

Arbeid og energi. Energibevaring.

- Arbeid = $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$
- Kinetisk energi $E_k = \frac{1}{2} m v^2$
- Effekt = arbeid/tid = $P = dW/dt$
- Arbeid på legeme øker E_k : $dW = dE_k$
- Potensiell energi $E_p(x,y,z)$
(Tyngdefelt: $E_p = mgz$; Fjærpotensial: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$)
- Konservative krefter kan avledes fra pot.energi:
$$\vec{F} = - \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right] E_p(x, y, z) = - \nabla E_p(x, y, z)$$

(Tyngdekraft: $\mathbf{F} = -m\mathbf{g}$; Fjærkraft: $\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$)
$$dE_p = -\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$
- Arbeid av konservativ kraft reduserer tilhørende potensiell energi: $dW = -dE_p$
- Energibevaring i konservativt felt:
 $d(\frac{1}{2} m v^2 + E_p(x,y,z)) = 0$
- Energibevaring når friksjon:
 $d(\frac{1}{2} m v^2 + E_p(x,y,z)) = dW_f = \text{friksjonsarbeid} < 0$

Konstant-akselerasjonslikninger

Translasjon:
(konstant akselerasjon a)

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$s - s_0 = \langle v \rangle t = \frac{1}{2}(v + v_0) t$$

Rotasjon om fast akse:
(konstant vinkelakselerasjon α)

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$$

$$\theta - \theta_0 = \langle \omega \rangle t = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0) t$$

Kollisjoner

Vi har sett på:

- Når ingen ytre krefter (i bevegelsesretning):
 - Bevegelsesmengde (impuls) er bevart
- Når ingen ytre kraftmoment om akse A:
 - Spinn er bevart om akse A
- Elastisk støt:
 - Bevegelsesmengde bevart. Kinetisk energi bevart
- Uelastisk støt:
 - Bevegelsesmengde bevart. Kinetisk energi avtar (varme)

Flervalgsoppgave. Eks. des 2009

e. To masser, m og $3m$, ligger på et friksjonsfritt bord på hver sin side av en spent fjær. Når fjærlåsen åpnes, skyves de to massene i hver sin retning. Hvordan fordeles den potensielle energien i den spent fjæra på kinetisk energi til de to massene?

Alternativ	Prosent på m	Prosent på $3m$	Sum
A	25 %	75 %	15
B	75 %	25 %	57
C	10 %	90 %	0
D	90 %	10 %	18
E	50 %	50 %	60
23 (blank)			
Tot=173. Snitt 57%			



g. B. Bevaring av bevegelsesmengde gir forholdet mellom hastighetene til de to massene, og dermed forholdet mellom deres kinetiske energi:

$$0 = p_1 + p_3 = mv_1 + 3mv_3$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_3} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{mv_1^2/2}{3mv_3^2/2} = 3$$

Følgelig 75% kinetisk energi på m og 25% på $3m$.

Flervalgsoppgave. Eks. des 2010

1. Tre jenter står på ytterkanten av en karusell som roterer med en vinkelhastighet ω og rotasjonen er friksjonsfri. Under rotasjonen går jentene rolig inn mot sentrum av karusellen (se figuren). Under bevegelsen vil det totale spinn L om karusellens aksling og den totale kinetiske energi E til karusellen + jentene endre seg slik:

- Resultat:**
- A) L øker og E øker 16
 - B) L øker og E uendra 4
 - C) L uendra og E øker 143
 - D) L uendra og E uendra 11
 - E) L uendra og E avtar 5
- 7 (blank)
Tot=186. Snitt 78 %

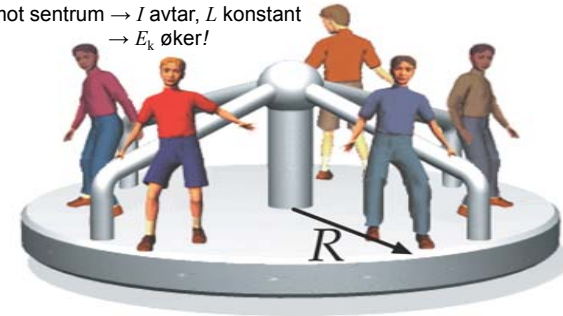


Spinn: $L = I \omega$ **Konstant!**

Personer inn mot sentrum $\rightarrow I = \sum m_i r_i^2$ avtar
 $\rightarrow \omega$ må øke!

Kinetisk energi: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} L \omega = \frac{1}{2} L^2 / I$

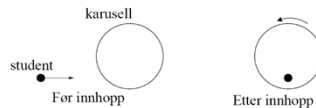
Personer inn mot sentrum $\rightarrow I$ avtar, L konstant
 $\rightarrow E_k$ øker!



