TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk

- Størrelser og enheter (Kap 1)
- Kinematikk i en, to og tre dimensjoner (Kap. 2+3)
  - Posisjon, hastighet, akselerasjon. Sirkelbevegelse.
- **Dynamikk (krefter): Newtons lover (Kap. 4)**
- **Anvendelse av Newtons lover (Kap. 5)**
  - **bl.a. kraftdiagram, friksjon, snorkrefter, luftmotstand.**
- Arbeid, energi, energibevaring (Kap. 6+7)
- Lineær bevegelsesmengde, kollisjoner (Kap. 8)
- Rotasjon, spinn, bevaring av spinn (Kap. 9+10)
- Statisk likevekt (Kap. 11)
- Gravitasjonsloven (Kap. 13)
- Svingninger (Kap. 14)

- Eksperimentelle arbeidsmetoder (laboratorium).

Kap. 4+5. Newtons lover.

Sir Isaac Newton (1642-1727)

Før hans tid:

Aristoteles (300 f.Kr)	Antiperistatis (bevegende kraft)
Philoponos (500)	Impetus
Buridan (1300)	Impetus
Galileo Galilei (1600)	Bevegelsesmengde

- **Newtons 1., 2. og 3.lov**

Kap. 4+5: Newtons lover

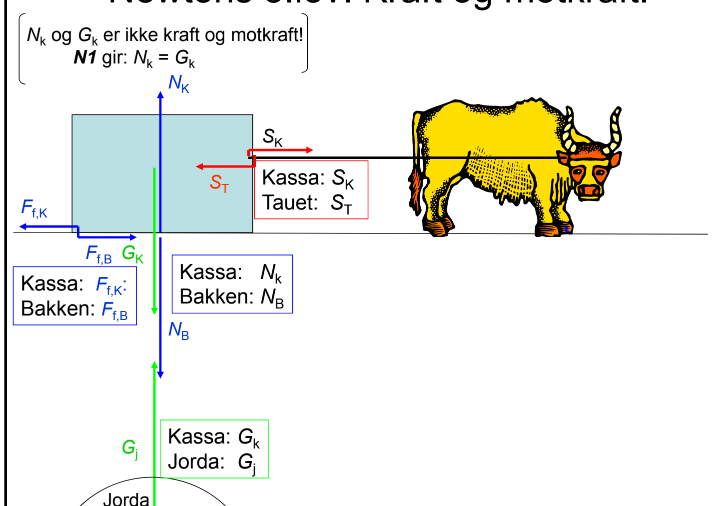
(N1): $\Sigma \boldsymbol{F} = 0$: Uendra hastighet (evt. 0)

(N2): $\Sigma \boldsymbol{F} \neq 0$: Akselerasjon $\boldsymbol{a} = \Sigma \boldsymbol{F} / m$

Enhet kraft: 1 kg·m /s^2 = 1 newton = 1 N

(N3): Krefter alltid i par.

Newtons 3.lov. Kraft og motkraft.



"It goes from zero to 60 in about 3 seconds."
© Sydney Harris

0 til 100 km/h på 3 sekunder!

Anvendelse av Newton 2:

$\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$

$\boldsymbol{F}$ = tyngdekraft
=>
$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ ≈ 9,8 (m/s)/s
≈ 35 (km/h)/s
≈ 22 (mile/h)/s

5.5. Krefter i naturen.

Fire fundamentale krefter
(formalisert lenge etter Newton):

1. **Gravitasjonskraft** – tiltrekning mellom masser
2. **Elektromagnetisk kraft** – frastøtning/ tiltrekning mellom like/ulike elektriske ladninger
3. Sterk kjernekraft – kraft mellom subatomære partikler
4. Svak kjernekraft – kraft mellom subatomære partikler under spesielle radioaktive prosesser.

Krefter i naturen.

