

Oppsummert:

Kap 1: Størrelser og enheter

- $s = 3,0 \text{ m}$
 - $s =$ fysisk størrelse
 - $3,0 =$ måltall $= \{s\}$
 - $\text{m} =$ enhet $=$ dimensjon $= [s]$
- OBS: Fysisk størrelse i *kursiv (italic)*, enhet opprettet (roman)
(I skikkelig teknisk litteratur, vanskeligere i håndskrift.)
- Eks: $m = 2,5 \text{ kg}$ (her er m fysisk størrelse, ikke meter)
- Sju grunnenheter, resten er avledede.
- Dekadiske prefikser hører til enheten.

Oppsummert: Kap. 2+3: Kinematikk

Posisjon: $\mathbf{r}(t)$
Hastighet: $\mathbf{v}(t) = d\mathbf{r}(t)/dt$ (3-12)
Akselerasjon: $\mathbf{a}(t) = d\mathbf{v}(t)/dt$ (3-16)

Bevegelseslikninger fra definisjonene ovenfor:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(t_0) + \int \mathbf{a}(t) dt \quad (3-100)$$

Når $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a} = \text{konstant}$ og $t_0 = 0$:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot t$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + \mathbf{v}(t_0) \cdot (t-t_0) + \int (\int \mathbf{a}(t) dt) dt \quad (3-101)$$

Når $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a} = \text{konstant}$ og $t_0 = 0$:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \quad (3-102)$$

Eksempel: Kast i tyngdefelt.

Sirkelbevegelse:

Sentripetalakselerasjon $a_c = v^2/r = \omega^2 r$

Baneakselerasjon: $a_t = dv/dr$

Uniform sirkelbevegelse: $v = \text{konstant} \Rightarrow a_t = 0$.

Oppsummert:

Kap. 4: Dynamikk. Newtons lover

(N1): $\Sigma \mathbf{F} = 0$: Uendra hastighet (evt. 0)

(N2): $\Sigma \mathbf{F} \neq 0$: Akselerasjon $\mathbf{a} = \Sigma \mathbf{F} / m$

(N3): Krefter alltid i par.

Enhet kraft: $1 \text{ kg}\cdot\text{m} / \text{s}^2 = 1 \text{ newton} = 1 \text{ N}$

Gravitasjonskrafta: $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$

Vektløs: Eneste kraft er tyngden = $m\mathbf{g}$

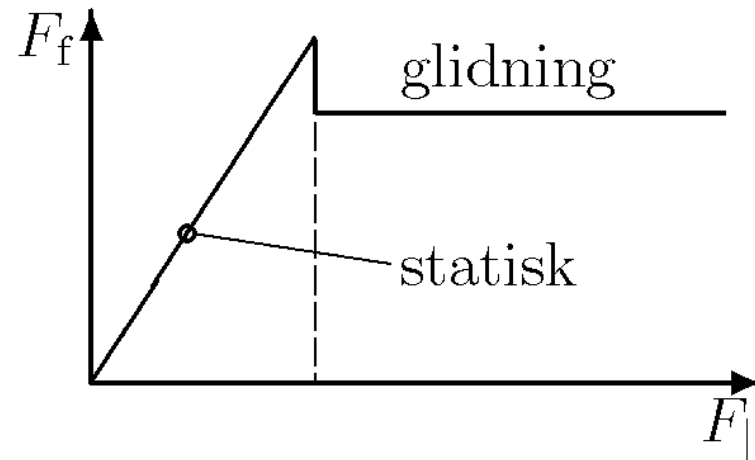
Kap. 5. Anvendelse Newtons lover

Vi har sett på:

- Kraftdiagram.
Superposisjonsprinsippet.
- Snorkrefter.
 - Masseløs snor/trinser => lik S gjennom heile snora.

