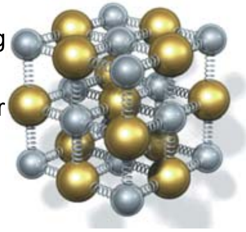
Kap. 13
Udempede svingninger

- **Mye svingning i dagliglivet:**
  - Pendler
  - Musikkinstrument
  - Elektriske og magnetiske svingning
  - Klokker
  - Termiske vibrasjoner (= temperatur
  - Måner og planeter
  - Historien og økonomien
  - m.m.
  - Farlige svingninger:



Tacoma Narrows Bridge on the morning of Nov. 7, 1940. The bridge was an unusually light design, and, as engineers discovered, peculiarly sensitive to high winds. Rather than resist them, as most bridges do, the Tacoma Narrows tended to sway and vibrate. On November 7, in a 40-mile-per-hour wind, the center span began to sway, then twist. The combined force of the winds and internal stress was too great for the bridge, and it self-destructed. No one was killed, as the bridge had been closed because of previous swaying. This is one of the best-known and most closely studied engineering failures, thanks in large part to the film and photographs that recorded the collapse.

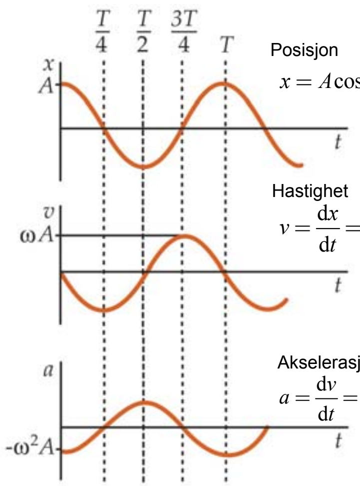
Kap. 13
Udempede svingninger

- **Enkel harmonisk oscillasjon (SHM):**

  $d^2/dt^2\, x + \omega^2 x = 0$ (13.4)

  med løsning: $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ (13.13)
- Beskrivelse med roterende vektor
- Energi for SHM
- Eksempler:
  - Fjærpendel $\omega^2 = k/m$
  - Matematisk pendel
  - Fysisk pendel
  - Torsjonspendel

I dag



Posisjon

$x = A\cos(\omega t + \phi)$ (13.13)

φ = fasevinkel,
(= 0 i grafen)

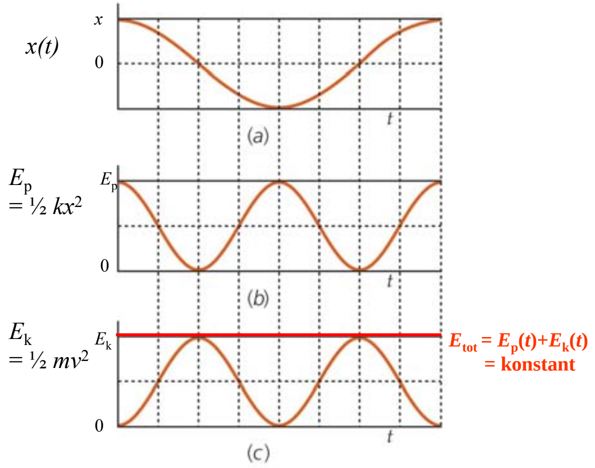
Hastighet

$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$ (13.15)

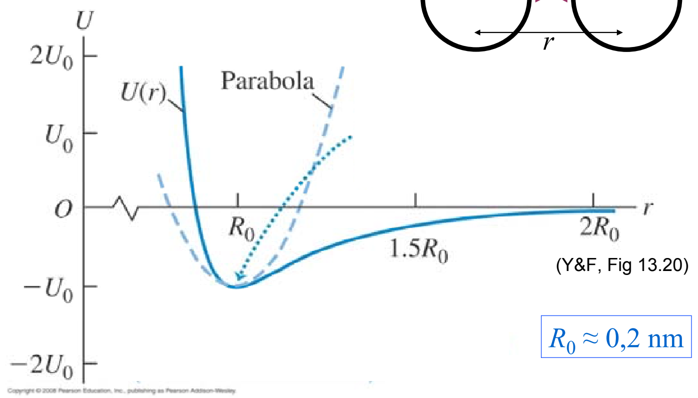
Akselerasjon

$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$ (13.16)