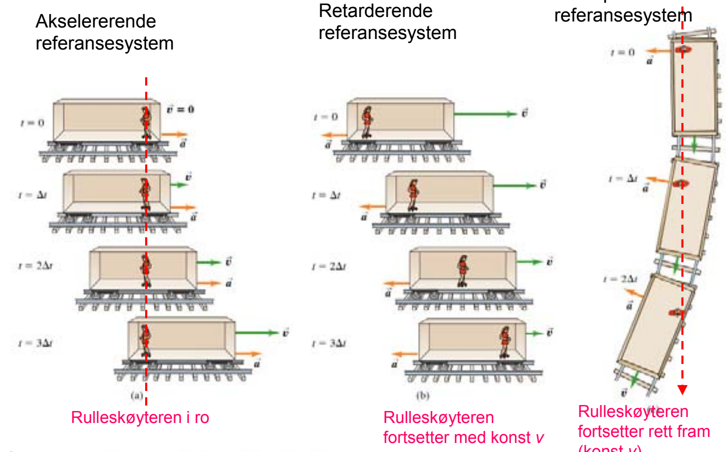
Naturens krefter manifesterer seg på ulike måter i mekanikken:

- Tyngdekraft — **gravitasjonskraft**
- Normalkraft (kontaktkraft)
- Friksjon (kontaktkraft)
- Snorkraft
- Fjærkraft
- Luftmotstand
- Væskemotstand
- m.m.

(Normalkraft til m.m.:) **elektromagnetisk kraft**

.. men alle mekaniske krefter har sin årsak i en av de to fundamentale kreftene

Ikke-inertialsystem (vogna): Tilsynelatende usynlig krefter

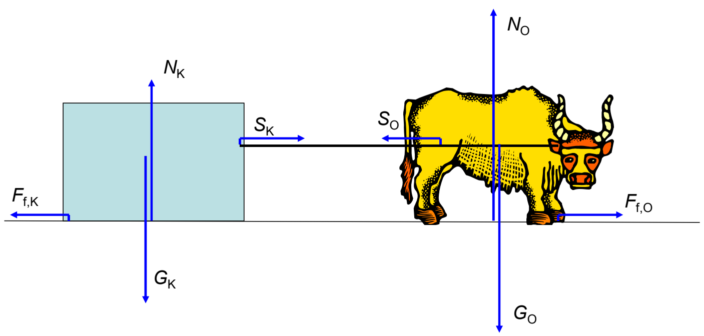


Y&F Fig 4.11 Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

Kraftdiagram:

Alle krefter på et legeme, med angrepspunkt

Eksempel: Oksen og kassa.



Oppsummert:

Kap. 4+5: Newtons lover

(N1): $\Sigma\, \boldsymbol{F} = 0$: Uendra hastighet (evt. 0)

(N2): $\Sigma\, \boldsymbol{F} \neq 0$: Akselerasjon $\boldsymbol{a} = \Sigma\, \boldsymbol{F} / m$

(N3): Krefter alltid i par.

Enhet kraft: 1 kg·m /s² = 1 newton = 1 N

Gravitasjonskrafta: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g}$

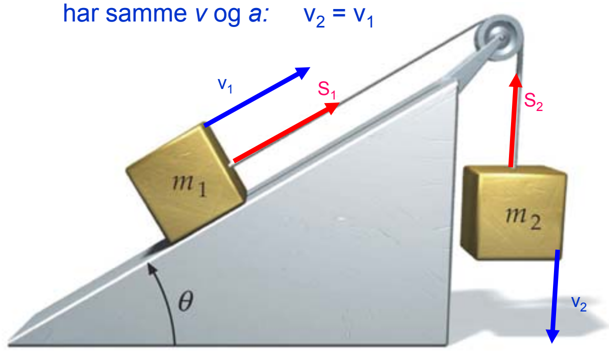
Vektløs: Eneste kraft er tyngden = $m\boldsymbol{g}$

Newtons lover gjelder kun i intertialsystem,
dvs. i koordinatsystem uten akselerasjon.

