLAB (eller PYTHON) for plotting i forhåndsoppgavene. Vi anbefaler også at dere tar med egen datamaskin til laben, slik at samme programkode kan brukes med andre parametre for å sammenligne med måledata. Vi henviser til Tillegg B for det teoretiske grunnlaget for oppgavene gitt nedenfor.

1. Plott strøm $I$ som funksjon av tid $t$ (både som lin-log og lin-lin) i en $RC$-krets med en kondensator med kapasitans $C = 1\,\mu$F og resistans $R = 10\,k\Omega$. Anta at en likespenningskilde $V_0 = 1$ V kobles til kretsen ved $t = 0$. (Se kapittel B.2.1.)

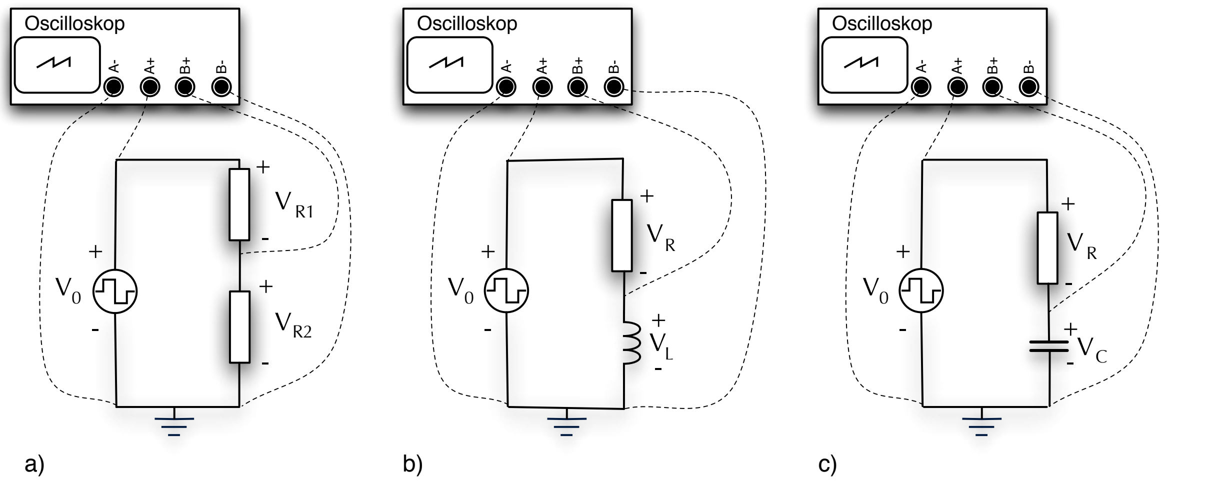
2. Plott strøm $I$ som funksjon av tid $t$ (både som lin-log og lin-lin) i en $RL$-krets med en spole med induktans $L = 1\,m$H og resistans $R = 1\,\Omega$. Anta at en likespenningskilde $V_0 = 1$ V kobles til kretsen ved $t = 0$. (Se kapittel B.2.2.)

3. Plott resonanskurven for amplituden $I_0(\omega)$ til strømmen $I(t)$ i $RCL$ serieresonanskretser med $C = 1\,\mu$F, $L = 1\,m$H og $(i)$ $R = 1\,\Omega$ og $(ii)$ $R = 20\,\Omega$. Bruk frekvensintervallet fra 1 til 6000 Hz. Husk å konvertere til vinkelfrekvens. (Se kapittel B.2.)

## 1.3 Obs før du starter med laboratorieoppgavene

Det legges vekt på forståelse av grunnleggende prinsipper. Forsøk å jobbe rolig og metodisk. Vi forventer at du sitter ut hele labtiden (4 timer). Det er *ikke* et krav at alle oppgaver skal utføres.

- Utstyret og instrumentene du skal bruke, må behandles forsiktig.
- **Det er livsfarlig og absolutt ikke tillatt å plugge labledninger i nettkontakter.**
- Rydd opp etter deg før du går. Slå av alle instrumenter.
- Når du kobler opp resonanskretsen, kan det oppstå høyspenning, ettersom inngangssignalet kan forsterkes opp til 200 ganger. Bruk aldri mer en 0.2 V i amplitude når du kobler opp kretsen.




