Kap. 9+10
Rotasjon av stive legemer

Vi skal se på:
- Vinkelhastighet, vinkelakselerasjon (rep)
- Sentripetalakselerasjon, baneakselerasjon (rep)
- Rotasjonsenergi E_k
- Treghetsmoment I
- Kraftmoment $\boldsymbol{\tau}$ N2-rotasjon: $\boldsymbol{\tau} = I\, \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t$
- Rulling
- Spinn (dreieimpuls): $\boldsymbol{L}$
- Spinnsatsen (N2-rotasjon): $\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$
- Stive legemer: $\boldsymbol{L} = I\,\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\tau} = I\,\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t$
- Eksempler: gyroskop, m.m.m…

Denne uka

Spinn
(angular momentum)
Y&F 10.5-7
L&L 5.5, 5.9, 6

1 Spinn punktlegemer

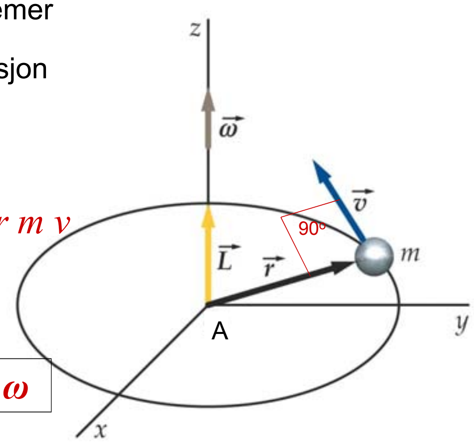
1.1 Spinn ved rotasjon

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\, \boldsymbol{v}$$

$\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{r}$ => $|\boldsymbol{L}| = r\, m\, v$

$\boldsymbol{L} \parallel \boldsymbol{\omega}$

$$\boxed{\boldsymbol{L} = mr^2\, \boldsymbol{\omega} = I\, \boldsymbol{\omega}}$$



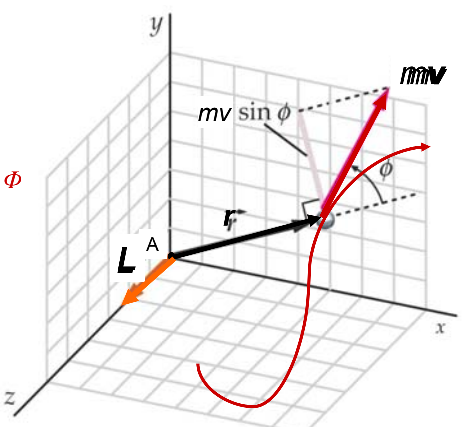
1 Spinn punktlegemer

1.2 Spinn ved vilkårlig bevegelse

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\, \boldsymbol{v}$$

$\boldsymbol{v}$ *ikke* $\perp$ $\boldsymbol{r}$

=> $|\boldsymbol{L}| = r\, m\, v \sin \Phi$

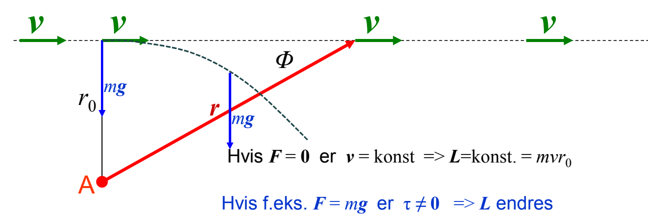


1 Spinn punktlegemer

1.3 Spinn ved rettlinjet bevegelse

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\, \boldsymbol{v}$$

$|\boldsymbol{L}| = r\, m\, v \sin \Phi = r_0\, mv$



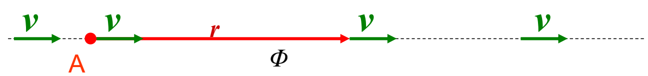
$\boldsymbol{L}$ avhengig av valgt origo A (r_0 og $\boldsymbol{r}$ avhengig av A)

1 Spinn punktlegemer

1.3 Spinn ved rettlinjet bevegelse

Med partikkelbanen gjennom A (origo), er $\boldsymbol{r} \parallel \boldsymbol{v}$ og:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$$