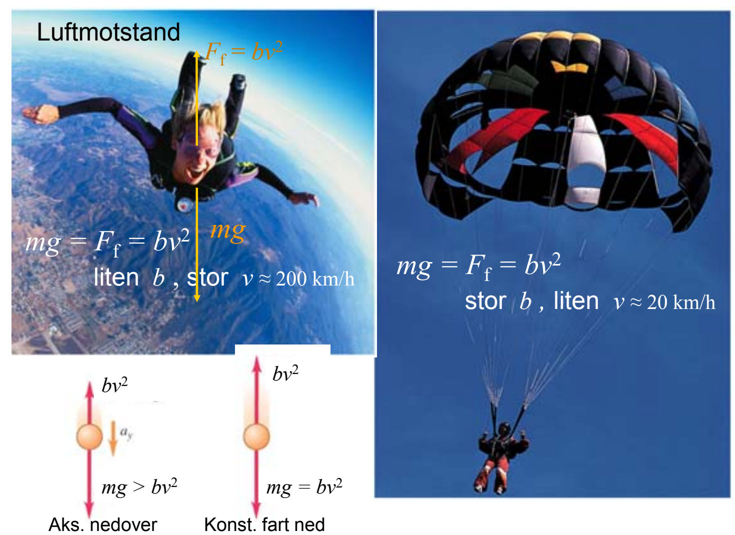
Superposisjonsprinsippet: Separerer ut bevegelse i hver koordinatretning.

Snorkrefter:

- Kun **strekk**-krefter
- Snorkrafta den samme langs hele snora:
  $S_2 = S_1$ (forutsetter masseløs snor)
- Hele snora og alle masser forbundet har samme *v* og *a:* $v_2 = v_1$

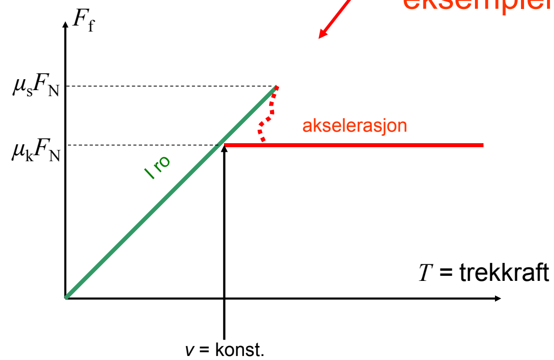


(mange oppgaver med snorer)



