

### Kap. 8

Bevegelsesmengde. Flerpartikkelsystem.

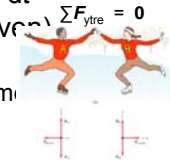
**Vi skal se på:**

- Newtons 2. lov på ny.
- Definisjon bevegelsesmengde.
- Kraftstøt, impuls. Impulsloven.
- **Flerpartikkelsystemer:**
- Kollisjoner:
  - Elastisk, uelastisk, fullstendig uelastisk
- Massefellespunkt
- Rakettlikningen (variabel masse)

### Kap. 8

Bevegelsesmengde. Flerpartikkelsystem.

- Bevegelsesmengde:  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$
- Opprinnelig form Newton 2:  $\mathbf{F} = d\mathbf{p} / dt$
- Kraftstøt =  $\mathbf{J} = \int \mathbf{F} dt = \Delta \mathbf{p}$  (impulsloven)  $\sum \mathbf{F}_{\text{ytre}} = 0$
- Ingen ytre krefter =>  $\mathbf{p}_{\text{tot}} = \text{konstant}$ 
  - Kraftstøt motsatt like stort på hvert legem
- **Flerpartikkelsystem:**
- Kollisjoner:
  - Elastisk, uelastisk, fullstendig uelastisk
  - Ikke-sentralt støt (Ex. 8.12 i Y&F)
- Massefellespunkt (Y&F 8.5)
- Ikke konstant masse: Rakettlikningen (Y&F 8.6)



- Kollisjoner skjer så raskt at vi *kan se bort fra* ytre krefter under kollisjonen

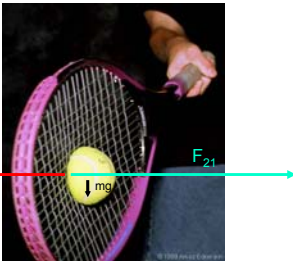
**Eksempel tennisballen:**

$m = 56 \text{ g}$   
 $v = 50 \text{ m/s} \rightarrow v = -50 \text{ m/s}$   
 på  $t = 0,010 \text{ s}$

Vi fant:

$F_{\text{av}} = \Delta p / \Delta t = 560 \text{ N}$   
 $F_{\text{max}} \approx 1000 \text{ N}$

Ytre kraft = tyngde =  $mg = 0,55 \text{ N}$   
 er forsvinnende liten



### Sentralt elastisk støt

$v_A, v_B = \text{fart før støt}$   
 $v_A', v_B' = \text{fart etter støt}$

**Generell løsning (fra i går):**

$$v_A' = \frac{(m_A - m_B)v_A + 2m_B v_B}{m_A + m_B} \quad (103)$$

$$v_B' = \frac{(m_B - m_A)v_B + 2m_A v_A}{m_B + m_A} \quad (104)$$

**Så langt om kollisjoner:**

- Kraftstøt =  $J = \int F dt = \Delta p$  (impulsloven)
- Antar ingen ytre krefter i selve kollisjonen  
=> Bevegelsesmengde er bevart:  
$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \quad (100)$$

**Tilleggslikninger:**

- Elastisk støt: Kinetisk energi bevart:  
$$m_A v_A^2 + m_B v_B^2 = m_A v'^2_A + m_B v'^2_B \quad (101)$$
- Uelastisk støt (ingen spes. likninger)
- Fullstendig uelastisk støt: Felles slutfart:  
$$v'_B = v'_A \quad (110)$$

**Y&F: Ex. 8.8: Fullstendig uelastisk støt**

To ukjente:  
 $v_1$  og fellesfarten  $v' = v'_1 = v'_2$

To likninger:  
Impulsbevarelse **under** støtet og energibevarelse **etter** støtet

**Delvis uelastisk støt**

Tre ukjente: Før støt:  $v_1$ . Etter støt:  $v'_1$  og  $v'_2$

To likninger: Impulsbevarelse **under** støtet og energibevarelse **etter** støtet.