2 Spinn ved rotasjon av stive legemer

$$\boldsymbol{L}_i = \boldsymbol{r}_i \times m_i\,\boldsymbol{v}_i$$

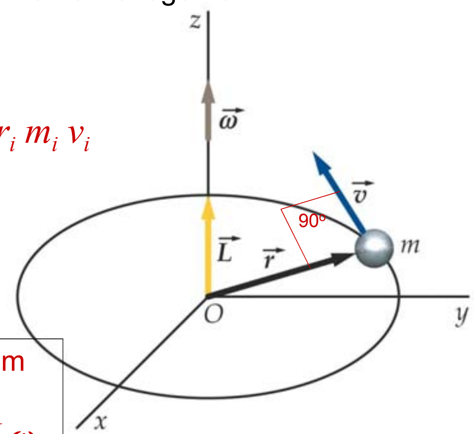
$\boldsymbol{v}_i \perp \boldsymbol{r}$ => $|\boldsymbol{L}_i| = r_i\, m_i\, v_i$

$\boldsymbol{L}_i = m_i r_i^2\, \boldsymbol{\omega}$

alle $\boldsymbol{L}_i \parallel \boldsymbol{\omega}$

Stivt legeme, rot. om symmetriakse:

$\boldsymbol{L} = \Sigma m_i r_i^2\, \boldsymbol{\omega} = I\, \boldsymbol{\omega}$



Rotasjon av stive legemer

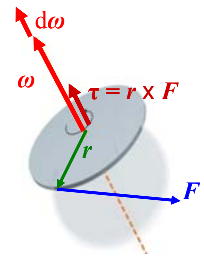
- Treghetsmoment $I = \Sigma\, r_i^2\, m_i$ (om en gitt akse)
- Rotasjonsenergi $E_k = ½\, \Sigma\, m_i\, v_i^2 = ½\, I\, \omega^2$
- Kraftmoment: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
- Spinn (dreieimpuls) $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v}$
- Spinnsatsen (N2-rot): $\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d/dt}\, \boldsymbol{L}$
- Ingen ytre moment (N1-rot): $\boldsymbol{L}$ = konst.

stive legemer:

$\boldsymbol{L} = I\, \boldsymbol{\omega}$

$\boldsymbol{\tau} = I\, \mathrm{d/dt}\, \boldsymbol{\omega}$ (N2-rot)

Translasjon:	**Rotasjon:**
Bevegelsesmengde (linear momentum): $\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v}$	Spinn (angular momentum): $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v}$ $\boldsymbol{L} = I\ \boldsymbol{\omega}$ Stivt legeme
N2-trans: $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$ "Stivt" legeme (konst. m): $\boldsymbol{F} = m\, \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = m\,\boldsymbol{a}$	N2-rot (spinnsatsen): $\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$ Stivt legeme (konst. I): $\boldsymbol{\tau} = I\ \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t = I\,\alpha$
$\boldsymbol{F} = 0$ => $\boldsymbol{p}$ = konstant (N1) "stivt" legeme: $\boldsymbol{v}$ = konst	$\boldsymbol{\tau} = 0$ => $\boldsymbol{L}$ = konstant (N1-rot) stivt legeme: $\boldsymbol{\omega}$ = konst



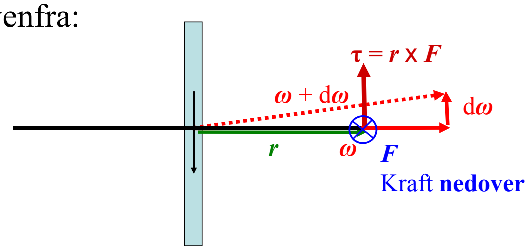
Raskere rotasjon om samme akse:
$\boldsymbol{\omega} \rightarrow \boldsymbol{\omega} + \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}$ alle i samme retning
(N2-rot): $\boldsymbol{\tau}\,\mathrm{d}t = I\ \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}$
=> $\boldsymbol{\tau}$ i samme retning som d$\boldsymbol{\omega}$
=> $\boldsymbol{F}$ som i figuren

Hva hvis akseretningen skal endres?