Figur 1.4.1: Skjematisk oppkobling for den første delen av laboppgaven: a) bestemmelse av $R2$, b) bestemmelse av $L$, eller c) bestemmelse av $C$.

## 1.4 Laboratorieoppgaver

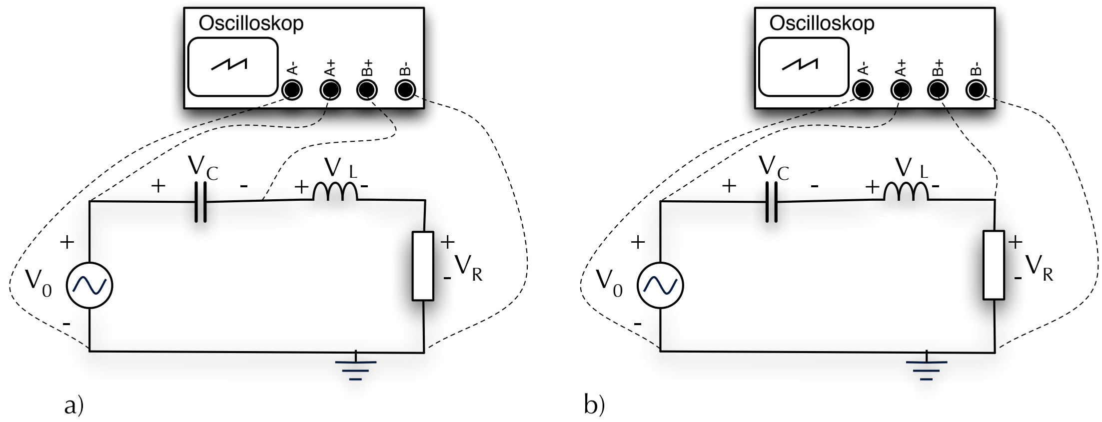
### 1.4.1 Bestemmelse av resistans

Dere finner tre ukjente resistanser på labplassen. Målet med denne første oppgaven er å lære instrumentene å kjenne gjennom å bestemme en ukjent motstandsverdi. Bruk en av de kjente motstandene i den svarte boksen som motstanden $R1$, med signalgeneratoren satt på 100 Hz og med en amplitude på 1 V. Koble opp i henhold til Figur 1.4.1a. Man må bruke begge inngangene A og B på oscilloskopet. Pass på å koble jord fra oscilloskopet til samme side av komponentene. Bruk deretter oscilloskopet til å bestemme spenningen over $R2$, og dermed verdien av den ukjente motstanden $R2$. Spenningen over $R2$ er avhengig av motstanden gjennom en spenningsdeling:

$$V_{R2} = V_0 \frac{R2}{R1 + R2}. \tag{1.4.1}$$

### 1.4.2 Firkantpuls gjennom $R$, $C$ og $L$

I denne oppgaven skal vi bruke tidsoppløsningen i oscilloskopet til å se på hvordan spenningen over hhv en motstand, en kondensator og en spole oppfører seg etter at en konstant spenning $V_0$ er påtrykt de ulike komponentene. Målet er å forstå tidsavhengigheten *kvalitativt*. Koble opp i henhold til Figur 1.4.1. Bruk $V_0 = 1$ V og signalgeneratoren satt på 100 Hz. Pass på å koble jord fra oscilloskopet til samme side av komponentene. Skisser tidsavhengigheten til spenningen over hhv $R$, $C$ og $L$. Velg passende tidsoppløsning på oscilloskopet. Prøv å forklare oppførselen til de ulike komponentene. (Tips: Det kan kanskje være til hjelp å forestille seg hvordan de analoge mekaniske systemene vil oppføre seg når massen $m$ påvirkes av en konstant ytre kraft $F_0$. Siden $m$ er den mekaniske analogien til induktansen $L$, må du se for deg en meget liten masse $m$ i de




Figur 1.4.2: Koblingsskjema for undersøkelse av serieresonans. Merk at du skal måle spenningen over resistansen, som i følge Ohms lov skalerer lineært med strømmen $I$.

mekaniske analogiene til kretsene uten en induktans til stede.)

