Institutt for fysikk 2006

TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk
Øving 13

Veiledning: Tors. 23. nov. kl. 14-16(TFY4145, Grp 1+2); fred. 24. nov. kl. 10-12(TFY4145) og 12-14(FY1001)
Innlevering: Mandag 27. nov. kl. 14:00.

Oppgave 1. Svingefunksjonen.

Et legeme svinger med utslag:

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

der $x_0 = 0,50\,\mathrm{m}$, $\omega_0 = \frac{3\pi}{4}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\theta_0 = -\frac{\pi}{4}$, og t er tida i sekunder.

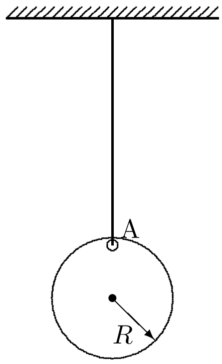
a. Finn perioden T og frekvensen f for oscillatoren (tallverdier).

b. Finn uttrykk for hastigheten $v(t) = \dot{x}(t)$ og akselerasjonen $a(t) = \ddot{x}(t)$. (Ikke sett inn tallverdier)

c. Tegn en graf med den relative tida t/T langs horisontal akse og posisjonen $x(t)$ langs vertikal akse. Marker også langs den horisontale aksen verdier for $\omega_0 t$. (Dvs. to skalaer på samme aksen).
Tegn også tilsvarende grafer for $v(t)$ og $a(t)$, tegn alle tre grafene under hverandre.
Du kan få hjelp av svarene i d) - e) til å tegne grafene.

d. Hva er posisjonen x_0 og hastigheten v_0 ved $t = 0$?

e. Hva er den maksimale hastigheten $v_{\max}$ og ved hvilke tider finner vi denne?



Oppgave 2. Svingende skive.

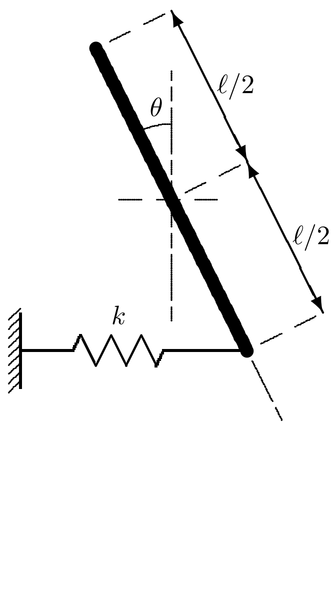
Ei flat, jamntykk, sirkulær skive med radius $R = 10,2$ cm er i et punkt A på periferien festa til en fast stang, som vist i figuren. Skiva kan svinge om en akse som går gjennom A og er normal på skiva. Når skiva settes i små svingninger, måles svingetida (perioden) til å være $T = 0,784\,\mathrm{s}$. Anta at formler for perioden til en fysisk og en matematisk pendel er kjent og kan brukes.

a. Finn skivas treghetsmomentet I om opphengingspunktet.

b. Finn verdi for tyngdeakselerasjonen g på stedet.

c. Hva ville lengden L av en matematisk pendel vært dersom den skulle ha samme svingetid som skiva?

Oppgave 3. Fjærdreven pendelbevegelse.



En tynn, uniform metallstav med masse M er hengt opp uten friksjon om en akse gjennom stavens midtpunkt og loddrett på staven. Den nederste enden av staven er festet til en horisontal fjær med fjærkonstant k (fjærkraft $F = -kx$). Fjæras andre ende holdes i ro.

Staven vris en *liten* vinkel θ fra vertikal hvileposisjon (sterkt overdrevet på figuren), og slippes så.

Vis at stavens vinkel med vertikalaksen kan beskrives som en enkel, harmonisk svingning med periode $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{3k}}$.

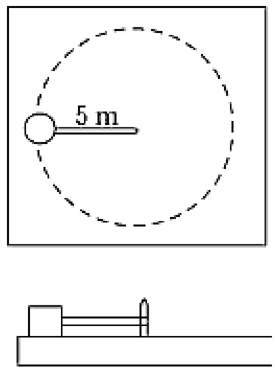
TIPS: For liten vinkel kan du approksimere $\sin\theta \approx \theta$ og $\cos\theta \approx 1$ (I praksis betyr det bl.a. å se bort fra vertikalforflytningen av enden av staven).