Gyroskop

1. Lodd holder hjulet i balanse
2. $\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega}$ holdes konstant når roterer
   → gyrokompass
3. Stor motstand mot endring
4. Endring av akseretning ved kraft normalt på endringen

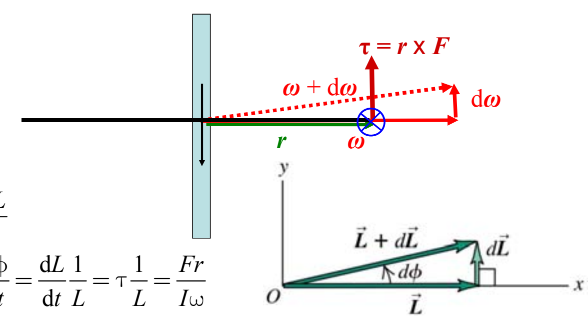
Endring av akseretning
Sett ovenfra:



Endring akseretning:
$\boldsymbol{\omega} \rightarrow \boldsymbol{\omega} + \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}$

(N2-rot): $\boldsymbol{\tau}\,\mathrm{d}t = I\ \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}$
=> $\boldsymbol{\tau}$ i samme retning som d$\boldsymbol{\omega}$
=> $\boldsymbol{F}$ nedover

Med vedvarende $\boldsymbol{F}$ får vi
presesjon

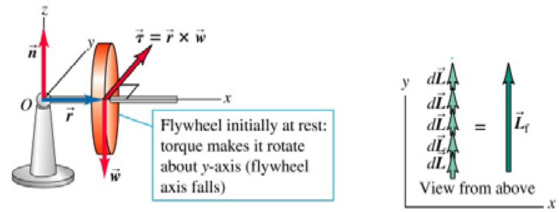


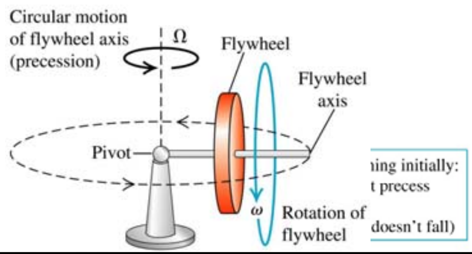
$$\mathrm{d}\phi = \frac{\mathrm{d}L}{L}$$

$$\Omega_p = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\frac{1}{L} = \tau\frac{1}{L} = \frac{Fr}{I\omega}$$

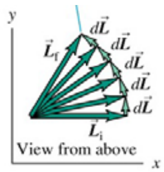
Sykkelhjul

Ikke-roterende hjul:





Sett ovenfra:

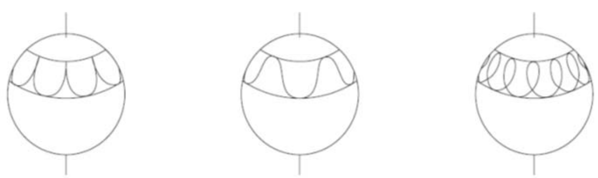


Matematisk forklaring av fysikken ofte eneste mulige

Richard Feynman (am. fysiker/pedagog, 1918-1988):

"…many simple things can be deduced mathematically more rapidly than they can really be understood in a fundamental or simple sense. This is a strange characteristic, and as we get into more and more advanced work there are circumstances in which mathematics will produce results which *no one* has really been able to understand in any direct fashon."

Nutasjon



(A) Released from rest

(B) Released with forward speed

(C) Released with backward speed

Spinn: $L = I\,\omega$ = **konstant !**

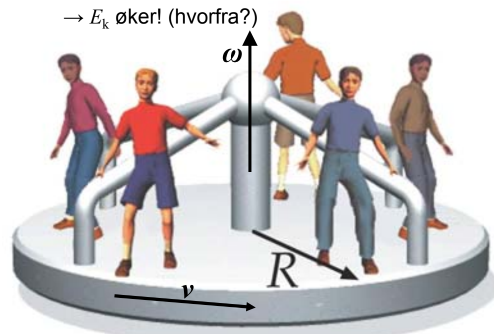
Personer inn mot sentrum: $I = \Sigma\, m_i\, r_i^2$ avtar | ω må øke!

Ikke stivt legeme!

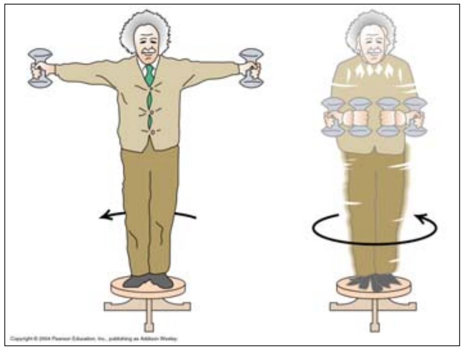
Kinetisk energi: $E_k = \frac{1}{2}\, I\, \omega^2 = \frac{1}{2}\, L\, \omega$

→ L konstant, ω øker

→ E_k øker! (hvorfra?)