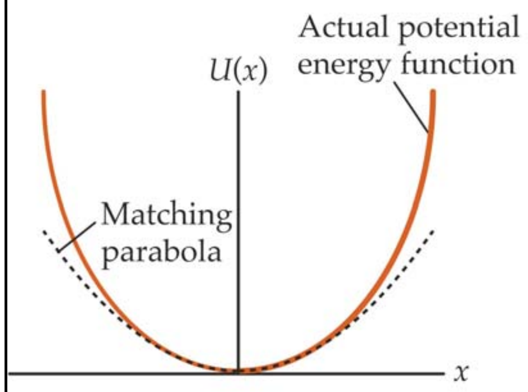
(Fjærpendel: $\omega^2 = k/m$)

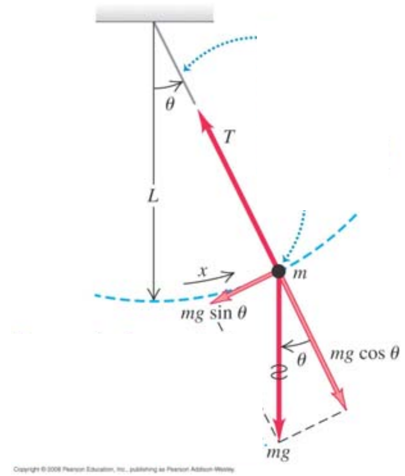


Energifunksjonen $U(x) = E_p(x)$ kan ofte bare være bare ***tilnærmet*** parabolsk.
Eks 1: van der Waals tiltrekning mellom to atomer :



Energifunksjonen $U(x) = E_p(x)$
kan ofte bare være ***tilnærmet*** parabolsk.
Eks.2: Trille kule inni halvkuleformet bolle:





Matematisk pendel

$\omega^2 = g/L \qquad T = 2\pi/\omega$

Feil ved f.eks. 30^o:

$\sin 30^o = \sin \pi/6 = 0{,}500$
$\pi/6 = 0{,}524$

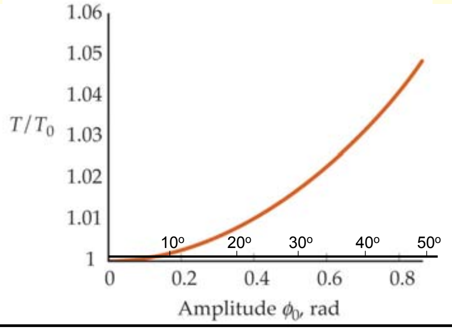
$\sin\theta = \theta$ feil med 5 %

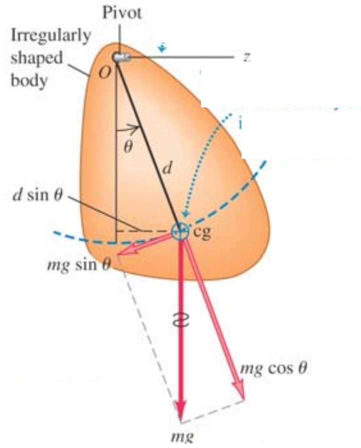
Matematisk pendel $T_0 = 2\pi\sqrt{g/L}$

Periode ved "store" vinkelamplituder Φ_0:

$$T = T_0\left[1 + \frac{1}{2^2}\sin^2\frac{1}{2}\phi_0 + \frac{1}{2^2}\left(\frac{3}{4}\right)^2\sin^4\frac{1}{2}\phi_0 + \cdots\right]$$

≈ (13.35)
($\Phi \to \theta$)





Fysisk pendel.

N2-rot gir:

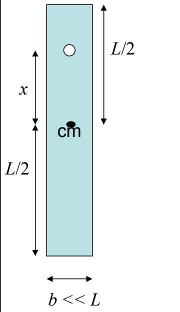
$$d^2/dt^2\,\theta + \omega^2\,\theta = 0$$

der $\omega^2 = mgd/I$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

(Y&F Fig. 13.23)