- 5.3. (Tørr) friksjon

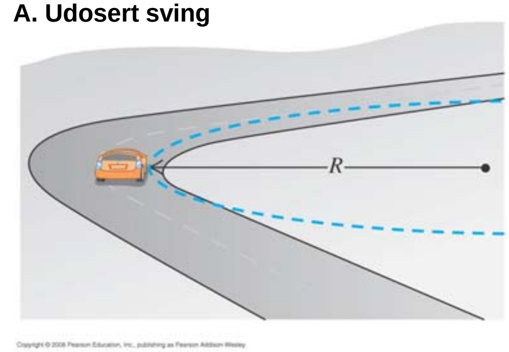
I dag: Flere eksempler



Eksempel: Svingkjøring

≈ Y&F Ex. 5-21

A. Udosert sving

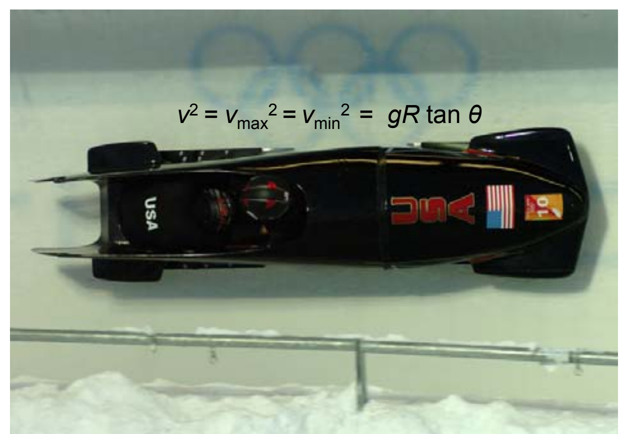


Y&F, Fig. 5.33

Friksjonskoeffisienter for ulike materialer

Materiale	μ_s	μ_k
Stål mot stål, rein flate	0,7	0,6
Stål mot stål, oljet flate	0,09	0,05
Tre mot tre	0,25-0,5	0,2
Glass mot glass	0,9	0,4
Gummi mot tørr asfalt	1,0	0,8
Gummi mot våt asfalt	0,30	0,25
Ski mot snø 0^{O}C	0,1	0,05
Teflon mot teflon	0,04	0,04

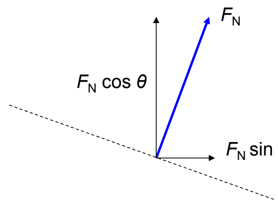
Bob-baner ($\mu_s \approx \mu_k \approx 0$) må ha riktig dosering θ for farten



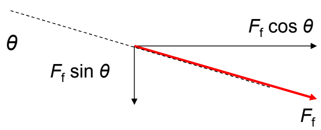
Svingkjøring

- B: Med dosering dannes sentripetalkrafta fra:

normalkrafta $F_N \sin\theta$



pluss friksjonskrafta $F_f \cos\theta$



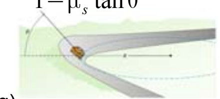
Eksempel forts.: Svingkjøring

Svært like eksempler her: Ex. 5-21 + 5-22 i Y&F

- **A: Uten dosering**: $v_{max}^2 = gR\,\mu_s$

- **B: Med dosering**: v_{max} er større: $$v_{max}^2 = gR\frac{\mu_s + \tan\theta}{1-\mu_s\tan\theta} \quad (3)$$

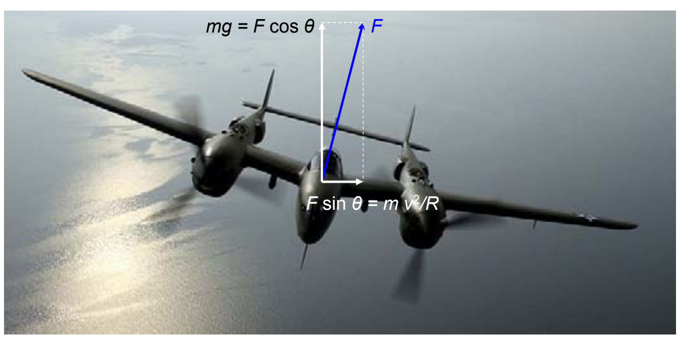
  og med null friksjon: $v_{max}^2 = v_{min}^2 = gR\tan\theta$ (4)



- **C: Lene seg θ innover** i svingen (uten dosering).

  $\tan\theta = v^2/gR$
  (samme vinkel som ved null friksjon i B)

Fly må krenge for å få kraft til sentripetalakselerasjon (svinge)



Eksempel: Svingkjøring

- A: uten dosering
- B: med dosering

Gitt maks friksjon: $F_f = \mu_s F_N$

Beregn v_{max} (og F_N)

Ikke max friksjon:

- B2: med dosering

Gitt hastighet v (< v_{max})