Ex. 10.11 i Y & F:



$\boldsymbol{L} = I\ \boldsymbol{\omega}\ $ = konstant

Punktpartikkel:

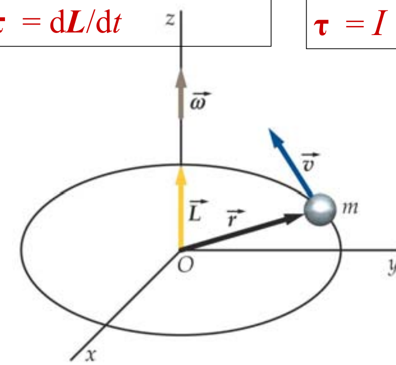
$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v}$
$= mr^2\ \boldsymbol{\omega} = I\ \boldsymbol{\omega}$

$\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$

Stivt legeme, rot. om symmetriakse:

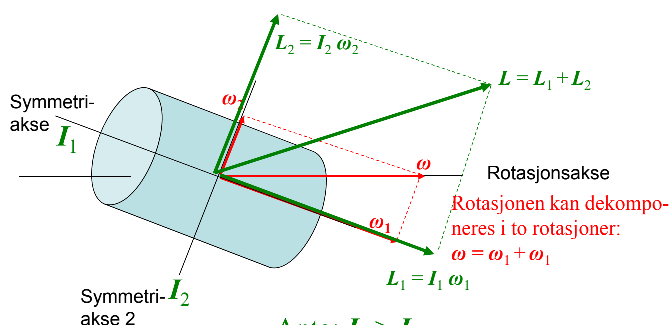
$\boldsymbol{L} = \Sigma m_i r_i^2\ \boldsymbol{\omega} = I\ \boldsymbol{\omega}$

$\boldsymbol{\tau} = I\ \ \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t$



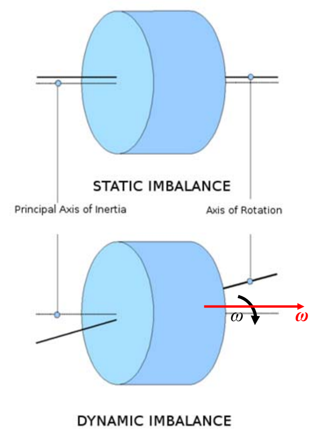
Rotasjon om akse ikke-parallell med symmetriakse

(Ikke pensum)
Mer i LL kap 6.11



Anta: $I_2 > I_1$
Da er **ikke** $\boldsymbol{L}$ parallell med $\boldsymbol{\omega}$
$\boldsymbol{L}$ endrer altså retning under rotasjonen

Ubalansert roterende hjul



"Sentrifugalkraft" på akslingen

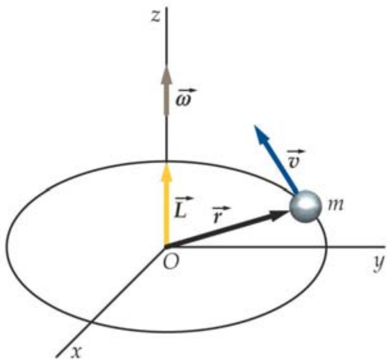
Mer sammensatt kraft på akslingen

Translasjon:

$\boldsymbol{F} = m\,\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = m\,\boldsymbol{a}$

Rotasjon:

$\boldsymbol{\tau} = I\ \ \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t = I\,\boldsymbol{\alpha}$



Tidligere punkter:

1 Spinn punktlegemer $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v}$

1.1 Spinn ved rotasjon

1.2 Spinn ved vilkårlig bevegelse

1.3 Spinn ved rettlinjet bevegelse $|\boldsymbol{L}| = r_0\, mv$

2 Spinn ved rotasjon av stive legemer

$\boldsymbol{L} = I\,\boldsymbol{\omega}$

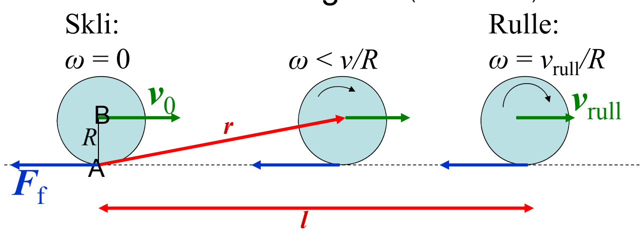
Nå:

3 Spinn ved rotasjon og translasjon av stive legemer (ikke i YF(≈10.5); LL 6.6, Notat 2)

$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r}_{\mathrm{cm}} \times m\,\boldsymbol{v}_{\mathrm{cm}} + I_0\,\boldsymbol{\omega}$

= banespinn + egenspinn

Bowlingkule (L&L Eks. 6.15)



Tilsvarende oppgave: Eksamen des 2007

Om A: $\boldsymbol{L}_{\mathrm{A}} = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v} + I_0\boldsymbol{\omega}$

Ingen krefter har moment

=> L_{A} = konst. = mRv_0

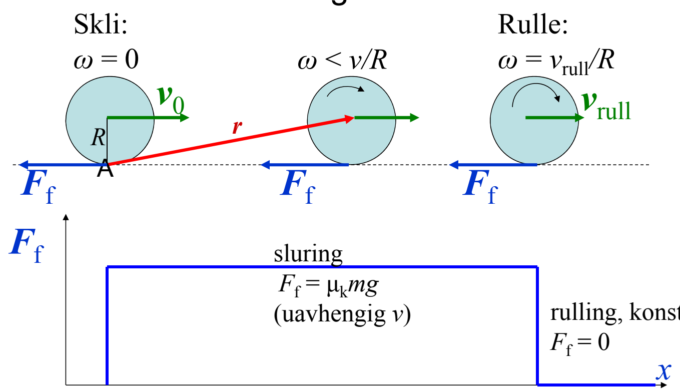
$L_{\mathrm{start}} = L_{\mathrm{slutt}}$ => $v_{\mathrm{rull}} = v_0 \cdot 5/7$ (*) -- uten å kjenne F_{f} !

Om B=cm: $\boldsymbol{L}_{\mathrm{B}} = I_0\boldsymbol{\omega}$ (banespinn = 0)

$\tau_{\mathrm{f}} = F_{\mathrm{f}} \cdot R$

=> L_{B} ikke konst. men $I_0\,\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = F_{\mathrm{f}} \cdot R$, må kjenne F_{f}

Bowlingkule



Konst. aks:

$v = v_0 + at = v_0 - \mu_k gt$

$\omega = \omega_0 + \alpha\, t$

$v^2 - v_0^2 = 2ax$

Aks. = 0:

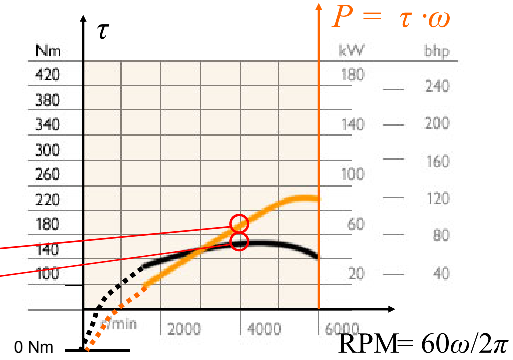
v_{rull} = konst.

$\omega_{\mathrm{rull}} = v_{\mathrm{rull}}/R$ = konst.

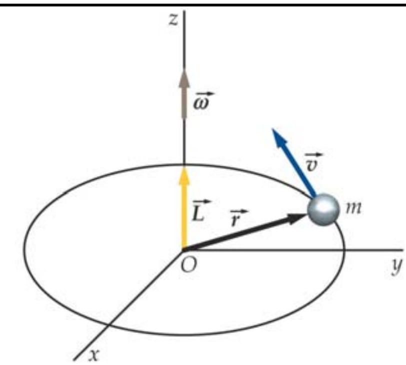
Effekt = moment · vinkelhastighet

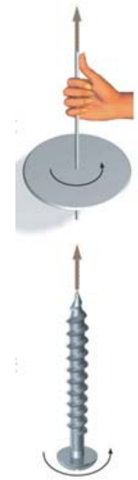
f = 4000 RPM
P = 70 kW
τ = 160 Nm

Stemmer med
$P = \tau \cdot \omega$



Saab 9-3 1.8i 122hk. Effekt og dreiemoment, diagram.
Den sorte kurven angir dreiemomentet i newton-meter (Nm), den orange angir effekten i kW eller hestekrefter (bhp).





