

# Kap. 9+10. Rotasjon av stive legemer

## Vi har sett på:

- Vinkelhastighet  $\omega = d\theta/dt$ , vinkelakselerasjon  $\alpha = d\omega/dt$
- Sentripetalakselerasjon  $a_c = -r\omega^2 = -v^2/r$
- Baneakselerasjon  $a_\theta = r \cdot \alpha$
- Rotasjonsenergi  $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
- Treghetsmoment  $I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$  (om en gitt akse)
- Dreiemoment:  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- Spinn (dreieimpuls) =  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m \mathbf{v}$   
For stivt legeme:  $\mathbf{L} = I \boldsymbol{\omega}$
- Spinnsatsen:  $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$  (Newton 2 for rotasjon)  
For stivt legeme:  $\boldsymbol{\tau} = I d\boldsymbol{\omega}/dt$
- Eksempler: rulling, gyroskop (sykkelhjul), barnekarusell, m.m.

## Kap. 9+10. Analogier translasjons- og rotasjonsbevegelser

Størrelse	Trans	Rot (vektor)	Rot (skalar)
Stedkoordinat.	$\vec{r}$		$\theta$
Hastighet	$\dot{\vec{r}} = \vec{v}$	$\dot{\vec{\theta}} = \vec{\omega}$	$\dot{\theta} = \omega$
Akselerasjon	$\ddot{\vec{r}} = \vec{a}$	$\ddot{\vec{\theta}} = \vec{\alpha}$	$\ddot{\theta} = \alpha$
“Kraft”	$\vec{F}$	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\tau = rF \sin \theta$
“Masse”	$m$		$I = \int r^2 dm$
“Bev.mengde”	$\vec{p} = m \dot{\vec{r}}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \vec{\omega}$	$L = rp \sin \theta = I \omega$
Kin. energi	$E_k = \frac{1}{2} m v^2$		$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$	$dW = \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta}$	$dW = \tau d\theta$
Effekt	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$P = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$	$P = \tau \omega$
Newton 2	$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \ddot{\vec{r}}$	$\vec{\tau} = \dot{\vec{L}} = I \ddot{\vec{\theta}}$	$\tau = I \ddot{\theta}$
Newton 1	$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{konst}$	$\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} = \text{konst}$	

# Konstant-akselerasjonslikninger

Translasjon:  
(konstant akselerasjon  $a$ )

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Rotasjon:  
(konstant baneakselerasjon  $\alpha$ )

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$$

Tregghetsmoment (om en gitt akse):

$$I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$$

- Alle  $I$  om massesentrum (cm):
- Ring om sentrum:  $I = M R^2$
- Ring om diameter:  $I = \frac{1}{2} M R^2$
- Sylinder eller skive om sentrum:  $I = \frac{1}{2} M R^2$
- Kule om diameter:  $I = \frac{2}{5} M R^2$
- Kuleskall om diameter:  $I = \frac{2}{3} M R^2$
- Lang, tynn stav om midtpunkt:  $I = \frac{1}{12} M L^2$
- Rektangulær plate om midtpunkt:  $I = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$
  
- Om annen parallell akse i avstand  $d$  (Steiners sats):  
$$I = I_{\text{cm}} + M d^2$$
  
- Se også Table 9.2 i Young & Freedman.