- Friksjon:

- Hvilefriksjon $F_{f,\max} = \mu_s F_N$.
- Gliddefriksjon: $F_f = \mu_k F_N$



- Luftmotstand: $b v^n$
- Eksempler: Friksjon. Sentripetalkraft.

Kap. 6+7

Arbeid og energi. Energibevaring.

- Arbeid = $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$
- Kinetisk energi $E_k = \frac{1}{2} m v^2$
- Arbeid på legeme øker kin. en.: $dW = dE_k$
- Potensiell energi $E_p(x,y,z)$
(Tyngdefelt: $E_p = mgz$; Fjærpotensial: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$)
- Konservativ krefter kan avledes fra pot.energi:
 $\mathbf{F} = - [\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z] E_p(x,y,z)$
(Tyngdekraft: $\mathbf{F} = - m\mathbf{g}$; Fjærkraft: $\mathbf{F} = - k \mathbf{x}$)
- Arbeid av konservativ kraft reduserer tilhørende potensiell energi: $dW = - dE_p$
- Energibevaring i konservativt felt:
 $d(\frac{1}{2} m v^2 + E_p(x,y,z)) = 0$
- Energibevaring når friksjon:
 $d(\frac{1}{2} m v^2 + E_p(x,y,z)) = W_f = \text{friksjonsarbeid} < 0$

Kap. 8. Flerpartikkelsystemer. Oppsummering

- Bevegelsesmengde: $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$
- Opprinnelig form Newton 2: $\mathbf{F} = d\mathbf{p} / dt$
- Kraftstøt = $\mathbf{J} = \int \mathbf{F} dt = \Delta\mathbf{p}$ (impulsloven)
- Antar ingen ytre krefter (i bevegelsesretning) under støt:
 - Bevegelsesmengde \mathbf{p}_{tot} er bevart
 - *Tilleggslikninger:*
 - Elastisk støt: Kinetisk energi bevart
 - Fullstendig uelastisk støt: Felles slutfart. (Energi avtar)
 - Uelastisk støt: Ingen generell tilleggslikning. (Energi avtar)
- For ikke-sentrale støt bestemmer *støtparameteren* vinkler
- Prinsippet med å separere bevegelse gir ofte enklere likninger :

Massefellespunkt $\mathbf{r}_M = \int \mathbf{r} dm / M$ og relativbevegelse $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$

- Newtons lov for massefellespunkt: $\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = m \mathbf{a}_M$
- Rakettilikningen: $\mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{v}_{\text{rel}} dm/dt = m d\mathbf{v}/dt$

Kap. 9+10. Rotasjon av stive legemer

Vi har sett på:

- Vinkelhastighet $\omega = d\theta/dt$, vinkelakselerasjon $\alpha = d\omega/dt$
- Sentripetalakselerasjon $a_c = -r\omega^2 = -v^2/r$
- Baneakselerasjon $a_\theta = r \cdot \alpha$
- Rotasjonsenergi $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
- Treghetsmoment $I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$ (om en gitt akse)
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- Spinn (dreieimpuls) = $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m \mathbf{v}$
For stivt legeme: $\mathbf{L} = I \boldsymbol{\omega}$
- Spinnlikningen: $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$ (Newton 2 for rotasjon)
For stivt legeme: $\boldsymbol{\tau} = I d\boldsymbol{\omega}/dt$
- Eksempler: rulling, gyroskop (sykkelhjul), barnekarusell, m.m.