Vektorstørrelser:

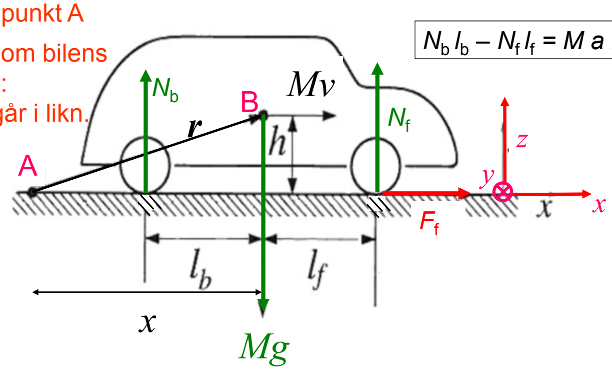
$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$ (*)
$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$
$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{a} = d/dt(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$
$= \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_c$

Spinn for akselererende/bremsende bil

Spinn om fast bakkepunkt A

Spinn om bilens c.m. B:
F_f inngår i likn.

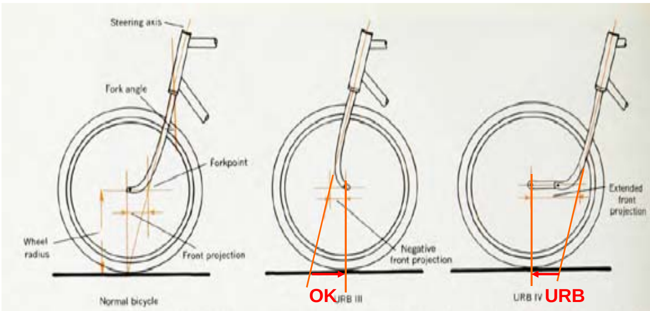
$N_b l_b - N_f l_f = M a h$



Hva betyr gyroeffekten for å holde sykkel oppe?

Mr. Jones testet dette med hjul som roterte motsatt retning, dvs. motsatt gyroeffekt.
=> En URB (UnRidableBicycle)?

URB = UnRidableBicycle!?



FRONT-FORK GEOMETRY. On left is a normal bicycle. Center shows URB III with reversed forks giving a negative front projection, and on right is URB IV with extended front projection. —FIG. 2

Sykkelens stabilitet, referanser:
D.E.H. Jones. Physics Today, April 1970, pp. 34-40 (lenke i forelesningsplan)
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/mechanics/bicycle.html#c2
Lowell, J. and McKell, H. D., "The Stability of Bicycles", Am. J. Phys. 50 (1982), pp. 1106-1112.

"Counter-steering"

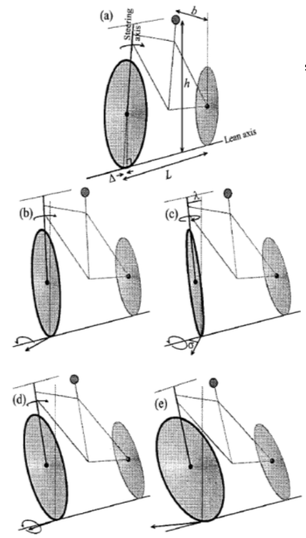
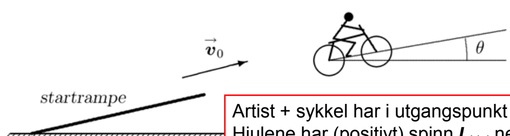


Fig. 1. A counter-steered right turn, as described in the text. The bike geometry is shown in (a) and (c). The center of mass is represented by the filled circle at the location of the seat. The arcs around the steering axis and the lean axis show the direction and approximate magnitude of the torque applied to the handlebars and the net leaning torque.

Fra en eksamensoppgave annet fysikkemne:

e) En sirkusartist på motorsykkel kjører med hastighet v_0=85 km/time opp en startrampe for deretter å foreta et langt hopp. Vinkelen målt fra horisontallinja til ei linje gjennom navene til motorsykkelens to hjul settes lik θ.



