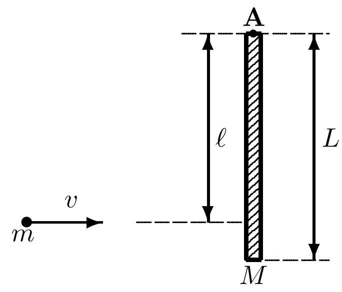
Institutt for fysikk 2010

TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk
Øving 9B - Uten Matlab

Kun du som **ikke har Matlab-kjennskap skal gjøre denne øving 9B**, andre gjør øving 9 med Matlab!

Oppgave 1. Bevaring av spinn.



Figuren viser en tynn, homogen stav med masse M og lengde L som kan rotere friksjonsfritt om en fast horisontal akse A (som står normalt på staven/papirplanet). Staven henger i ro vertikalt.

Ei kule med masse m skytes med hastigheten v mot staven og treffer og fester seg (fullstendig uelastisk støt) i avstand ℓ fra opphenget. Vi kan se bort fra luftmotstand.

a. Formuler parallellakseteoremet (Steiners sats).

b. Anta treghetsmomentet for en tynn stav om en akse gjennom massefellespunktet som kjent og bruk Steiners sats til å finne treghetsmomentet til staven om akse A. Finn også kulas treghetsmoment om A når den etter støtet sitter fast i staven.

c. Finn bevegelsesmengden til systemet (stav+kule) like før kula treffer staven.

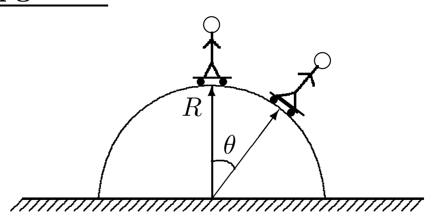
d. Finn spinnet (dreieimpulsen) om A til systemet like før kula treffer staven.

e. På grunnlag av bevaring av spinnet, finn vinkelhastigheten ω for systemet like etter kula treffer staven.

f. Hva forenkles uttrykket for ω til dersom $m \ll M$?

g. Hvilke betingelser må være oppfylt for at spinnet skal være bevart?

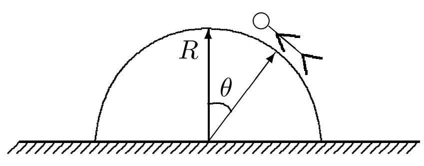
Oppgave 2.



En sprø rullebrettentusiast balanserer på toppen av St. Paul katedralen, som danner en halvkuleformet kuppel med radius R. Han har en masse m, tyngdeakselerasjonen er g og friksjon neglisjeres. Likevekten er ustabil, og som følge av en liten ustøhet, begynner han å rulle nedover flata.

a. Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for hastigheten, v, som funksjon av vinkel θ.

b. Finn uttrykk for $F_{\mathrm{N}}(\theta)$, dvs. normalkrafta mellom brettet og underlaget. Ved hvilken vinkel θ_0 vil brettkjøreren lette fra kuppelen? Og hva er hastigheten v_0 da? Finn tallverdi for v_0 når $R = 50\,\mathrm{m}$.



En takarbeider har et oppdrag på toppen av samme katedralen. Arbeideren er usikret, tipper overende, greier ikke å klamre seg fast og glir nedover taket. Arbeideren har masse m og friksjonskoeffisienten mellom arbeideren og taket er $\mu_{\mathrm{k}} = \mu_{\mathrm{s}} = \mu$.

c. Sett opp uttrykk for energibalanse over en liten forflytning $\mathrm{d}\theta$ for arbeideren og kom slik fram til en differensiallikning som beskriver sammenhengen mellom v og θ langs kuleoverflata. Differensiallikningen trengs ikke løses. Drøft om likningen vil gjelde alle vinkler θ.

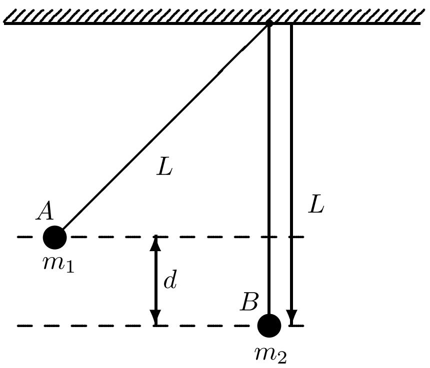
Oppgave 3. Partikkelkollisjon.

En partikkelakselerator sender en stråle med protoner (masse m) inn mot en gass. Gassen er monoatomær men av ukjent slag, kall atomvekten m_2. Protonene som skytes inn har en hastighet $1,50 \cdot 10^7$ m/s. Du detekterer noen protoner som kastes direkte tilbake etter kollisjon med gassatomene, disse protoner har hastighet $1,20 \cdot 10^7$ m/s. Anta at gassmolekylene ligger i ro i forhold til hastigheten til protonene og at kollisjonen er perfekt elastisk.

a. Hva er hastigheten v_2' til gassmolekylet umiddelbart etter en slik kollisjon?

b. Finn atommassen m_2 for den ukjente gassen, uttrykk svaret som andeler av protonmassen m.

c. Gassmolekylene har ved romtemperatur en hastighet på typisk $v_2 \approx 0,80$ km/s i tilfeldige retninger pga. termiske bevegelser. Vil denne hastigheten ha noe å bety for beregningen av molekylmassen til gassen? Svaret må begrunnes.



Oppgave 4.

To pendler med masser m_1 og m_2 og masseløse snorer med lengder L er hengt opp i taket. Den første pendelen slippes fra høyden d og treffer den andre som henger i ro. Se bort fra friksjon.

a. Anta at kollisjonen er fullstendig uelastisk. Hvor høyt stiger kulene etter kollisjonen?

b. Anta at kollisjonen er perfekt elastisk. Kule 1 slippes fra høyde $d = L/2$. Er det mulig å velge et forhold mellom massene $x = m_2/m_1$ slik at kule m_2 når opp og treffer taket? Svaret må begrunnes bl.a. med å beregne farten v_2' til kule 2 etter støtet.

Utvalgte fasitsvar: 1e: $\frac{3v\ell}{(M/m)L^2+3\ell^2}$ el.l.; 1f: $\frac{m}{M} \cdot \frac{3v\ell}{L^2}$; 2a: $v(\theta) = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$,
2b: $F_{\rm N} = mg(3\cos\theta - 2)$; $\theta_0 = 48^\circ$, $v_0 = 65$ km/h 3b: $m_2 = 9,00 \cdot m$; 4a: $h = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 d$; 4b: $x = \sqrt{2} - 1 = 0,41$.