

Kap. 12. Gravitasjon

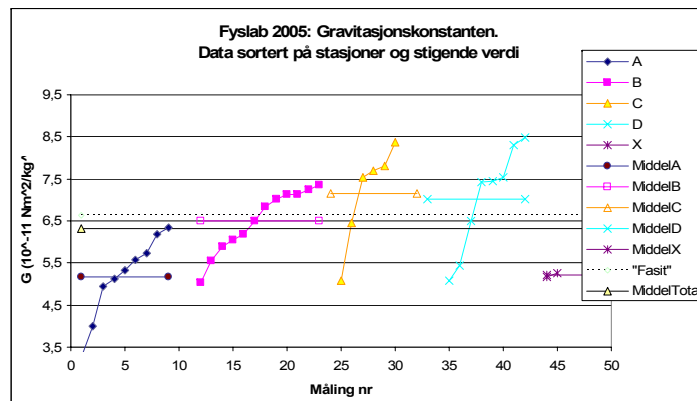
- Keplers lover for planetbaner
- Newtons gravitasjonslov
- Gravitasjonens potensielle energi.
- Unnslippshastighet

Kap. 12. Gravitasjonen

Naturens fire fundamentale krefter (fra kap 4):

- **Gravitasjonskraft**
– mellom masser
- **Elektromagnetisk kraft**
– mellom elektriske ladninger
- Sterk kjernekraft
- Svak kjernekraft

Studenters måling av G



Noen fysiske konstanter

Fra Angell & Lian:
Fysiske størrelser
og enheter,
s. 15.

Verdiene her og ellers i heftet er tatt fra CODATA ²⁰⁰⁶ Bulletin 63 (1986). Usikkerheten ligger i de to siste sifrene.

lysarten i tomt rom	c	$\stackrel{\text{def}}{=} 299\,792\,458 \text{ m/s}$
	c^2	$= 8,987\,551\,787\,4 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$
tomromspermeabiliteten, (den magnetiske konstanten)	μ_0	$\stackrel{\text{def}}{=} 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} =$ $1,256\,637\,061\,4 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$
tomromspermittiviteten, (den elektriske konstanten)	ϵ_0	$\stackrel{\text{def}}{=} 1/\mu_0 c^2 = 8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ $\stackrel{\text{def}}{=} \frac{6,674\,28}{6,674\,2} \cdot \frac{818}{817}$
gravitasjonskonstanten	G, f	$= 6,672\,59 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
standard tyngdeakselerasjon	g_n	$\stackrel{\text{def}}{=} 9,806\,65 \text{ m/s}^2$
Planck-konstanten	h	$= 6,626\,075\,5 \cdot 10^{-34} \text{ Js} =$ $4,135\,669\,2 \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$
\hbar	$\stackrel{\text{def}}{=} h/2\pi = 1,054\,572\,66 \cdot 10^{-34} \text{ Js} =$ $6,582\,122\,0 \cdot 10^{-16} \text{ eV s}$	
elementærladningen	e	$= 1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $\frac{176\,53}{176\,487}$
elektronradien	r_e	$= \mu_0 e^2 / (4\pi m_e) = 2,817\,940\,92 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ $\frac{325}{289\,4}$

Fysiske konstanter
fra CODATA:
<http://physics.nist.gov/cuu/Constants>

Newton's gravitasjonslov

$$F = - G m M / r^2 \quad (12.1)$$

Utleddning basert på:

Gravitasjonskraft = Sentripetalkraft

sirkelbane: $G m M / r^2 = m \omega^2 r = m 4\pi^2 / T^2 r$
 $\Rightarrow T^2 = 4\pi^2 / G M r^3 \approx \text{Kepler 3}$

ellipsebane (Newton viste):

$$T^2 = 4\pi^2 / G M a^3 \quad (= \text{Kepler 3})$$

Keplers 3. lov:

Forholdet mellom kvadratet av omløpstida T og tredje potens av banens store halvakse a er lik for alle planetene: $T^2 = C a^3$

$\langle r \rangle = a$

Mean Orbital Radii and Orbital Periods for the Planets

Planet	Mean Radius r ($\times 10^{10}$ m)	Period T (y)	T^2 / a^3 (10^{-36} s ² /m ³)
Mercury	5.79	0.241	299
Venus	10.8	0.615	300
Earth	15.0	1.00	296
Mars	22.8	1.88	298
Jupiter	77.8	11.9	301
Saturn	143	29.5	298
Uranus	287	84	299
Neptune	450	165	299
Pluto	590	248	300

Kap. 12. Gravitasjon

• Keplers 3 lover for planetbaner:

1. Ellipser med sola i ellipsens ene brennpunkt.
2. Like store flatestykker i lik tid 2. => Spinnsatsen
3. lov: $T^2 = C r^3$ 1+3. => Newtons grav.lov