Kap. 9+10. Analogier translasjons- og rotasjonsbevegelser

Størrelse	Trans	Rot (vektor)	Rot (skalar)
Stedkoord.	\vec{r}		θ
Hastighet	$\dot{\vec{r}} = \vec{v}$	$\dot{\vec{\theta}} = \vec{\omega}$	$\dot{\theta} = \omega$
Akselerasjon	$\ddot{\vec{r}} = \vec{a}$	$\ddot{\vec{\theta}} = \vec{\alpha}$	$\ddot{\theta} = \alpha$
“Kraft”	\vec{F}	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\tau = rF \sin \theta$
“Masse”	m		$I = \int r^2 dm$
“Bev.mengde”	$\vec{p} = m \dot{\vec{r}}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \vec{\omega}$	$L = rp \sin \theta = I \omega$
Kin. energi	$E_k = \frac{1}{2} m v^2$		$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
Newton 2	$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \ddot{\vec{r}}$	$\vec{\tau} = \dot{\vec{L}} = I \ddot{\vec{\theta}}$	$\tau = I \ddot{\theta}$
Newton 1	$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{konst}$	$\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} = \text{konst}$	

Se også Table 9.2 i Tipler & Mosca.

Tregghetsmoment (om en gitt akse):

$$I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$$

- Alle I om massesentrum (cm):
- Ring om sentrum: $I = M R^2$
- Ring om diameter: $I = \frac{1}{2} M R^2$
- Sylinder eller skive om sentrum: $I = \frac{1}{2} M R^2$
- Kule om diameter: $I = \frac{2}{5} M R^2$
- Lang, tynn stav om midtpunkt: $I = \frac{1}{12} M L^2$
- Rektangulær plate om midtpunkt: $I = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$
- Sylinder om midtpunkt (diameter): $I = \frac{1}{4} M R^2 + \frac{1}{12} M L^2$
- Om annen parallell akse i avstand h_{cm} (Steiners sats):

$$I = I_{\text{cm}} + M h_{\text{cm}}^2$$

- Se også Table 9.1 i Tipler & Mosca.

Kap. 11. Gravitasjon

- Keplers 3 lover for planetbaner:

1. *Ellipser* med sola i ellipsens ene brennpunkt.

2. Like store flatestykker i lik tid => **Spinnsatsen**

3. **lov:** $T^2 = C r^3$ => **Newtons grav.lov**

- Newtons gravitasjonslov:

$$F = - G Mm/r^2 \quad (\text{punktmasser})$$

- Utenfor sfæriske legemer: som all masse samla i sentrum

- Inni sfæriske legemer: $F = - G Mm \cdot r / R^3$

- Gravitasjonens potensielle energi:

$$E_p = - G Mm/r$$

- Tyngdens akselerasjon:

$$g = F/m = - G M/r^2 \quad (\approx 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ når } r = R_j)$$

- Gravitasjonsmasse (i $F = - G Mm/r^2$) = treg masse (i $F=ma$)

Kap. 12 Statisk likevekt

- Definisjon kraftmoment:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}, \quad |\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = r \cdot F \cdot \sin\theta$$

Høyrehåndsregelen

- $M\mathbf{g}$ virker i tyngdepunkt = massefellespunkt

- Statisk likevekt:

Ingen translasjon $\Rightarrow \sum \mathbf{F} = 0$ for x , y og z

Ingen rotasjon $\Rightarrow \sum \boldsymbol{\tau} = 0$ om enhver akse

- (Nevnt i forelesning:
- Kraftmomentets arbeid: $dW = \tau d\theta$, sammenlikn med
- Kraftens arbeid: $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$)

Kap. 14 Udempede svingninger

- **Udempet harmonisk oscillasjon**

$$d^2/dt^2 x + \omega^2 x = 0$$

x -komponent av roterende bevegelse med vinkelhastighet ω :

$$x(t) = A \cos(\omega t + \delta)$$

- **Eksempler:**

- Fjærpendel $\omega^2 = k / m$
- Matematisk pendel $\omega^2 = g / l$
- Fysisk pendel $\omega^2 = mgd / I$
- Torsjonspendel $\omega^2 = \kappa / I$

- **Energi:**

- $E_p(t) = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$
- $E_k(t) = \frac{1}{2} m v^2 \sin^2(\omega t + \delta)$
- $E_{\text{tot}} = E_k(t) + E_p(t)$
 $= \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \text{konst}$