Artist + sykkel har i utgangspunkt spinn $\boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ **= 0**
Hjulene har (positivt) spinn $\boldsymbol{L}_{\text{hjul}}$ ned i papirplanet.
$\boldsymbol{L}_{\text{tot}} = \boldsymbol{L}_{\text{hjul}} + \boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ er bevart.
a) Dersom $\boldsymbol{L}_{\text{hjul}}$ **øker** må $\boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ peke opp av planet (steiler)
b) Dersom $\boldsymbol{L}_{\text{hjul}}$ **avtar** må $\boldsymbol{L}_{\text{artist}}$ peke ned i planet (stuper)

a) Hvordan vil vinkelen θ endre seg hvis motorsyklisten i svevet gir mer gass (øker turtallet til motoren)? Begrunn svaret. Du kan se bort fra luftmotstanden.

b) Hvordan vil vinkelen θ endre seg hvis motorsyklisten i svevet i stedet trykker inn handbremsa på framhjulet? Begrunn svaret. Du kan se bort fra luftmotstanden.

Kap. 9+10. Rotasjon. Oppsummering.

- Vinkelhastighet $\omega = d\theta/dt$, vinkelakselerasjon $\alpha = d\omega/dt$
- Sentripetalakselerasjon $a_c = -r\,\omega^2 = -\omega v = -v^2/r$
- Baneakselerasjon $a_t = r \cdot \alpha$
- Rotasjonsenergi $E_k = ½\, I\,\omega^2$
- Treghetsmoment $I = \Sigma\, r_i^2\, m_i \rightarrow \int r^2\, dm$ (om en gitt akse)
- Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
- Spinn (dreieimpuls) = $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\,\boldsymbol{v}$ (om en gitt akse)
  For stivt legeme: $\boldsymbol{L} = I\,\boldsymbol{\omega}$
- Spinnsatsen: $\boldsymbol{\tau} = d\boldsymbol{L}/dt$ (N2-rot)
  For stivt legeme: $\boldsymbol{\tau} = I\, d\boldsymbol{\omega}/dt$
- Friksjon er vesentlig for rulling:
  - rein rulling: statisk friksjon $F_f \leq \mu_s F_N$. Friksjons**arbeidet** neglisjerbart
  - slure/gli: kinetisk friksjon $F_f = \mu_k F_N$. Friksjonsarbeidet viktig
- Eksempler: rulling, gyroskop (sykkelhjul), barnekarusell, m.m.

Konstant-akselerasjonslikninger

Translasjon:
(konstant akselerasjon a)

$v = v_0 + a \cdot t$

$s = s_0 + v_0 \cdot t + ½\, a\, t^2$

$v^2 - v_0^2 = 2as$

$s - s_0 = \langle v \rangle t = ½(v + v_0)\, t$

Rotasjon om fast akse:
(konstant vinkelakselerasjon α)

$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$

$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + ½\, \alpha\, t^2$

$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$

$\theta - \theta_0 = \langle \omega \rangle t = ½(\omega + \omega_0)\, t$

Translasjon:

Bevegelsesmengde
(linear momentum):
$\boldsymbol{p} = m\, \boldsymbol{v}$

N2-trans:
$\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$
"Stivt" legeme (konst. m):
$\boldsymbol{F} = m\, \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = m\, \boldsymbol{a}$

$\boldsymbol{F} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{p}$ = konstant (N1)
"stivt" legeme: $\boldsymbol{v}$ = konst

Rotasjon:

Spinn
(angular momentum):
$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times m\, \boldsymbol{v}$
$\boldsymbol{L} = I\, \boldsymbol{\omega}$ Stivt legeme

N2-rot (spinnsatsen):
$\boldsymbol{\tau} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$
Stivt legeme (konst. I):
$\boldsymbol{\tau} = I\, \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t = I\, \boldsymbol{\alpha}$

$\boldsymbol{\tau} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{L}$ = konstant (N1-rot)
stivt legeme: $\boldsymbol{\omega}$ = konst