• Newtons gravitasjonslov:

$$F = - G m_1 m_2 / r^2 \quad (\text{punktmasser}) \quad (12.1)$$

Utenfor sfæriske legemer: som all masse samla i sentrum
 Infinitesimalregning: Isaac Newton / Gottfried Leibniz

• Om kjeglesnitt (ellipser, parabler, hyperbler) i MA1102 (2.sem)

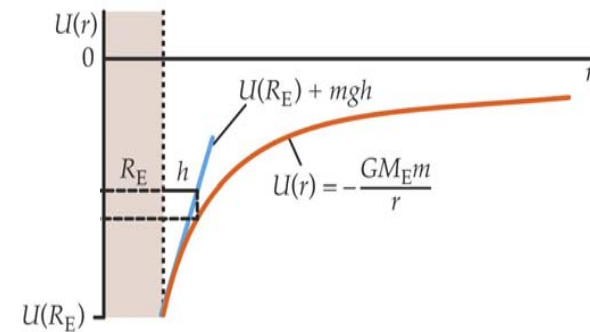
<http://www.math.ntnu.no/emner/MA1102/2008v/pensum.imf>

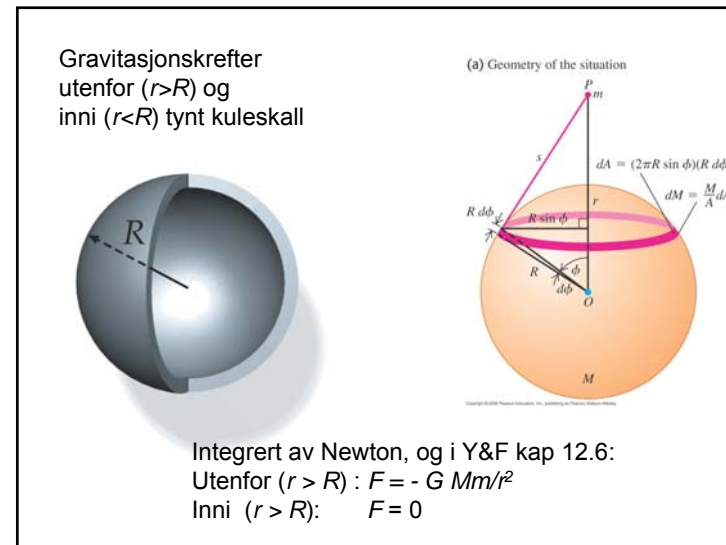
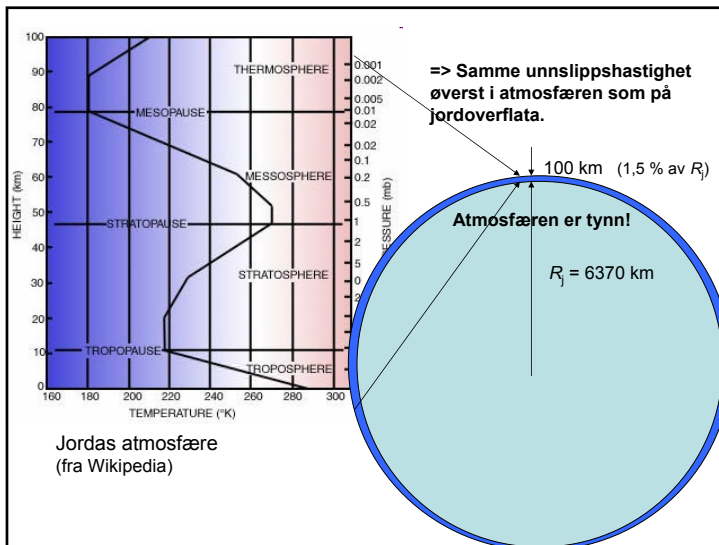
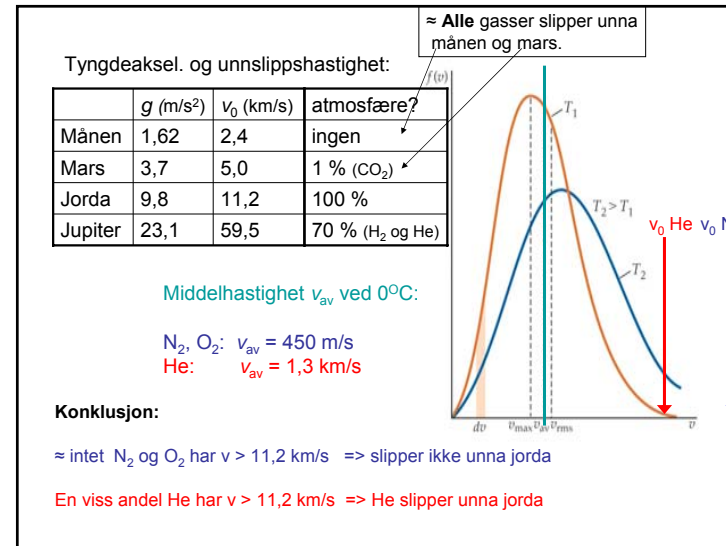
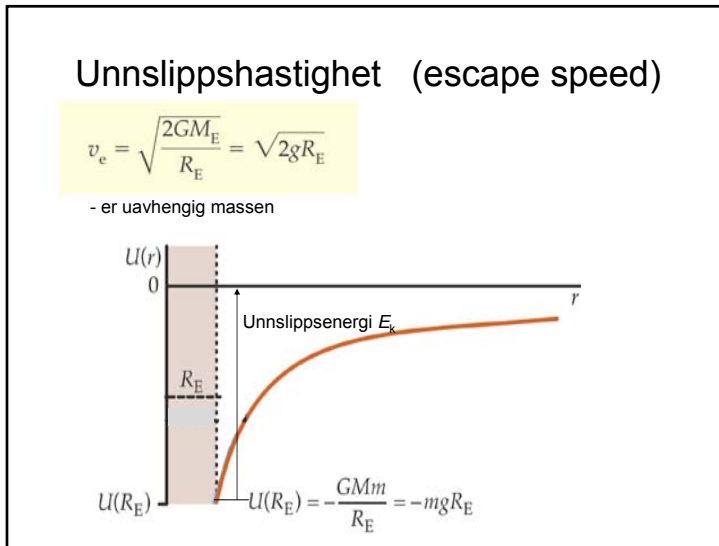
<http://www.math.ntnu.no/emner/MA1102/2008v/notater/kepler.pdf>

