

Kap. 12. Gravitasjonen

*Naturens fire fundamentale krefter
(fra kap 4):*

- **Gravitasjonskraft**
 - mellom masser
- **Elektromagnetisk kraft**
 - mellom elektriske ladninger
- Sterk kjernekraft
- Svak kjernekraft

Kap. 12. Gravitasjon

Litt historie:

100: Ptolemaios: Jorda i sentrum (geosentrisk). Ulike kuleskall der fiksstjerner og planeter(vandrestjerner) plasseres.

1500: Copernicus: Sola i sentrum (heliosentrisk). Sirkelbaner for alle planeter.

1600:



Kepler: Elliptiske baner for alle planeter.
Keplers tre lover.

Så langt bare beskrivelser av observasjoner.

Matematisk beskrivelse og grunnleggende lover:

1687: Isaac Newton: Matematisk beskrivelse av Keplers observasjoner i hans kjente verk "**The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy**".

Bl.a. gravitasjonsloven.

1916: Albert Einstein: Den generelle relativitetsteorien. Sorte hull.

Keplers 3. lov:

Forholdet mellom kvadratet av omløpstida T og tredje potens av banens store halvakse r

er lik for alle planetene: $T^2 = C r^3$

Mean Orbital Radii and Orbital Periods for the Planets

Planet	Mean Radius r ($\times 10^{10}$ m)	Period T (y)	$T^2 / r^3 \cdot 10^{-36}$
Mercury	5.79	0.241	299
Venus	10.8	0.615	300
Earth	15.0	1.00	296
Mars	22.8	1.88	298
Jupiter	77.8	11.9	301
Saturn	143	29.5	298
Uranus	287	84	299
Neptune	450	165	299
Pluto	590	248	300

Keplers 1. lov:

Planetbanene er *ellipser* med sola i ellipsens ene brennpunkt.

Keplers 2. lov:

Posisjonsvektoren fra sola til planeten dekker like store flatestykker av ellipsens areal i like store tidsrom.

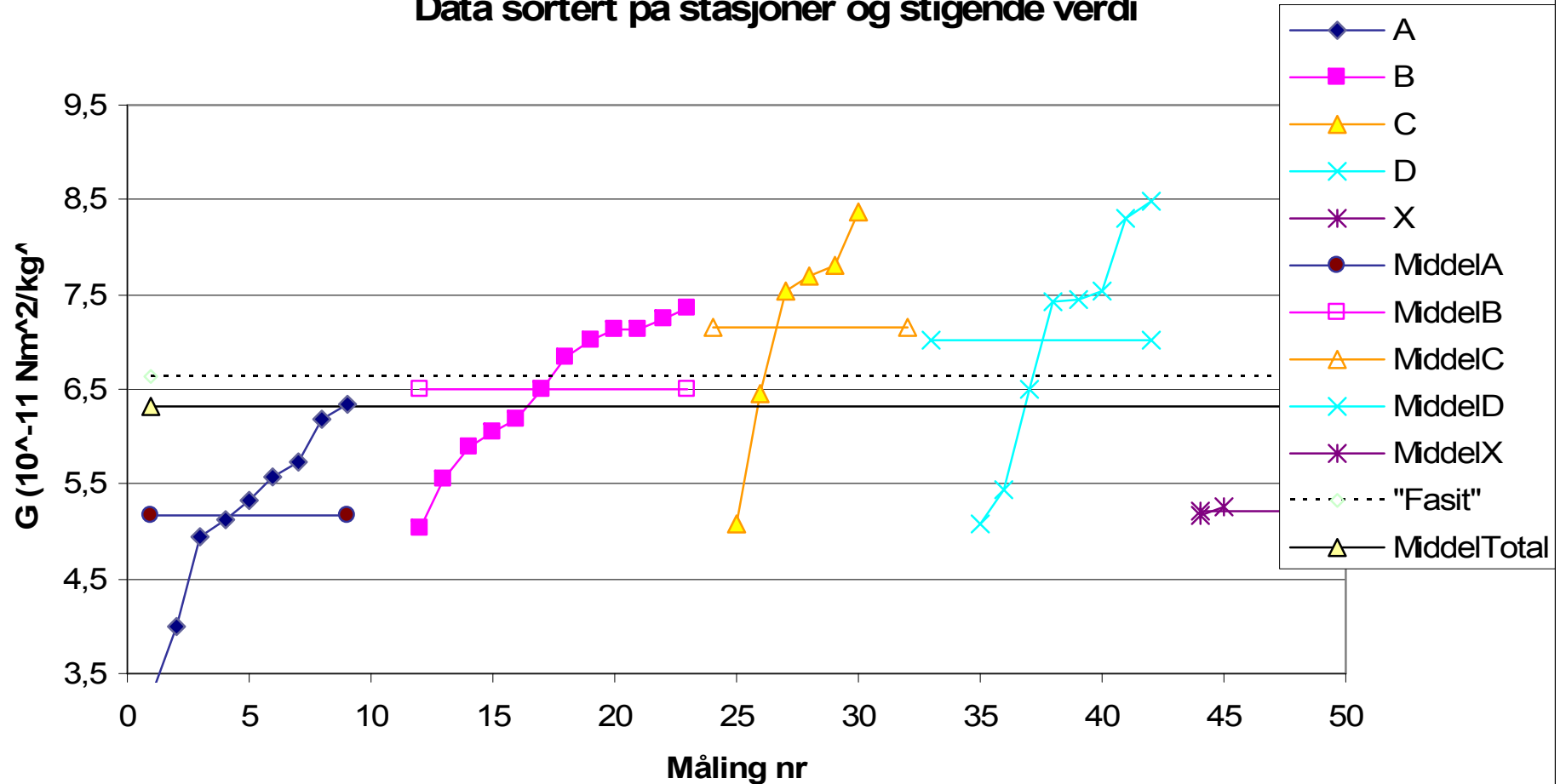
Keplers 3. lov:

Forholdet mellom kvadratet av omløpstida T og tredje potens av banens store halvakse r er lik for alle planetene.

$$T^2 = C r^3$$

Studenters måling av G

Fyslab 2005: Gravitasjonskonstanten.
Data sortert på stasjoner og stigende verdi



Fra Angell & Lian:
Fysiske størrelser
og enheter,
s. 15.

Noen fysiske konstanter

~~2002~~
2006

Verdiene her og ellers i heftet er tatt fra CODATA ~~Bulletin 63 (1986)~~. Usikkerheten ligger i de to siste sifrene.

lysarten i tomt rom	c	$\stackrel{\text{def}}{=} 299\,792\,458 \text{ m/s}$
	c^2	$= 8,987\,551\,787\,4 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$
tomromspermeabiliteten, (den magnetiske konstanten)	μ_0	$\stackrel{\text{def}}{=} 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} =$ $1,256\,637\,061\,4 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$
tomromspermittiviteten, (den elektriske konstanten)	ϵ_0	$\stackrel{\text{def}}{=} 1/\mu_0 c^2 = 8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ 6,674 2 818 6,674 28 817
gravitasjonskonstanten	G, f	$= 6,672\,59 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
standard tyngdeakselerasjon	g_n	$\stackrel{\text{def}}{=} 9,806\,65 \text{ m/s}^2$
Planck-konstanten	h	$= 6,626\,075\,5 \cdot 10^{-34} \text{ Js} =$ $4,135\,669\,2 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$
	\hbar	$\stackrel{\text{def}}{=} h/2\pi = 1,054\,572\,66 \cdot 10^{-34} \text{ Js} =$ $6,582\,122\,0 \cdot 10^{-16} \text{ eV s}$
elementærladningen	e	$= 1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ 176 53 176 487
elektronradien	r_e	$= \mu_0 e^2 / (4\pi m_e) = 2,817\,940\,92 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ 325 289 4

Fysiske konstanter
fra CODATA:

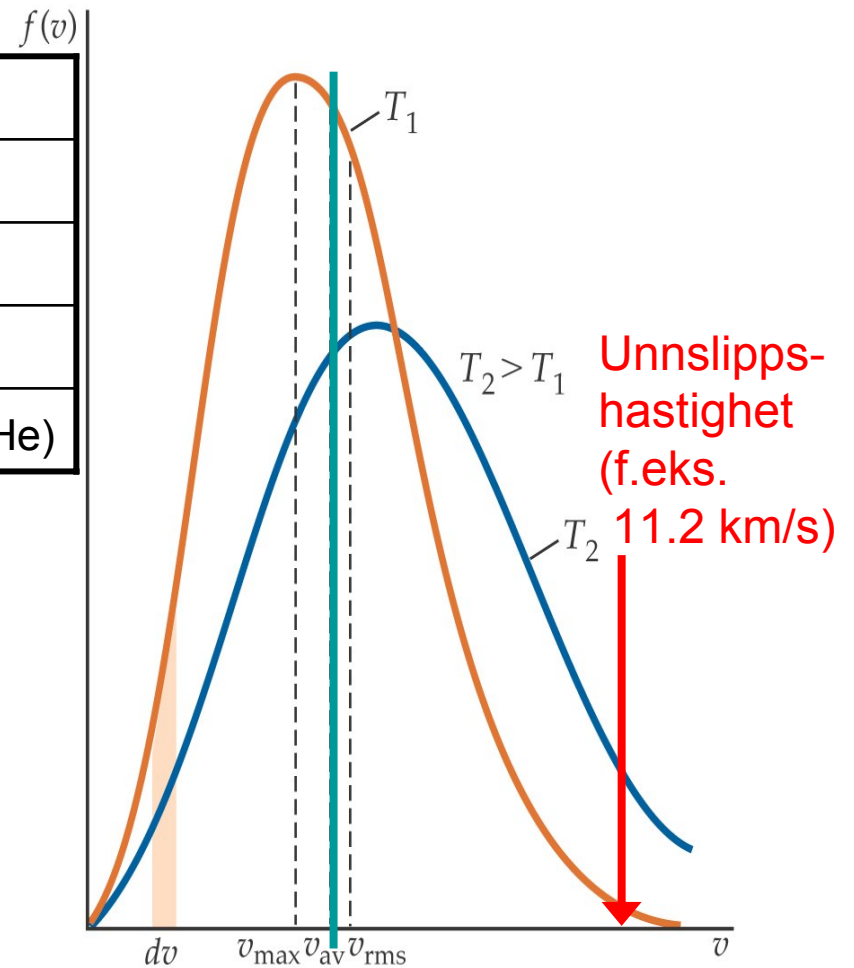
<http://physics.nist.gov/cuu/Constants>

Tyngdeaksel. og unnslippshastighet:

	g (m/s ²)	v_0 (km/s)	atmosfære?
Månen	1,62	2,4	ingen
Mars	3,7	5,0	1 % (CO ₂)
Jorda	9,8	11,2	100 %
Jupiter	23,1	59,5	70 % (H ₂ og He)

Middelhastighet v_{av} ved 0°C:

N₂ , O₂: 450 m/s
He: 1,3 km/s

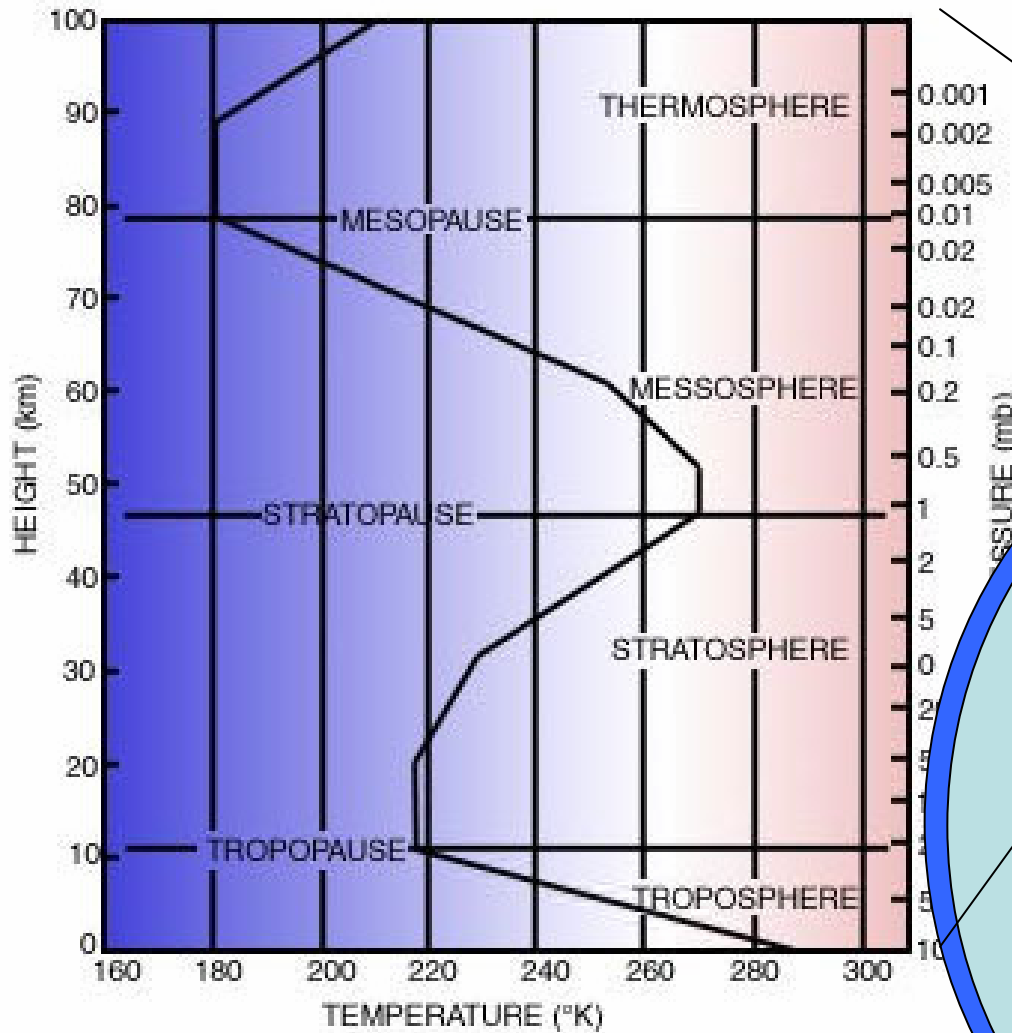


Konklusjon:

En viss andel He har $v > 11,2$ km/s \Rightarrow He slipper unna jorda

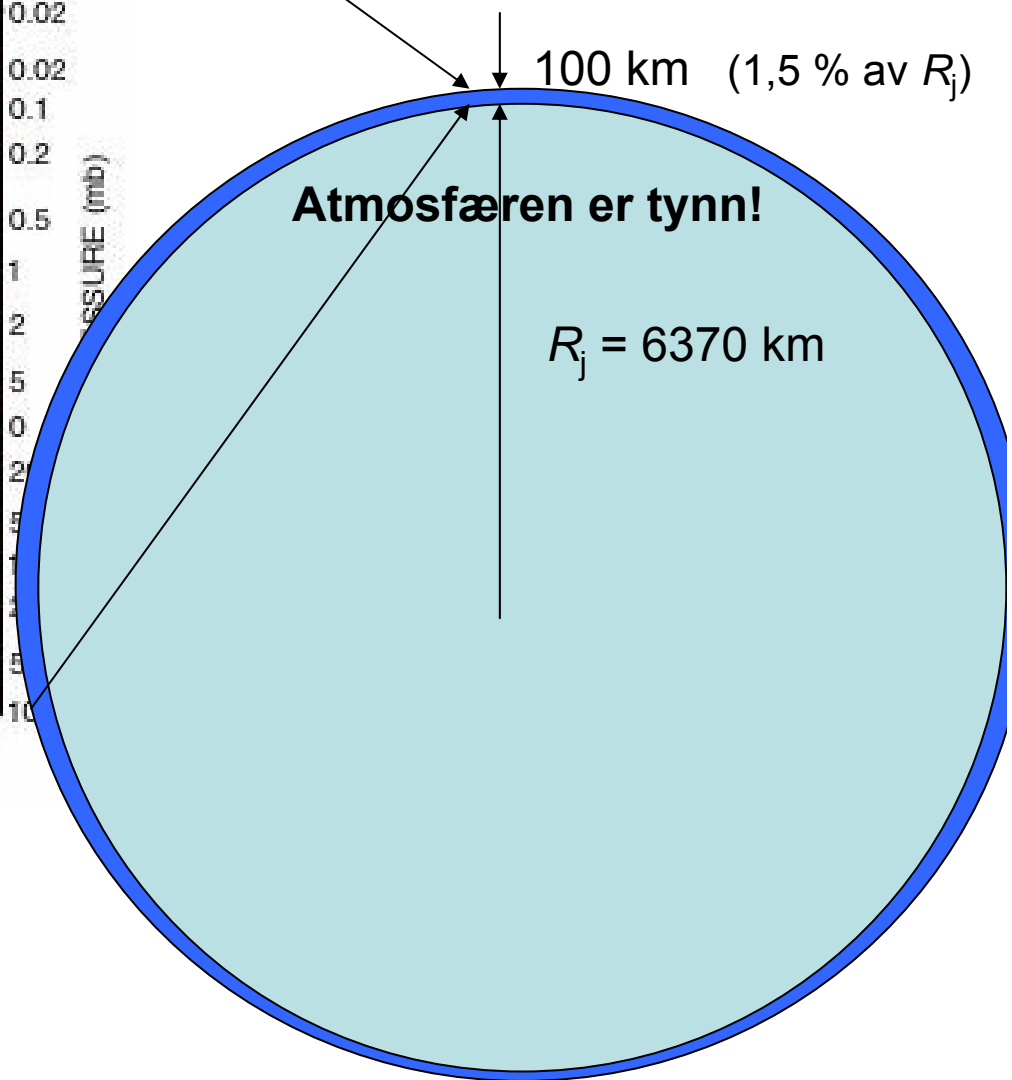
Lite N₂ og O₂ har $v > 11,2$ km/s \Rightarrow slipper ikke unna jorda