### 1.4.3 Måling av $Q$-verdi for to ulike $RCL$ serieresonanskretser

I denne oppgaven skal vi måle hvordan strømamplituden varierer med frekvensen til en harmonisk varierende vekselspenningskilde i en $RCL$ serieresonanskrets. Det er viktig å ikke bruke for høy spenning da det kan ødelegge komponentene. Vi skal bruke to ulike resistanser: $(i)$ en motstand på 20 $\Omega$ og $(ii)$ den indre motstanden $R_L$ i spolen, som vi kan bestemme med multimeteret. I den første målingen (med en ekstern motstand på 20 $\Omega$) skal vi måle spenningen over seriekoblingen av spole og resistans, se Figur 1.4.2a, samt strømmen $I$, ved å måle spenningen kun over resistansen, se Figur 1.4.2b. I den andre målingen, der kretsens resistans er representert ved den indre motstanden i spolen, kan man åpenbart bare måle spenningen over spole og motstand samtidig.

Bruk amplitude $V_0 = 0.1 - 0.2$ V og sinus formet bølgeform, og finn spenningen $V_L + V_R$ og $V_R$ som funksjon av frekvens mellom 100 Hz og opp til ca 4000 Hz. Start med å finne resonansefrekvensen, maksima (verdi og frekvenser) og velg verdier på frekvens/amplitude etter det. Plott resonanskurvene for begge kretsene. Finn halvverdibredden og resonansfrekvensen, og bestem $Q$-verdien. Sammenlign med beregninger.

Som avslutning kan dere studere hva som skjer om man i stedet for et harmonisk spenningssignal kobler en firkantpuls til $RCL$-kretsen. Hvorfor ser det ut som det gjør? Undersøk for frekvenser nær resonans, og under resonans.

### 1.4.4 Bestemmelse av tidskonstanter, induktans og kapasitans

Ved å bruke en firkantpuls og en kjent motstand $R$ kan man bestemme verdien av $L$ og $C$ for hhv en spole og en kondensator. Koble opp oscilloskopet og komponentene i henhold til 1.4.1 b eller c. Bruk oscilloskopet til å måle tidskonstanten ved å måle den tiden det tar for signalet å nå 10, 30, 50, 70 og 90% av den nye verdien etter at $V_0$ har byttet verdi (skiftet fortegn). Bestem deretter $L$ og/eller $C$ gjennom bruk av Lin-Log plot.

Passende startverdier er:

$V_0 = 1$ V og $f = 100$ Hz firkantpuls for signalgeneratoren.

En tidsskala på 0.2 ms/div på oscilloskopet, samt $R = 30$ k$\Omega$ for måling av kapasitans.

En tidsskala på 0.5 ms/div på oscilloskopet, samt $R = 20\,\Omega$ for måling av induktans.

Ole J. Løkberg 2005
Revidert 02.09.06: LEW,KAS
Revidert 29.11.07: HJS,LEW,KAS
Revidert 26.02.13: SW,EW
Revidert 12.09.13: EW, JAS

# Tillegg A

# Apparatur

1. Oscilloskop Phillips / Fluke 60 MHz.
2. Boks med kondensator, spole og to resistanser.
3. Digitalmultimeter, Tektronix TX-3, med indre resistans 10 MΩ.
4. Brett med tre ukjente motstander.
5. Signalgenerator.

## A.1 Digitalmultimeter

Dette er et standardinstrument som kan måle spenning, strøm, frekvens, resistans, kapasitans og temperatur. Her skal det benyttes til resistans- og spenningsmålinger.