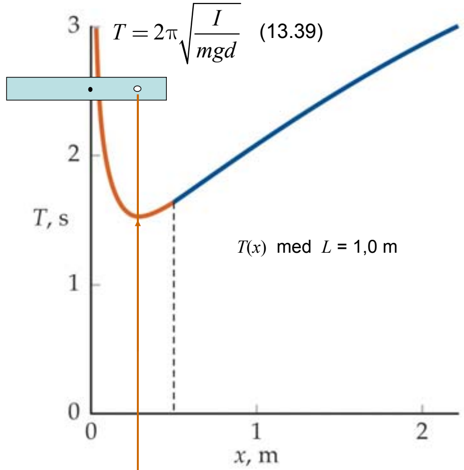
Svingende fjøl



$I = I_{cm} + mx^2$

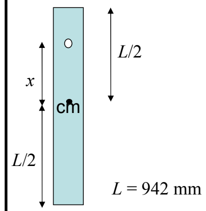
$I_{cm} = 1/12\ m\,(L^2+b^2)$
$\approx 1/12\ m\,L^2$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ (13.39)

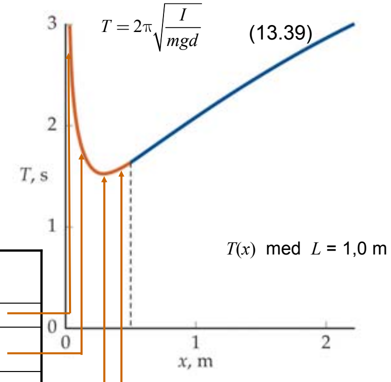


Minimum ved $x = L/\sqrt{12} = R_G$

Svingende fjøl



$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ (13.39)



hull	x/mm	beregnet T/s	målt T/s
≈sentrum	15	4,40	4,3
nedre	153	1,60	1,60
midtre	272 $= R_G$	1,48	1,50
øvre	428	1,56	1,56

Torsjonssvingninger

(Y&F Ch.13.4: Angular SHM)

Dreiemoment = - (torsjonsstivhet) ·(vinkel)

$\tau = -\kappa \cdot \theta$

\+ spinnsatsen:

$\tau = I\, d^2/dt^2\, \theta$

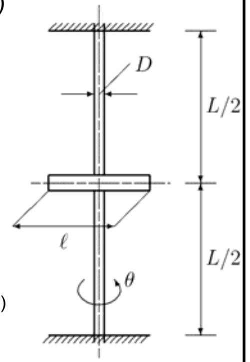
= harmonisk oscillator:

$d^2/dt^2 \theta + \omega^2 \theta = 0$

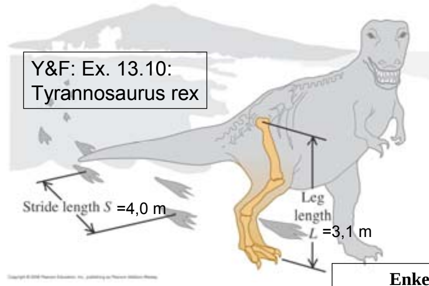
der $\omega^2 = \kappa / I$

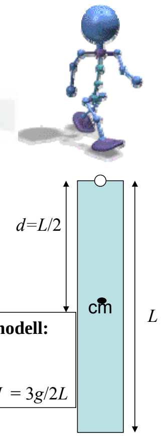
I = (1/12) $M\ell^2$
(tverrstavens treghetsmoment)

$\kappa = 2 \cdot [\pi/32 \cdot \mu \cdot D^4/(L/2)]$
(trådenes torsjonsstivhet)



Fotpendling





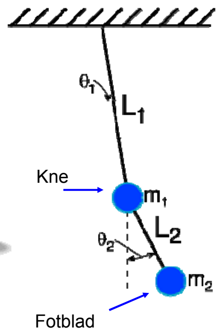
Enkel modell:
$I = (1/3)\,ML^2$
$d = L/2$
=> $\omega^2 = Mgd/I = 3g/2L$