Oppgave 4. Flervalgsoppgaver.

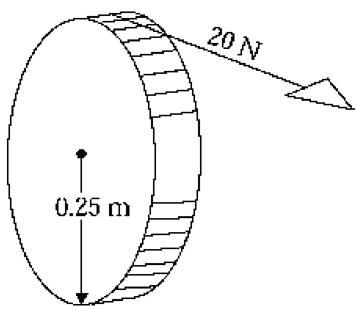
Kun ett av svarene (A, B, C, D, E) er rett.
Rett svar gir 5 p, galt svar gir 0 p og ubesvart (blank) gir 1 p.

a. Et sykkelhjul, ei massiv kule og ei hul kule (kuleskall) har alle samme radius. Anta det vesentlige av hjulets masse er samla i felgen/dekket. Hver av dem slippes samtidig på toppen av et langt skråplan og triller nedover. I hvilken rekkefølge når disse enden av skråplanet?
A) Den massive kula først, så den hule kula og til sist hjulet.
B) Den hule kula først, så den massive kula og til sist hjulet.
C) Den massive kula først, så hjulet og til sist den hule kula.
D) Hjulet først, så den massive kula og til sist den hule kula.
E) De når enden samtidig.

b. Ei kule med masse 2,0 kg er festet til enden av ei 5,0 m lang snor. Massen beveger seg i en sirkulær bane på et horisontalt friksjonsløst bord. Hvis snora tåler maksimalt 40 N strekk før den ryker, hva er maksimal banehastighet som du kan svinge kula med før tauet ryker?
A) 3,2 m/s
B) 4,0 m/s
C) 10 m/s
D) 20 m/s
E) 0,20 km/s

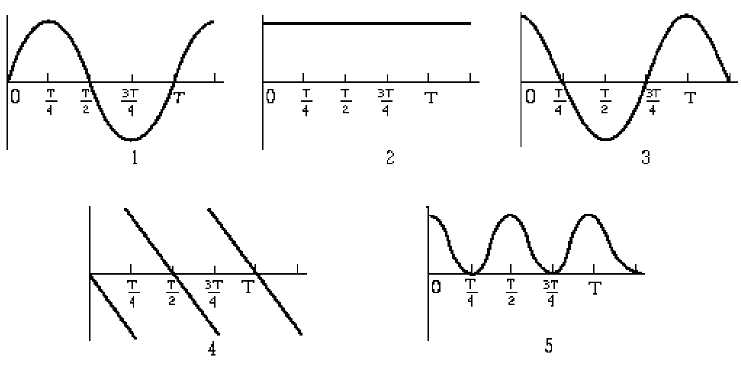


c. Ei tynn, masseløs snor er trukket rundt en slipestein med radius 0,25 m. Steinen kan rotere friksjonsfritt om dens akse. En konstant kraft på 20 N i snora får steinen til å øke vinkelhastigheten fra null til 60 rad/s på 12 sekunder. Da er treghetsmomentet til steinen
A) 0,32 kg m^2
B) 1,00 kg m^2
C) 2,00 kg m^2
D) 4,00 kg m^2
E) 6,28 kg m^2



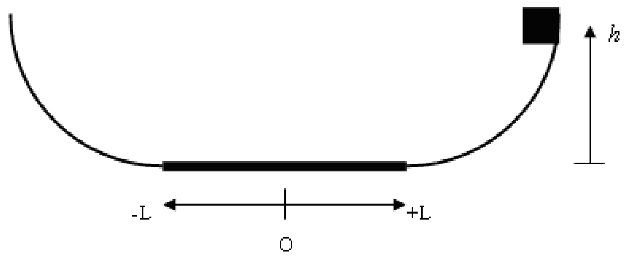
d. Den kinetiske energien til et legeme som beveger seg i en harmonisk oscillasjon er plottet som funksjon av tida som er gitt i enheter av perioden T. Ved $t = 0$ er utsvinget lik null. Hvilken graf representerer disse betingelser?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