Alle gasser slipper unna månen og mars.



(fra Wikipedia)

=> Samme unnslippshastighet
øverst i atmosfæren som på
jordoverflata.



Sammenheng potensiell energi og konservativ kraft

$$E_p = - \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{F} = - \frac{dE_p}{dr} \hat{r}$$

Utenfor kule:

$$F(r) = - \frac{dE_p}{dr} = - \frac{d \left(-G \frac{Mm}{r} \right)}{dr} = G \frac{Mm}{r^2}$$

Inni massiv kule:

$$F(r) = - \frac{dE_p}{dr} = - \frac{d \left(-G \frac{Mm}{2R^3} (3R^2 - r^2) \right)}{dr} = -GMm \frac{r}{R^3}$$

Kap. 12. Gravitasjon

- Keplers 3 lover for planetbaner:

1. *Ellipser* med sola i ellipsens ene brennpunkt.

2. Like store flatestykker i lik tid => **Spinnsatsen**

3. **lov:** $T^2 = C r^3$ => **Newtons grav.lov**

- Newtons gravitasjonslov:

$$F = - G Mm/r^2 \quad (\text{punktmasser})$$

- Utenfor sfæriske legemer: som all masse samla i sentrum

- Inni sfæriske legemer: $F = - G Mm \cdot r / R^3$

- Gravitasjonens potensielle energi:

$$E_p = - G Mm/r$$

- Tyngdens akselerasjon:

$$g = F/m = - G M/r^2 \quad (\approx 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ når } r = R_j)$$

- Gravitasjonsmasse (i $F = - G Mm/r^2$) = treg masse (i $F=ma$)

Gravitasjon og Einsteins generelle relativitetsteori:

1. Avbøyning av lys nær planeter/stjerner.
2. Tida går fortere jo sterkere gravitasjonsfeltet er. Frekvensen på lys endres.

Relativ tidskorreksjon: $\Delta t/t = \Delta E_p/m \cdot 1/c^2$

Eks: Ved svært sterkt grav.felt slipper ikke lys ut: SORTE HULL.
Jorda med radius 0,88 cm ville gi et sort hull.

Gravitasjon og Einsteins generelle relativitetsteori:

Tidskorreksjoner ved GPS:

1) Spesiell relativitetsteori:

Korreksjon pga. stor hastighet ($v/c = 13$ ppm):

Satelittklokker **saktner 7 μs** per døgn
(Eksamen 3FY juni 2006)

2) Generell relativitetsteori:

Korreksjon pga. ulik gravitasjon ($\Delta t/t = \Delta E_p/mc^2$):

Satelittklokker **fortner 45 μs** per døgn

Totalt: Satelittklokker **fortner 38 μs** per døgn

($38 \mu\text{s} / 86400 \text{ s} = 4,4 \cdot 10^{-10}$)

Løsning:

GPS-mottakere bruker 10,230000000000 MHz

Sendefrekvensen til satelitten er 10,22999999543 MHz.

