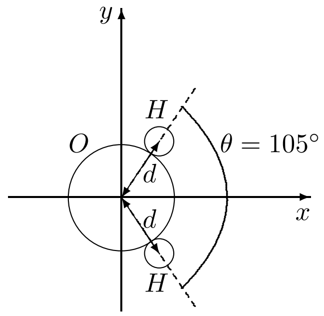
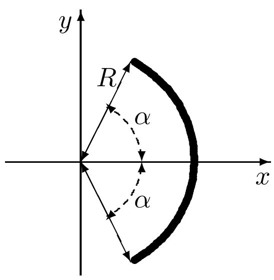
TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk
Øving 7



Oppgave 1. Massefellespunkt.

Figuren viser en enkel modell av et vannmolekyl. Vi kan betrakte atomene som punktmasser fordi omtrent hele atomets masser er knyttet til atomkjernen, som utgjør ca. 10^{-5} av atomets utstrekning. Oksygenatomets masse er 16 u og hydrogenatomets masse er 1 u. Finn posisjonen til vannmolekylets massefellespunkt uttrykt ved avstanden d mellom oksygenkjernen og hydrogenkjernene.



Oppgave 2. Massefellespunkt, integrasjon.

a. En tynn, jamntykk, bøyle er en del av en sirkel og har sektorvinkel 2α, som vist i figuren. Sirkelradiusen er R. Vis at massefellespunktets posisjon i forhold til sirkelens sentrum er gitt ved:

$$x_{\mathrm{cm}} = R\,\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

Hva blir resultatet for $\alpha = \pi$, $\alpha = \pi/2$ og $\alpha \to 0$? Er svarene rimelige?

b. Bøylen erstattes av en sirkelsektor med samme åpningsvinkel 2α og radius R. Sirkelsektoren har jamn tykkelse. Vis at massefellespunktets posisjon i forhold til sirkelens sentrum er gitt ved:

$$x_{\mathrm{cm}} = \frac{2}{3}R\,\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

Hva blir resultatet for $\alpha = \pi$, $\alpha = \pi/2$ og $\alpha \to 0$? Er svarene rimelige?

Oppgave 3. Rakettlikningen.

En rakett skytes vertikalt oppover nær jordoverflata slik at tyngdeakselerasjonen er konstant lik g. Forbrenningsgassene fra rakettmotoren blåses ut bakover med en hastighet v_{rel} i forhold til raketten.

a. Bruk "rakettlikningen" til å vise at dersom raketten starter fra ro, blir hastigheten

$$v(t) = v_{\mathrm{rel}} \ln\left(\frac{m_0}{m}\right) - gt\,,$$

der t er tida motoren brenner, og m_0 og m er rakettens start- og sluttmasse.

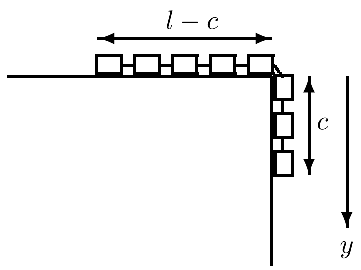
b. For denne raketten har vi at $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = -R$ og konstant. Vis at rakettens akselerasjon kan skrives som

$$a(t) = \frac{v_{\mathrm{rel}}R}{m_0 - Rt} - g\,.$$

c. Raketten kan få svært stor hastighet hvis utblåsingen foregår svært lenge. Er det mulig å få raketten opp til en hastighet lik f.eks. 1/1000 av lysfarten, dvs. $c/1000 = 3,0 \cdot 10^5$ m/s? Sjekk dette ved å finne hvor mye av den opprinnelige raketten som da **ikke** er drivstoff. Du kan nå anta $F_{\mathrm{Y}} = 0$ under akselerasjonen (tyngdekraften vil uansett ha liten betydning for en slik ekstrem rakett) og utblåsingshastigheten til forbrenningsgassene relativt til raketten kan du sette $v_{\mathrm{rel}} = 2,5$ km/s.
TIPS: Bruk resultater fra **a**.
Hvis svaret er nedslående, hvor stor vil du anslå som rimelig makshastighet for en rakett ut fra slike betraktninger?

(flere oppgaver neste side)

Oppgave 4. Kjede over bordkant.



En kjede med svært mange og små ledd henger utover en bordkant. Kjedens totale lengde er l, massen er m og en lengde y henger til enhver tid utenfor bordkanten. Kjeden holdes initielt i ro med en lengde $y = c$ utenfor bordkanten. Så slippes den og begynner å gli med hastighet $v(y)$. Figuren viser kjeden, men antall ledd er atskillig større, slik at du kan regne bitene for infinitesimale.

a. Vi antar at det ikke er friksjon mellom kjeden og den horisontale bordflaten. Bestem hastigheten $v(l)$ til kjeden idet siste ledd glir over bordkanten. TIPS: Diff.likning i v og y fra N2 med $\dot{v} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}y \cdot v$; eller energilikning.

I **b.** og **c.** er det friksjon $\mu_\mathrm{s} = \mu_\mathrm{k} = \mu$ mellom kjeden og bordflata og samme initialvilkår.

b. Hva er største verdien friksjonskoeffisienten μ kan ha for at kjeden skal starte å gli? Uttrykk svaret med l og c.

c. Finn hastigheten til kjeden idet siste ledd glir over bordkanten.

Utvalgte fasitsvar: 1: $x_\mathrm{cm} = 0{,}068\,d$, $y_\mathrm{cm} = 0$; 4a: $v = \sqrt{\frac{g}{l}(l^2 - c^2)}$; 4b: $\mu \le \frac{c}{l-c}$.