### A.1.1 Resistansmåling

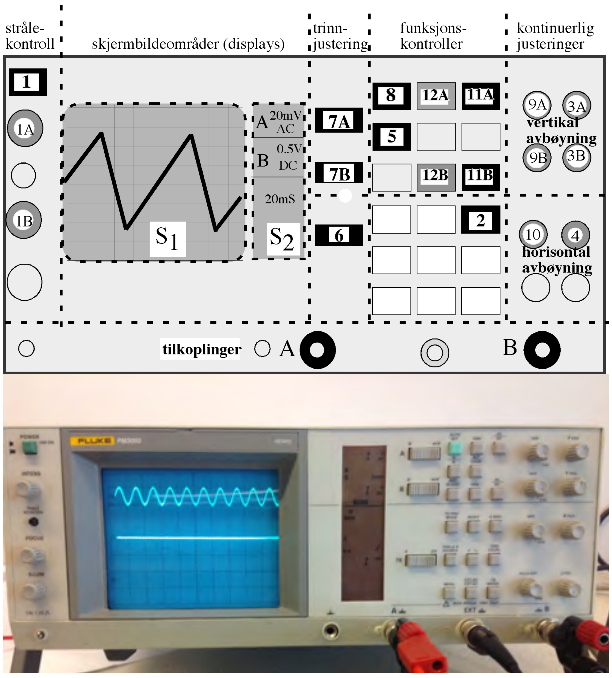
Måleledninger fra resistansen kobles til COM og V. Bryter settes på Ω-symbolet, og resistansverdien vises i vinduet med prefiks - K(ilo), M(ega).

### A.1.2 Spenningsmåling

Måleledninger kobles som ved resistansmålinger, bryter settes til V-symbol. For måling av likespenning (DC), press knapp 2. Spenningsverdien vises automatisk i vinduet.

## A.2 Oscilloskop

Et oscilloskop måler spenninger og viser hvordan de utvikler seg med tiden. Oscilloskopet tegner spenningsnivået samtidlig som den sveiper strålen horisontalt. Det er et meget godt instrument




Figur A.2.1: Oscilloskopet. Øvre: skjematisk bilde, nedre: foto av oscilloskop.

for å vise periodisk oppførsel av et signal. I denne laboppgaven bruker vi en signalgenerator som kilde, som vi kobler direkte til oscilloskopet, slik at vi alltid starter alle sveip ved samme tidspunkt, synkronisert med signalgeneratoren. Ettersom man kan se to signaler samtidig på oscilloskopet, kan man direkte sammenligne hvordan spenningene varierer i tid. Vi bruker dette til å sammenligne den påtrykte spenningen (fra signalgeneratoren) med spenningsfall over de ulike kretskomponentene.

Innledende bruk av oscilloskopet: Vi slår på oscilloskopet med (**1**). Etter 5 til 6 sekunder vil en lysende flekk, som representerer treffpunktet til elektronstrålen, komme til syne på **S1**. Hvis vi observerer en lysende strek, er sweepgeneratoren innkoblet. Den kobles ut og inn med (**2**). Vi kan justere intensitet og fokus av strålen med (**1A**) og (**1B**). Strålen (senere hele skjermbildet) kan forskyves vertikalt med (**3A**) og (**3B**) og horisontalt med (**4**). (**5**) brukes spesielt når to signaler skal vises samtidig (signal A og B), som i denne laboppgaven.

Sweepgeneratoren: Sweepgeneratoren trekker strålen horisontalt med konstant hastighet og kobles ut og inn med (**2**). Vi varierer sweephastigheten trinnvis ved å trykke på (**6**), og dere kan observere hvordan elektronstrålens treffpunkt går over fra et langsomtgående punkt til en linje. Tiden som strålen bruker på å gå 1 ruteenhet vises på nedre del av **S2**.

## A.2.1 Deler og knapper

Vi henviser til Figur A.2.1: Signalet vises på skjerm **S1**, mens innstilte verdier vises på skjerm **S2**. Signal kobles på inngang **A** og/eller inngang **B**. Knappene tegnet med hvit bakgrunn trenger vi ikke å bruke i denne oppgaven (det er likevel nok knapper og kontroller å holde styr på).