Tilleggsopplysning: F.eks. oppgitt kulas fart etter støtet:  $v'_1 = \frac{1}{2} v_1$   
(evt. kunne tap i energi være oppgitt)

**Ikke-sentralt støt, to like kuler**

$b \rightarrow 0$                        $b \rightarrow 2R$

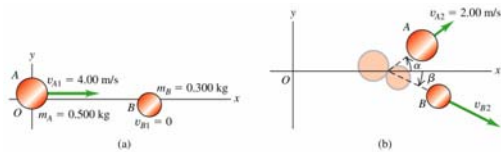
$\approx$  sentralt                      så vidt touch

$v'_1 \approx 0$     $v'_2 \approx v_1$                        $v'_2 \approx 0$     $v'_1 \approx v_1$

Alltid  $v'_1 \perp v'_2$

### Ikke-sentralt støt

- Kollisjon skjer ikke langs éi linje



(Y&F Ex. 8.12)

Hvis kule B ikke er i ro før støt:  
 Legg inn koord.system som følger kule B før støtet.

### Massefellespunkt

- **Punktpartikkel:** all masse i ett punkt
- **Flerpartikkelsystem:**  
 Legeme =  $\sum$  punktpartikler  
 (nødvendig mhp. rotasjon, bøyning, deformasjon)

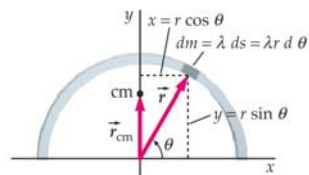
- **Massefellespunkt:**  

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{M} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2)$$
- Topartikkelsyst. 
$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i \quad (8.29)$$

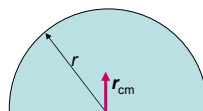
- Kontinuerlig 
$$\vec{r}_{cm} = \frac{\int_{legeme} \vec{r} \cdot dm}{\int_{legeme} dm} = \frac{1}{M} \int_{legeme} \vec{r} \cdot dm \quad (8.29B)$$

- **Tyngdepunkt = massefellespunkt**  
 dersom tyngdeaksel. **g** er lik over hele legemet

### Eks. 1 Massefellespunkt

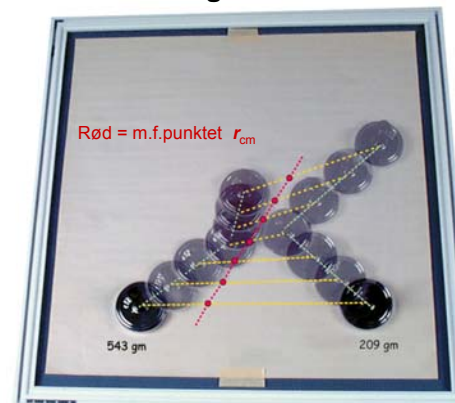


Halvsirkel:  
 $y_{cm} = r \cdot 2/\pi = 0,64 r$   
 $[\lambda] = \text{kg} / \text{m}$