• Gravitasjonens potensielle energi:

$$E_p = - G m_1 m_2 / r$$

Potensiell energi $U(r) = E_p(r)$





Sammenheng potensiell energi og konservativ kraft

$$E_p = - \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{F} = - \frac{dE_p}{dr} \hat{r}$$

Utenfor kule:

$$F(r) = - \frac{dE_p}{dr} = - \frac{d \left(-G \frac{Mm}{r} \right)}{dr} = -G \frac{Mm}{r^2}$$

Inni massiv kule:

$$F(r) = - \frac{dE_p}{dr} = - \frac{d \left(-G \frac{Mm}{R} \frac{1}{2} \left[3 - \frac{r^2}{R^2} \right] \right)}{dr} = -GMm \frac{r}{R^3}$$

Kap. 12. Gravitasjon

• Keplers 3 lover for planetbaner:

1. *Ellipser* med sola i ellipsens ene brennpunkt.
2. Like store flatestykker i lik tid => **Spinnsatsen**
3. **lov:** $T^2 = C r^3$ => **Newtons grav.lov**

• Newtons gravitasjonslov:

$$F = - G Mm/r^2 \quad (\text{punktmasser})$$

- Utenfor sfæriske legemer: som all masse samla i sentrum
- Inni sfæriske legemer: $F = - G Mm \cdot r / R^3$

• Gravitasjonens potensielle energi:

$$E_p = - G Mm/r$$

• Tyngdens akselerasjon:

$$g = F/m = - G M/r^2 \quad (\approx 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ når } r = R_j)$$

• Gravitasjonsmasse (i $F = - G Mm/r^2$) = treg masse (i $F=ma$)

Gravitasjon og Einsteins generelle relativitetsteori:

1. Avbøyning av lys nær planeter/stjerner.
2. Tida går fortare jo sterkere gravitasjonsfeltet er. Frekvensen på lys endres.

$$\text{Relativ tidskorreksjon: } \frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta E_p}{mc^2}$$

Eks: Ved svært sterkt grav.felt slipper ikke lys ut: **SORTE HULL**.
Jorda med radius 0,88 cm ville gi et sort hull.

Gravitasjon og Einsteins generelle relativitetsteori:

Tidskorreksjoner ved GPS:

1) Spesielle relativitetsteorien:

Korreksjon pga. stor hastighet ($v/c = 13$ ppm):
Satelittklokker **sakner 7 μ s** per døgn
(Eksamen 3FY juni 2006)

2) Generelle relativitetsteorien:

Korreksjon pga. ulik gravitasjon ($\Delta t/t = \Delta E_p/mc^2$):
Satelittklokker **fortner 45 μ s** per døgn

Totalt: Satelittklokker **fortner 38 μ s** per døgn
($38 \mu s / 86400 \text{ s} = 4,4 \cdot 10^{-10}$)

Løsning:

GPS-mottakere bruker 10,23000000000 MHz
Sendefrekvensen til satelitten er 10,22999999543 MHz.