1. Av/på-bryter. **1A**) Justering av stråleintensitet. **1B**) Fokusering av stråle.
2. Inn/ut-kobling av sweepgenerator (som trekker strålen i horisontal retning).
3. **A**) og **B**): Vertikal forskyvning av skjermbildet i hhv kanal A og B.
4. Horisontalforskyvning av skjermbildet.
5. Inndeling av strålen i kanaler A og B.
6. Innstilling av sweepgeneratorens hastighet (eller tidsskalaen).
7. **A**) og **B**): Forsterkning av hhv kanal A og B. (Øker bildestørrelsen vertikalt.)
8. Trykk på denne knappen for å få et stabilt bilde av signalet.
9. **A**) og **B**): Gir kontinuerlig forandring av bildehøyde i kanal A og B.
10. Kontinuerlig variasjon av tidsskalaen.
11. **A**) og **B**): Gir AC- og DC-kobling av oscilloskopet.
12. **A**) og **B**): Kortslutter inngangene.

# Tillegg B

# Teoretisk grunnlag

## B.1 Motstand, kondensator og spole

Ohms lov, $V = RI$, gir sammenhengen mellom spenningsfallet over og strømmen gjennom en motstand. Den er uavhengig av hvor raskt strømmen eller spenningen forandres. Til sammenligning er spenningsfallet over både spole og kondensator avhengig av hvordan spenning og strøm endrer seg med tiden.

I en spole bygges en "motspenning" $\varepsilon_L$ opp når det skjer forandringer i den magnetiske fluksen $\phi_B$ (og dermed forandringer i energien som er lagret i magnetfeltet; Faradays induksjonslov). I en spole varierer magnetfeltet lineært med strømmen, og man får dermed en direkte sammenheng mellom strøm $I$ og spenning $\varepsilon_L$ via den såkalte (selv-)induktansen. Man definerer induktansen $L$ [med enhet H (henry)] for spolen som den konstanten som gir sammenhengen mellom forandringen i strømmen som skaper magnetfeltet og $\varepsilon_L$:

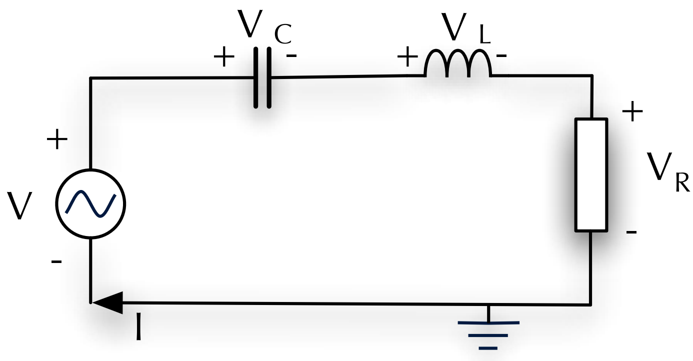
$$\varepsilon_L = -\frac{d\phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \tag{B.1.1}$$

En kondensator karakteriseres av kapasistansen $C$ [med enhet F (farad)] som defineres ved hvor mye ladning som kan lagres på kondensatorplatene ved et visst spenningsfall $V_C$ over kondensatoren:

$$C = \frac{Q}{V_C}. \tag{B.1.2}$$

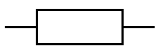
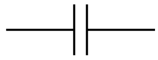
Vi er intressert i sammenhengen mellom strøm og spenning. Spenningen $V_C$ som bygges opp når en strøm $I$ går inn på kondensatoren over en tid $t - t_0$, avhenger av ladningen som bygges opp. Siden $I = dQ/dt$, blir ladningen $Q$ gitt ved tidsintegralet av strømmen:

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} I(\tau)d\tau + V(t_0). \tag{B.1.3}$$




Figur B.2.1: $RCL$ serieresonanskrets.

Sammenhengene mellom resistans, kapasitans, induktans og tilhørende spenning over de tilsvarende komponentene er gitt i tabell B.1.

| | MOTSTAND | KONDENSATOR | SPOLE |
|---|---|---|---|
| Karakteristisk egenskap | Resistans $R$ | Kapasitans $C$ | Induktans $L$ |
| Måleenhet | $\Omega$ (ohm) | F (farad) | H (henry) |
| $V$–$I$-relasjon | $V = RI$ | $V = \frac{1}{C}\int_0^t I dt$ | $V = -L\frac{dI}{dt}$ |
| Symbol i krets |  |  |  |

Tabell B.1: Egenskaper til de tre fundamentale kretskomponentene.