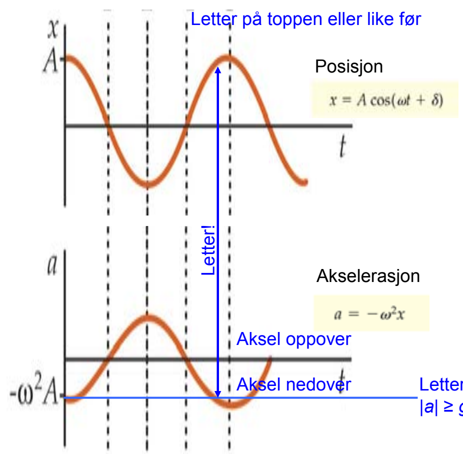
$T = 2\pi/\omega \approx 2{,}9$ s

$v = S/T = 5{,}0$ km/h

T prop. med $\sqrt{L}$, S prop. med L => $v = S/T$ prop.med $\sqrt{L}$

Føttene er en dobbel-pendel





Fra eksamen des. 2009
(flervalgsoppgave)

k. En pakke vaskemiddel står oppå en vaskemaskin som er i ferd med å sentrifugere på 1200 omdreininger pr minutt. Vaskemaskinen vibrerer dermed vertikalt med en amplitude på 1 mm. Vil vaskemiddelpakken på noe tidspunkt miste kontakten med underlaget? Hvorfor, evt hvorfor ikke?

A Ja, fordi vaskemaskinens maksimale akselerasjon overstiger 9.8 m/s².
B Ja, fordi vaskemaskinens maksimale hastighet overstiger 9.8 m/s.
C Nei, fordi vaskemaskinens maksimale akselerasjon aldri overstiger 9.8 m/s².
D Nei, fordi vaskemaskinens maksimale hastighet aldri overstiger 9.8 m/s.
E Nei, fordi vaskemaskinens maksimale vertikale utsving aldri overstiger 9.8 mm.

SHM:
$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 1200/60$ 1/s $= 40\pi$ 1/s

$a = -\omega^2 A \cos(\omega t)$
$a_{max} = \omega^2 A = (40\pi)^2 \cdot 0{,}002$ m $= 15{,}8$ m/s² $> g$ => Alt. A

Fra eksamen des. 2003 Horisontal svingning.

Oppgave 4
En pakke med masse m er plassert på en horisontal plattform som svinger harmonisk langs bakken med periode T. Friksjonskoeffisienten mellom bakken og plattformen er μ og tyngdens akselerasjon er g. Svingeamplituden A økes nå langsomt (med konstant T).
Ved hvilken amplitude A_0 begynner pakken å skli? (Forsøk med en mynt på et papirark.)

Friksjonsbegrenset

Kap. 13 Udempede svingninger

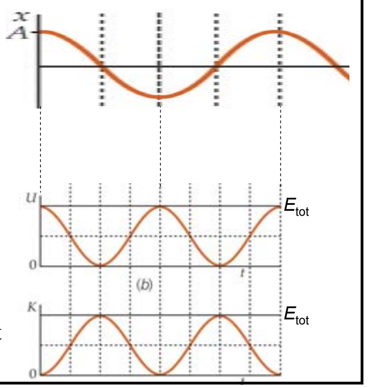
- **Udempet harmonisk oscillasjon (SHM)**

  $$\frac{d^2}{dt^2} x + \omega^2 x = 0$$

  x-komponent av roterende bevegelse med vinkelhastighet ω :

  $$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

- **Eksempler:**
  - Fjærpendel $\omega^2 = k/m$
  - Matematisk pendel $\omega^2 = g/l$
  - Fysisk pendel $\omega^2 = mgd/I$
  - Torsjonspendel $\omega^2 = \kappa/I$



- **Energi:**
  - $E_p(t) = ½\, k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$
  - $E_k(t) = ½\, mv^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$
  - $E_{tot} = E_k(t) + E_p(t)$
    $= ½\, k A^2 = ½\, m\, \omega^2 A^2 =$ konst

Kap. 13 Udempede svingninger

Kriterium for harmonisk oscillasjon (SHM):
- **Krafta som trekker mot likevekt er prop. med avstand x (eks. $F = -kx$)**

Dette gir:
- $\frac{d^2}{dt^2} x + \omega^2 x = 0$ - fra (N2)
- $E_p(t)$ prop. med x^2

Fjærpendel:	$E_p(t)$	$= ½\, k\, x^2$
Torsjonspendel:	$E_p(t)$	$= ½\, \kappa\, \theta^2$
Tyngdependel	$E_p(t)$	$= mgh$
		$= mgL(1-\cos\theta)$
		$\approx mgL/2 \cdot \theta^2$

- Totalenergien $E_{tot} = E_k(t) + E_p(t)$ er konstant og svinger mellom $E_k(t)$ og $E_p(t)$