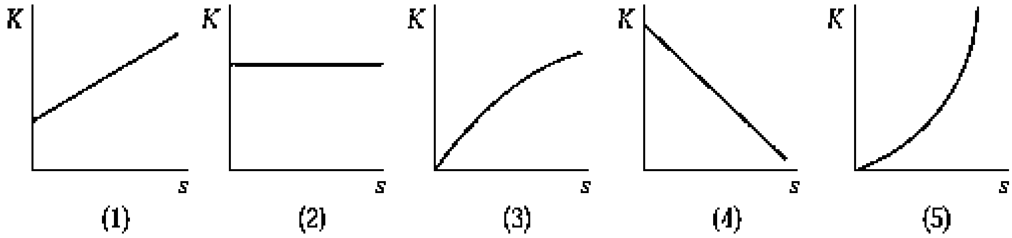
e. En kloss med masse m slippes fra høyde $h = 75$ cm på høyreenden av en bane som vist i figuren. Bevegelsen er friksjonsfri bortsett fra et område rundt midtpunktet O, og i dette området er den kinetiske friksjonskoeffisienten $\mu_\mathrm{k} = 0,40$. Dette området strekker seg over $L = 30$ cm på hver side av O, totalt 60 cm. Hvor høyt kommer klossen når den for **andre** gang passerer over til venstre side, og i hvilken retning (Høyre eller Venstre) beveger den seg like før den stopper?

A) 27 cm, Høyre
B) 3,0 cm, Høyre
C) 27 cm, Venstre
D) 3,0 cm, Venstre
E) 51 cm, Høyre

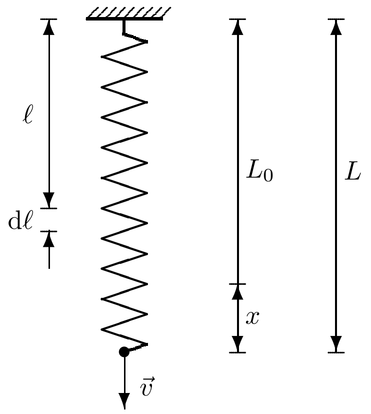


f. En gjenstand i ro slippes fra stor høyde og faller gjennom lufta. Luftmotstanden gjør seg gjeldende, og da er forløpet som best representerer gjenstandens kinetiske energi som funksjon av hvor langt den har falt, gitt ved kurve

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



Ekstraoppgave (ingen innlevering). **Fjær med masse.**



Inga fjær er helt vektløs - selv om vi gjerne antar det i enkle modellberegninger.

Betrakt ei spiralfjær med masse M, likevektslengde L_0 og fjærkonstant k. Når lengden forandres til L, blir den potensielle energien $E_\mathrm{p}(x) = k\,x^2/2$, hvor $x = L - L_0$.

Den ene enden av fjæra holdes fast og den andre enden fri (uten noe ekstra last). Hastigheten til den frie enden er v. Anta at hastigheten til punkter langs fjæra varierer lineært med avstanden ℓ fra den faste enden, og at fjærmassen M er jamt fordelt langs fjæra.

a) Finn først uttrykk for den kinetiske energien til fjæra E_k, uttrykt ved M og v.
TIPS: Ta for deg et element med lengde $\mathrm{d}\ell$ i posisjon ℓ, med masse $\mathrm{d}M = \mathrm{d}\ell \cdot M/L$, finn energien til elementet og integrer fra 0 til L for å finne total kinetisk energi.

b) Skriv så ned et uttrykk for den totale energien (kinetisk + potensiell) for fjæra og likning for energibevarelse.

c) Deriver så energibevarelseslikninga med hensyn på tida- (energien konstant for alle tider!) og vis at dette gir ei differensiallikning som beskriver svingninger med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{3k}{M}}$.

Utvalgte fasitsvar:
1e: 1,18 m/s, $t = T \cdot (3/8 + n/2)$, $n = 1, 3, 5 \ldots$;   2b: $9,83\ \mathrm{m/s^2}$;   2c: $0,153$ m;

SISTE ØVING – LYKKE TIL MED EKSAMEN!