## B.2 $RCL$ serieresonanskrets

Innen elektronikk er resonans viktig i mange tekniske anvendelser. I radio- og audioteknologi brukes resonante elektriske kretser. Den enkleste av dem er serieresonanskretsen (se Figur B.2.1). I en serieresonanskrets lagres mest energi ved resonansfrekevensen, og da vekselvis i en kondensator og en spole. Hvor stort energitap man får bestemmes av resistansen i kretsen. Man kan beskrive kretsen matematisk ved å betrakte spenningen i seriesløyfen (Kirchhoffs spenningsregel):

$$\varepsilon_L + V_R + V_C = L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = V_0\cos(\omega t). \tag{B.2.4}$$

Ettersom $I = dQ/dt$, kan vi skrive denne ligningen som

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V_0\cos(\omega t). \tag{B.2.5}$$

Vi er kun interessert i den ”stasjonære” løsningen på denne differensialligningen (den såkalte ”partikulærløsningen”):

$$Q = Q_0(\omega)\sin(\omega t + \varphi), \tag{B.2.6}$$

der,

$$Q_0(\omega) = \frac{V_0/L}{\sqrt{(\omega^2-\omega_0^2)^2+(2\gamma\omega)^2}}, \tag{B.2.7}$$

med $\omega_0^2 = 1/LC$ og $\gamma = R/2L$. Siden $I = dQ/dt$, har vi dermed $I = \omega Q_0(\omega)\cos(\omega t+\varphi)$, slik at strømamplituden $I_0(\omega) = \omega Q_0(\omega)$ etter litt omskriving kan uttrykkes på formen

$$I_0(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2+(\omega L - 1/\omega C)^2}}. \tag{B.2.8}$$

Strømamplituden plottes for to ulike resistanser, $R = 20\,\Omega$ og $R = 1.5\,\Omega$ i Figur B.2.2. Resonansfrekvensen $f_0$ er

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{B.2.9}$$

Egenskapene til $RCL$-oscillatoren bestemmes av følgende faktorer: $L$ og $C$ bestemmer resonansfrekvensen for systemet; $R$ bestemmer dempningen, dvs energitapet, og hvor stor maksimal energi vi kan lagre i kretsen med en viss drivspenning for systemet. ”Kvaliteten” til en resonans beskrives gjerne med dens $Q$-verdi, som defineres som resonansfrekvensen $\omega_0$ dividert med halvverdibredden $\Delta\omega$:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}. \tag{B.2.10}$$

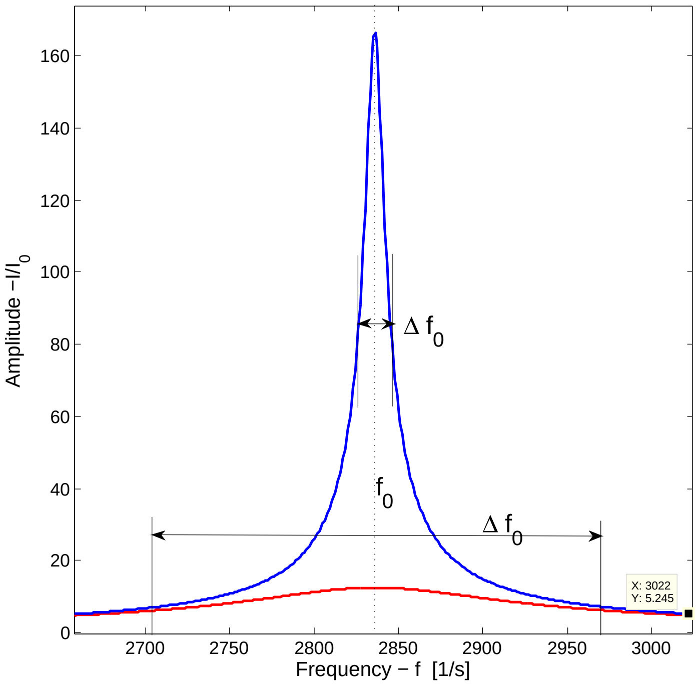
Halvverdibredden finner man ved å måle hvor langt det er mellom de to frekvensene der amplituden har falt av til $1/\sqrt{2} \simeq 0.7$ av den maksimale amplituden.

