

Konstant-akselerasjonslikninger

Translasjon:
(konstant akselerasjon a)

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$s - s_0 = \langle v \rangle t = \frac{1}{2}(v + v_0) t$$

Rotasjon om fast akse:
(konstant vinkelakselerasjon α)

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$$

$$\theta - \theta_0 = \langle \omega \rangle t = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0) t$$

Oppsummering:

Kap. 9+10. Rotasjon av stive legemer

Vi har sett på:

- Vinkelhastighet $\omega = d\theta/dt$, vinkelakselerasjon $\alpha = d\omega/dt$
- Sentripetalakselerasjon $a_c = -r \omega^2 = -\omega v = -v^2/r$
- Baneakselerasjon $a_t = r \cdot \alpha$
- Rotasjonsenergi $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
- Tregghetsmoment $I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$ (om en gitt akse)
- Dreiemoment: $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- Spinn (dreieimpuls) = $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m \mathbf{v}$
For stivt legeme: $\mathbf{L} = I \boldsymbol{\omega}$
- Spinnsatsen: $\tau = dL/dt$ (Newton 2 for rotasjon)
For stivt legeme: $\tau = I d\omega/dt$
- Eksempler: rulling, gyroskop (sykkelhjul), barnekarusell, m.m.

Kap. 9+10. Analogier translasjons- og rotasjonsbevegelser

| Størrelse | Trans | Rot (vektor) | Rot (skalar) |
|--------------|--|--|----------------------------------|
| Stedkoord. | \vec{r} | | θ |
| Hastighet | $\dot{\vec{r}} = \vec{v}$ | $\dot{\vec{\theta}} = \vec{\omega}$ | $\dot{\theta} = \omega$ |
| Akselerasjon | $\ddot{\vec{r}} = \vec{a}$ | $\ddot{\vec{\theta}} = \vec{\alpha}$ | $\ddot{\theta} = \alpha$ |
| "Kraft" | \vec{F} | $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ | $\tau = rF \sin \theta$ |
| "Masse" | m | | $I = \int r^2 dm$ |
| "Bev.mengde" | $\vec{p} = m \dot{\vec{r}}$ | $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I \vec{\omega}$ | $L = r p \sin \theta = I \omega$ |
| Kin. energi | $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ | | $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$ |
| Arbeid | $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ | $dW = \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta}$ | $dW = \tau d\theta$ |
| Effekt | $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ | $P = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$ | $P = \tau \omega$ |
| Newton 2 | $\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \ddot{\vec{r}}$ | $\vec{\tau} = \dot{\vec{L}} = I \ddot{\vec{\theta}}$ | $\tau = I \ddot{\theta}$ |
| Newton 1 | $\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{konst}$ | $\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} = \text{konst}$ | |

Tregghetsmoment (om en gitt akse):

$$I = \sum r_i^2 m_i \rightarrow \int r^2 dm$$

- Alle I om massesentrum (cm):
- Ring om sentrum: $I = MR^2$
- Ring om diameter: $I = \frac{1}{2} MR^2$
- Sylinder eller skive om sentrum: $I = \frac{1}{2} MR^2$
- Kule om diameter: $I = (2/5) MR^2$
- Kuleskall om diameter: $I = (2/3) MR^2$
Rullende legemer: $I = c m R^2$ ($c=1, 1/2, 2/5$ etc.)
- Lang, tynn stav om midtpunkt: $I = (1/12) M L^2$
- Rektangulær plate om midtpunkt: $I = (1/12) M (a^2 + b^2)$
- Om annen parallell akse i avstand d (Steiners sats):
 $I = I_{cm} + M d^2$
- Se også Table 9.2 i Young & Freedman.