Beregn F_f og F_N ,

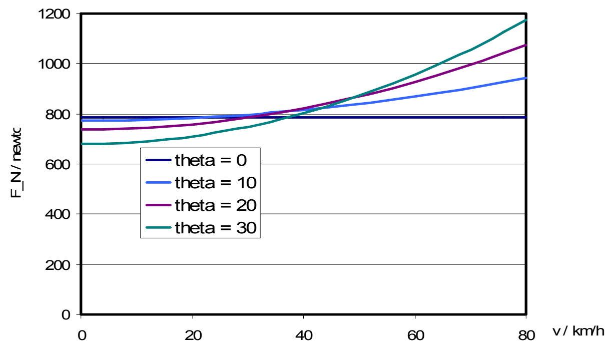
løsning av (N2-x) og (N2-y) gir :

$$F_N = F_N(v,\theta) = m\frac{v^2}{R}\sin\theta + mg\cos\theta \quad (4)$$

$$F_f = F_f(v,\theta) = m\frac{v^2}{R}\cos\theta - mg\sin\theta \quad (5)$$

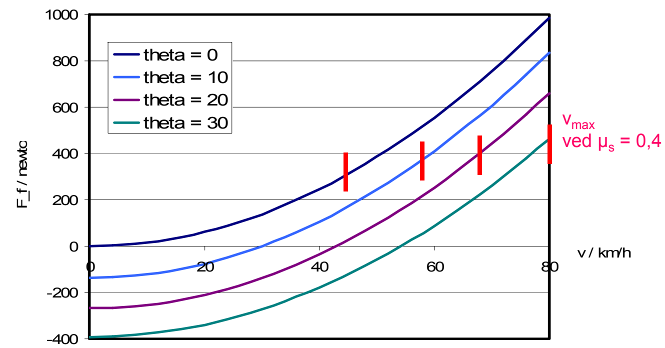
B2. Normalkraft i dosert sving når $v < v_{max}$ (g =9,8 m/s², R = 40 m, m=80 kg)

$$F_N = F_N(v,\theta) = m\frac{v^2}{R}\sin\theta + mg\cos\theta \qquad (4)$$



B2. Friksjonskraft i dosert sving når $v < v_{max}$ (g =9,8 m/s², R = 40 m, m=80 kg)

$$F_f = F_f(v,\theta) = m\frac{v^2}{R}\cos\theta - mg\sin\theta \qquad (5)$$



Maxfart v_{max} for ikke å gli **utover** i doseringen

- Ved v_{max} er

  $F_f = +\mu_s F_N$ (maksimal friksjon nedover)

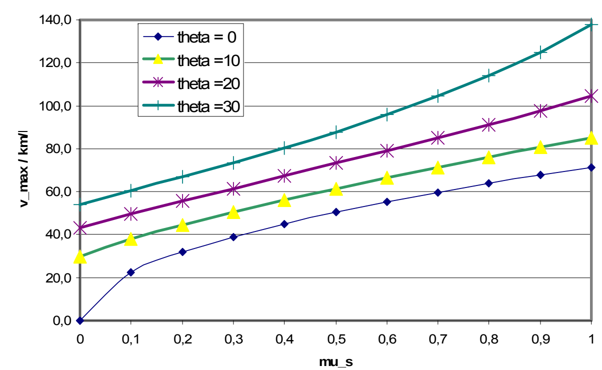
  Denne innsatt i likning (4) og (5) gir:

$$v_{max}^2 = gR\frac{\mu_s + \tan\theta}{1 - \mu_s\tan\theta}$$

som er det samme som tidligere.

$$v_{max}^2 = gR\frac{\mu_s + \tan\theta}{1 - \mu_s\tan\theta}$$

v_{max} s.f.a. μ_s for ulike doseringer θ : (med g =10 m/s², R = 40 m)



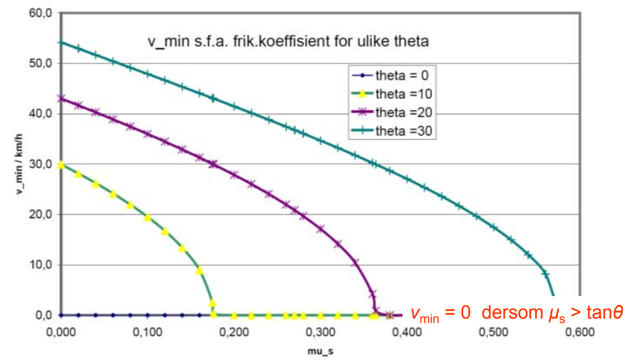
Minstefart v_{min} for ikke å gli **nedover** i doseringen