### B.2.1 Bestemmelse av kapasitans for en kondensator

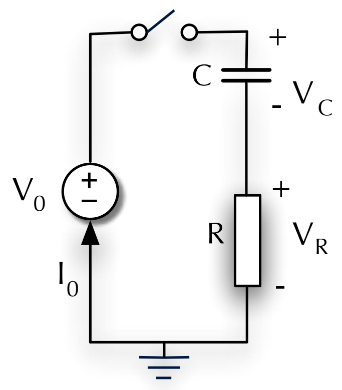
En kondensator med kapasitans $C$ seriekoblet med en motstand $R$ lades opp med en viss ”forsinkelse” dersom vi kobler en likespenning $V_0$ til kretsen:

$$Q(t) = V_0 C\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right). \tag{B.2.11}$$

Dermed, siden $I = dQ/dt$, ser vi at strømmen i kretsen avtar eksponentielt med tiden:




Figur B.2.2: Resonanskurve i henhold til ligning B.2.8 for to ulike verdier av kretsens resistans, $R = 20\,\Omega$ og $R = 1.5\,\Omega$. Øvrige verdier: $L = 21$ mH, $C = 0.15\,\mu$F.




Figur B.2.3: Enkel krets for oppladning av en kondensator.

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}. \tag{B.2.12}$$

Kretsen kalles en $RC$-krets. Av ligning B.2.11 ser vi at størrelsen $RC$ bestemmer hvor fort oppladningen av kondensatoren skjer. Stor $RC$ gir lang oppladningstid. Når oppladningen har foregått i en tid $\tau = RC$, er strømmen redusert til en verdi

$$I_1 = I_0 e^{-1} = I_0/e \approx 0.368\, I_0, \tag{B.2.13}$$

der størrelsen $\tau = RC$ kalles $RC$-kretsens tidskonstant. Eksperimentelt kan $\tau$ bestemmes ved å måle tiden det tar for strømmen å avta fra $I(0) = I_0$ til $I(\tau) = I_0/e$, eller gjennom å finne hellingen i et lin/log-plott.

Når motstanden $R$ i kretsen er kjent, kan kondensatorens kapasitans $C$ bestemmes ved

$$C = \tau/R. \tag{B.2.14}$$

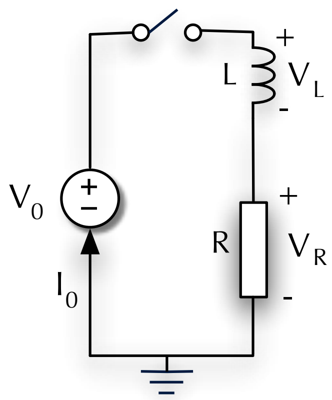
### B.2.2 Bestemmelse av induktans for en spole

I Figur B.2.4 er en spole med induktans $L$ seriekoblet med en motstand med resistans $R$. En likespenning $V_0$ setter opp en strøm $I(t)$, men på grunn av den induserte motspenningen i spolen, tar det en viss tid før strømmen når sin maksimale, stasjonære verdi $I_0 = V_0/R$:

$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}}\right). \tag{B.2.15}$$

Vi ser at ligning B.2.15 er av samme type som ligning B.2.11 når vi kaller tidskonstanten i $RL$-kretsen for $\tau = L/R$: Det tar en viss tid, av størrelsesorden $RC$, å lade opp kondensatoren i en $RC$-krets, og det tar en viss tid, av størrelsesorden $L/R$, å bygge opp strømstyrken gjennom spolen i en $RL$-krets.

Et problem med spoler er at motstanden $R$ også må inkludere den indre motstanden i spolen, og denne kan ofte være høy nok til å dominere strømmens tidsforløp.




Figur B.2.4: Enkel kretstest av transiente forløp i en spole.