Kap. 9+10. Analogier translasjons- og rotasjonsbevegelser

Størrelse	Trans	Rot (vektor)	Rot (skalar)
Stedkoord.	$\vec{r}$		θ
Hastighet	$\dot{\vec{r}} = \vec{v}$	$\dot{\vec{\theta}} = \vec{\omega}$	$\dot{\theta} = \omega$
Akselerasjon	$\ddot{\vec{r}} = \vec{a}$	$\ddot{\vec{\theta}} = \vec{\alpha}$	$\ddot{\theta} = \alpha$
"Kraft"	$\vec{F}$	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\tau = rF\sin\theta$
"Masse"	m		$I = \int r^2 \mathrm{d}m$
"Bev.mengde"	$\vec{p} = m\, \dot{\vec{r}}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I\, \vec{\omega}$	$L = rp\sin\theta = I\,\omega$
Kin. energi	$E_k = \frac{1}{2} m\, v^2$		$E_k = \frac{1}{2} I\, \omega^2$
Arbeid	$\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$	$\mathrm{d}W = \vec{\tau} \cdot \mathrm{d}\vec{\theta}$	$\mathrm{d}W = \tau\, \mathrm{d}\theta$
Effekt	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$P = \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}$	$P = \tau\, \omega$
Newton 2	$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m\, \ddot{\vec{r}}$	$\vec{\tau} = \dot{\vec{L}} = I\, \ddot{\vec{\theta}}$	$\tau = I\, \ddot{\theta}$
Newton 1	$\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} =$ konst	$\vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\omega} =$ konst	

Treghetsmoment (om en gitt akse):

$$I = \Sigma\, r_i^2\, m_i \;\longrightarrow \int r^2\, \mathrm{d}m$$

Alle I om massesentrum (cm), dvs. I_0:

- Ring om sentrum: $I = M R^2$
- Ring om diameter: $I = ½\, M R^2$
- Sylinder eller skive om sentrum: $I = ½\, M R^2$
- Kule om diameter: $I = (2/5)\, M R^2$
- Kuleskall om diameter: $I = (2/3)\, M R^2$
  Legemer som kan rulle: $I = c\, mR^2$ (c=1, ½, 2/5 etc.)
- Lang, tynn stav om midtpunkt: $I = (1/12)\, M L^2$
- Rektangulær plate om midtpunkt: $I = (1/12)\, M (a^2 + b^2)$

Om annen parallell akse i avstand d (Steiners sats):
$I = I_0 + M\, d^2$

Se også Table 9.2 i Young & Freedman.

Spinn for fallende katt bevart?

Katter lander
- alltid på føttene!

L = **0** ved start og ved slutt
L = **0** underveis !?

Sentrifugehode

Maks 65000 RPM ($\omega = 7 \cdot 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$)

Sentripetalakselerasjon $\omega^2 r$ = 380000 x g ved r = 8 cm

Banefart ytterst: $v = \omega r$ =550 m/s

Energi $E_k = ½\ I\ \omega^2$ = 245 kJ
(med $I = 2/5\ Mr^2 = 10 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kgm}^2$, kule, 3,9 kg)
= 1000 W i 245 s (4 min)
(tilsvarer v=360 m/s = 1300 km/t ved translasjon samme kule)

«Sentrifugalkraft» for 100 g er 38 tonn!

Massemidtpunkt i Øv.7, TDT4105 IT-GK

3 **Massemidtpunkt**

Tenk deg en lang stang hvor massen er ulikt fordelt. Den første meteren veier 3 kg, den neste meteren veier 5 kg, den neste 2 kg, osv. Vi kan representere dette som en vektor `stang = [3, 5, 2, ...]`. Stangens ~~massemidtpunkt~~ tyngdepunkt er det punktet hvor det er like mye ~~vekt~~ vektmoment på hver side.

a) Lag en funksjon som tar inn en tabellrepresentasjon av stangen og returnerer massemidtpunktet

Test funksjonen med følgende verdier:

```
center_of_mass([1]) % 0.5
center_of_mass([1 1]) % 1
center_of_mass([1 1 1]) % 1.5
center_of_mass([3 1 3]) % 1.5
center_of_mass([1 2 3 4]) % 2.6667
```
= Massemedian

[Tyngdepunkt = 1·(0,5) + 2 ·(1,5) + 3 ·(2,5)+ 4 ·(3,5)]/10 = 2,50

b) Lag et skript som generer en liste med tilfeldige tall og skriver ut massemidtpunktet.

FEIL,
hvis de med massemidtpunkt mener det samme som massesenter(tyngdepunkt).
Men de mener kanskje MEDIAN ?