- Ved v_{min} er
  $F_f = -\mu_s F_N$ (maksimal friksjon oppover)
  Denne innsatt i likning (4) og (5) gir

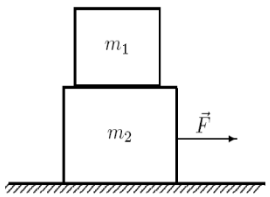
$$v_{min}{}^2 = gR\frac{-\mu_s + \tan\theta}{1+\mu_s \tan\theta}$$

$$v_{min}{}^2 = gR\frac{-\mu_s + \tan\theta}{1+\mu_s \tan\theta}$$

v_{min} s.f.a. μ_s for ulike doseringer θ : (med g =10 m/s^2, R = 40 m)



Fra eksamen des. 2006
(liknende: Øv.3 opg. 1)



b. En kloss med masse m_1 = 4,40 kg er plassert oppå en kloss med masse m_2 = 5,50 kg. Når man holder nedre kloss fast trengs det en horisonal kraft på 12,0 N på den øverste klossen for å få den til å gli av.
De to klossene blir så plassert på et horisontalt, friksjonsløst underlag, som vist i figuren. Bestem, i selvvalgt rekkefølge:

i) Den største horisontale krafta F som kan bli påført den nedre klossen slik at klossene beveger seg sammen og ikke glir seg imellom.

ii) Den resulterende akselerasjonen til klossene i dette tilfellet.

iii) Friksjonskoeffisienten μ_s mellom klossene.

Løsning:
(iii), (ii), så (i)
Se eksamens-arkivet
på nettsider

Fra eksamen des. 2006
Løsningsforslag

b. iii) Første opplysning bestemmer friksjonskoeffisienten: $F_{f,max} = \mu_s m_1 g = 12,0\,N$ gir

$$\mu_s = \frac{12,0\,\mathrm{N}}{4,40\,\mathrm{kg}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{0,278}\,.$$

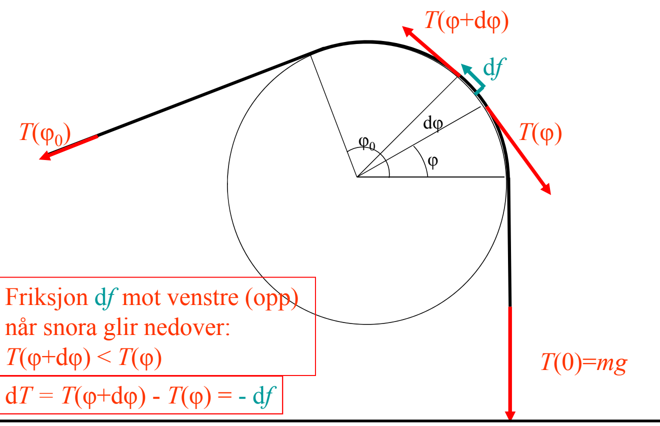
ii) Skal øverste kloss følge med nederste, må de ha samme akselerasjon, a. Øverste kloss får sin akselererende kraft fra F_f som er maks. 12,0 N. Newton 2 for øverste kloss gir

$$m_1 a_{max} = 12,0\,\mathrm{N} \quad \text{, som gir} \quad a_{max} = \frac{12,0\,\mathrm{N}}{4,40\,\mathrm{kg}} = 2,727\,\mathrm{m/s^2} = \underline{2,73\,\mathrm{m/s^2}}\,.$$

i) Krafta F akselererer begge klossene slik at Newton 2 for (øverste + nederste) kloss som ett system gir:

$$F_{max} = (m_1+m_2)a_{max} = (9,90\,\mathrm{kg})\cdot 2,727\,\mathrm{m/s^2} = \underline{27,0\,\mathrm{N}}\,.$$