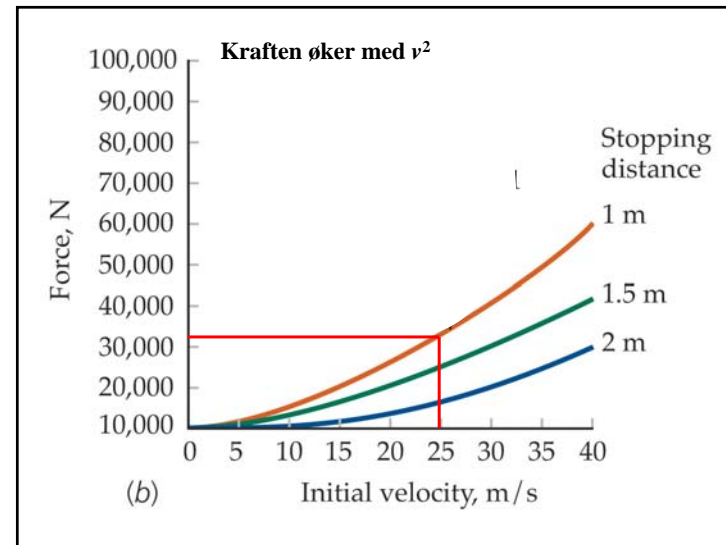
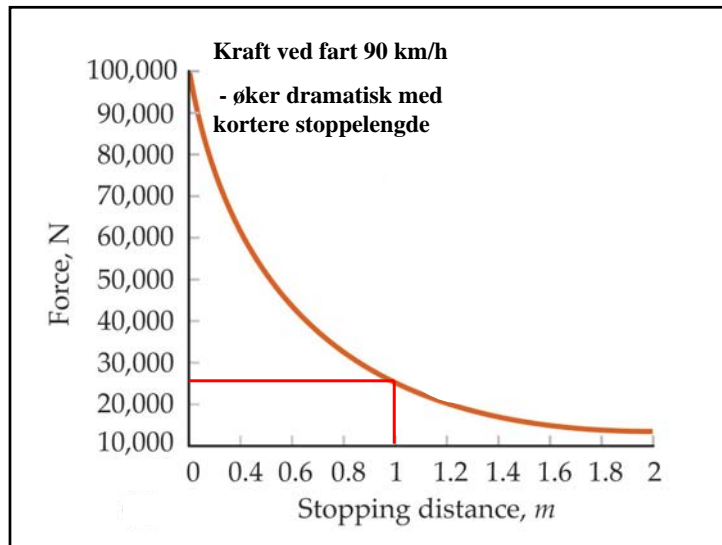


Halv sirkelplate:  
 $y_{cm} = r \cdot 4/(3\pi) = 0,42 r$   
 $dm = \sigma dA$   
 $[\sigma] = \text{kg} / \text{m}^2$

### Fullstendig elastisk støt



Ingen ytre krefter =>  $M \frac{d}{dt} \vec{r}_{cm} = \vec{F}_{ext} = \mathbf{0}$   
 => Massefellespunktet  $\vec{r}_{cm}$  fortsetter upåvirket under støtet.  
 Relativbevegelsen (gult) endres under støtet.



### Kritiske akselerasjoner ved kollisjoner

Hjernen mest følsom.

Avhengig av akselerasjonen (antall g) og tida den virker:

- 150 x g i få ms: Dødelig
- 50 x g: 20-30 ms kan tåles.
- "Severity index"  $= I = \int (a/g)^{5/2} dt$   
 $I = 1000 \text{ s}$  gir 50/50 sjanse overleve

Essensielt å stoppe over lengst mulig tid og distanse.

- Sikkerhetsbelte
- Polstring
- Kollisjonsputer (ingen skarpe kanter => lite trykk)
- Deformerbart frontparti

### Kap. 8. Bevegelsesmengde. Flerpartikkelsystem

- Bevegelsesmengde:  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$
- Opprinnelig form Newton 2:  $\mathbf{F} = d\mathbf{p} / dt$
- Kraftstøt =  $\mathbf{J} = \int \mathbf{F} dt = \Delta\mathbf{p}$  (impulsloven)
- Antar ingen ytre krefter (i bevegelsesretning) under støt:
  - Bevegelsesmengde  $\mathbf{p}_{\text{tot}}$  er bevart
  - *Tilleggslikninger:*
    - Elastisk støt: Kinetisk energi bevart
    - Fullstendig uelastisk støt: Felles slutfart. (Energi avtar)
    - Uelastisk støt: Ingen generell tilleggslikning. (Energi avtar)
- For ikke-sentrale støt bestemmer *støtparameteren* vinkler
- Massefellespunkt  $\mathbf{r}_{\text{cm}} = \int \mathbf{r} dm / M$ . Relativkoordin.  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$
- Newtons lov for massefellespunkt:  $\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = m \mathbf{a}_{\text{cm}}$
- Rakettilikningen:  $\mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{v}_{\text{rel}} dm/dt = m d\mathbf{v}/dt$