Eksempel: Friksjon over kant

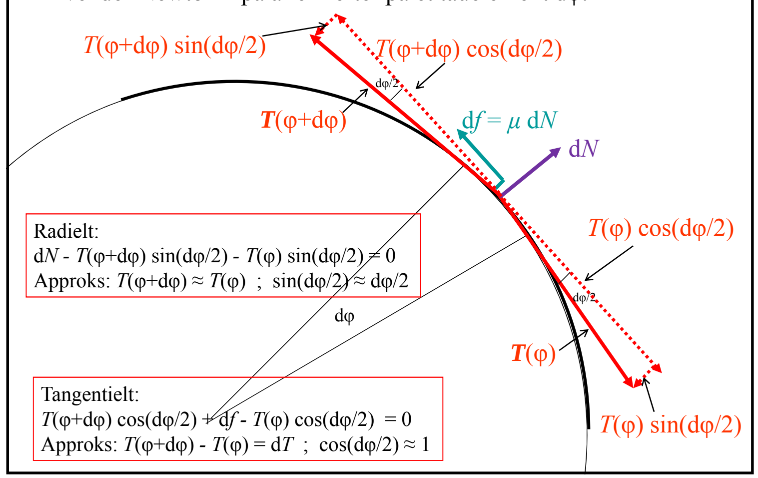


Friksjon df mot venstre (opp) når snora glir nedover:
$T(\varphi+d\varphi) < T(\varphi)$

$dT = T(\varphi+d\varphi) - T(\varphi) = - df$

Eksempel: Friksjon over kant

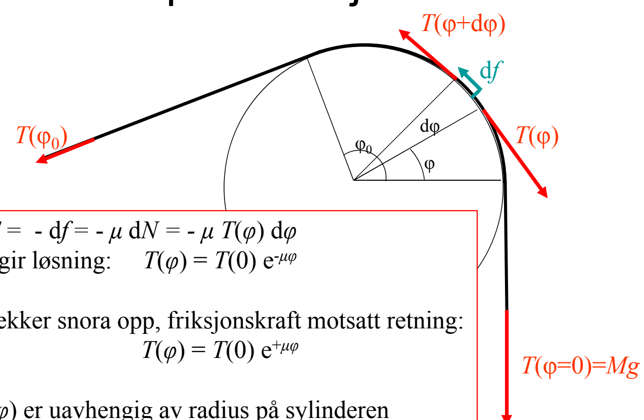
Anvender Newton 1 på alle krefter på et tauelement $d\varphi$:



Radielt:
$dN - T(\varphi+d\varphi)\sin(d\varphi/2) - T(\varphi)\sin(d\varphi/2) = 0$
Approks: $T(\varphi+d\varphi) \approx T(\varphi)$; $\sin(d\varphi/2) \approx d\varphi/2$

Tangentielt:
$T(\varphi+d\varphi)\cos(d\varphi/2) + df - T(\varphi)\cos(d\varphi/2) = 0$
Approks: $T(\varphi+d\varphi) - T(\varphi) = dT$; $\cos(d\varphi/2) \approx 1$

Eksempel: Friksjon over kant

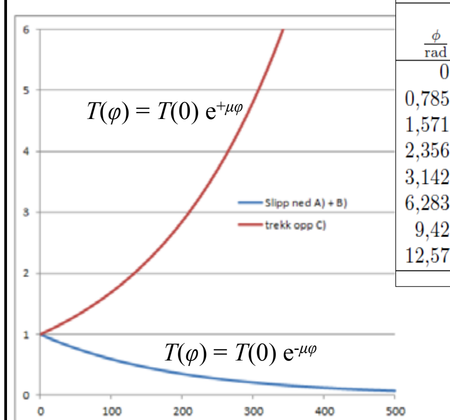


$dT = - df = - \mu\, dN = - \mu\, T(\varphi)\, d\varphi$
gir løsning: $T(\varphi) = T(0)\, e^{-\mu\varphi}$

Trekker snora opp, friksjonskraft motsatt retning:
$T(\varphi) = T(0)\, e^{+\mu\varphi}$

$T(\varphi)$ er uavhengig av radius på sylinderen
Når snora glir: $\mu = \mu_k$
Når snora holdes så vidt fast: $\mu = \mu_s$

Eksempel: Friksjon over kant



		A) og B)	C)
$\frac{\phi}{\text{rad}}$	$\frac{\phi}{\text{grader}}$	$\exp(-\mu\phi)$	$\exp(\mu\phi)$
0	0	1	1
0,785	45	0,9490	1,0538
1,571	90	0,9006	1,1104
2,356	135	0,8546	1,1701
3,142	180	0,8110	1,2330
6,283	360	0,7697	1,2993
9,42	540	0,7304	1,3691
12,57	720	0,6931	1,4427

Eksempel: Friksjon over kant

Referanser:

Notat 1: Se emnets nettside

http://www.jrre.org/att_frict.pdf (god og grundig, mange eksempler)

http://en.wikipedia.org/wiki/Capstan_equation (ikke så bra)

J.A. Støvengs forelesning om «Tau over sylinder», 11.sep.2103:
http://video.adm.ntnu.no/openVideo/pres/505324a2eacc2

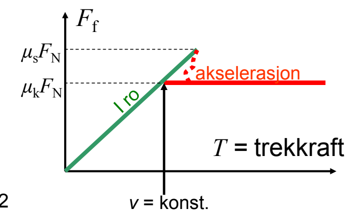
Også kalt:

Capstan-equation
Belt-friction
Eytelwein's formula

Kap. 4+5. Newtons lover

Vi har sett på:

- Newtons lover
- Kraftdiagram
- Snorkrefter
  - Masseløs snor/trinser => lik S gjennom heile snora.
- Friksjon:
  - Hvilefriksjon $T = F_f \leq F_{f,max}$
    (F_f "ukjent") $F_{f,max} = \mu_s F_N$
  - Glidefriksjon: $T \geq F_f = \mu_k F_N$



- Luft/væskemotstand: $F_f = - b\, v^2$
- Ulike eksempler innen friksjon og sentripetalkraft.

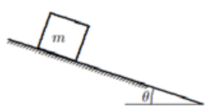
Fra eksamen des. 2008

Denne oppgaven til eksamen:
Snitt 31 % , dvs. F

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 30%)

a. En rektangulær kloss med masse m ligger i ro på et skråplan som har vinkel θ med horisontalplanet. Vinkelen er mye mindre enn at klossen begynner å gli. Statisk friksjonskoeffisient er μ_s. Hvilken av de følgende påstander er rett om absoluttverdien av den statiske friksjonskrafta F_f?

A) $F_f = \mu_s mg$
B) $F_f = \mu_s mg \cos\theta$
C) $F_f = mg\cos\theta$
D) $\boxed{F_f = mg\sin\theta}$
E) Ingen av påstandene er rett.



Løsning: D
Klossen i ro: $\Sigma F = 0$ langs planet, som gir $F_f = mg \sin\theta$, friksjonen holder akkurat igjen for tyngdens komponent langs planet. Friksjonen kan *maksimalt* være $\mu_s mg \cos\theta$, som skjer rett før klossen begynner å gli. Siden klossen er langt fra å gli er $F_f < \mu_s mg \cos\theta$ og derfor ikke B rett.

Svar avgitt:

A	2
B	77
C	7
D	52
E	31
blank	2