Flervalgsoppgave. Eks. des 2009

f. En student tar fart og hopper på en karusell som dermed begynner å rotere (tilnærmet friksjonsfritt) omkring en aksling som står fast i bakken, og som passerer gjennom karusellens sentrum. For systemet karusell + student, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter studentens innhopp på karusellen? (Her er E systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. en akse gjennom karusellens sentrum.)

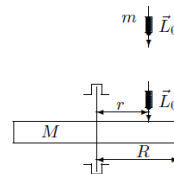
- Resultat:**
- A) Bare L 44
 - B) L og E 11
 - C) L og p 69
 - D) L , E og p 23
 - E) Bare p 17
- 9 (blank)
Tot=173. Snitt 26%



h. A. Landingen på karusellen er et uelastisk stot, så (mekanisk) energi E for systemet kan ikke være bevart. Akslingen som står fast i bakken, virker på systemet med en kraft når studenten lander. Dermed kan heller ikke systemets bevegelsesmengde p være bevart. Men denne kraften fra akslingen representerer ikke noe kraftmoment mhp. en akse gjennom karusellens sentrum, slik at spinnen L er bevart.

Øving 10.

Oppgave 3. Egenspinntil prosjektil.

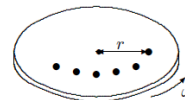


Figuren viser ei sirkulær horisontaltstilt skive som kan dreie praktisk talt friksjonsfritt om en vertikal akse gjennom skivas sentrum. Skiva har uniform massetetthet, total masse M og radius R . Den skal benyttes til å måle spinn L_0 og vinkelhastighet ω_0 til .44 Winchester prosjektiler.

a. Anta at prosjektilene er kompakte sylindere med uniform massetetthet, masse $m = 13,0$ g og diameter 10,0 mm. Regn ut treghetsmomentet I_0 (mhp. sylinderaksen).

b. Det avfyres N skudd vertikalt ovenfra slik at hvert prosjektil treffer skiva i avstand r fra sentrum, og der blir de sittende fast. Finn et uttrykk for treghetsmomentet I til skiva med N absorberte prosjektil (mhp. aksen gjennom skivas sentrum). Du kan anta at r er mye større enn prosjektilenes diameter.

c. Etter $N = 10$ skudd roterer skiva med omløpstid $T = 43,6$ s. Finn et uttrykk for prosjektilenes (gjennomsnittlige) spinn L_0 og tilhørende vinkelhastighet ω_0 . Bruk tallverdiene $M = 1,000$ kg, $R = 0,600$ m og $r = 0,500$ m, og regn ut de ti avfyrte prosjektilenes gjennomsnittlige RPM ("revolutions per minute").

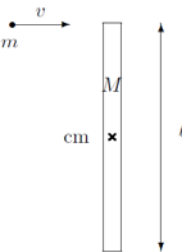


Oppgave 4. (teller 25%)

Eks. des 2008

a. Kollisjon.

En tynn stav med lengde ℓ , masse M og treghetsmoment $I = \frac{1}{12}M\ell^2$ ligger på ei friksjonsfri horisontal flate (papirplanet). Et prosjektil med masse $m \ll M$ skytes inn mot staven med stor fart v i retning 90° på staven som vist i figuren. Prosjektilet treffer staven i enden ($\ell/2$ fra massesenteret cm) og setter seg fast i staven. Staven vil etter kollisjonen få en kombinert translasjons- og rotasjonsbevegelse, der massesenterets translasjonsfart angis med v' og stavens vinkelhastighet om massesenteret med ω' . Merk at staven ikke er hengslet i noe punkt.



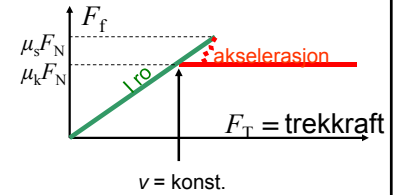
Sett opp total bevegelsesmengde før (p) og etter (p') kollisjonen og totalt spinn om massesenter cm før (L) og etter (L') kollisjonen. Finn fra dette uttrykk for forholdet v'/ω' . Du kan se bort fra spinn til m etter kollisjonen.

Resultat: 80%

Friksjon:

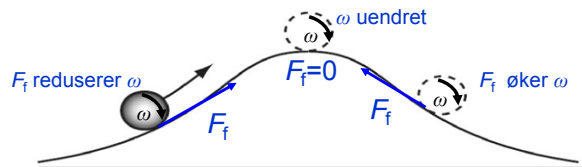
• Friksjon:

- Hvilefriksjon $F_T = F_f \leq F_{f,max}$
(F_f "ukjent") $F_{f,max} = \mu_s F_N$
- Glidefriksjon: $F_T \geq F_f = \mu_k F_N$



Oppgave

Ei kule triller oppover en bakke, passerer toppen og triller så nedover en bakke på motsatt side. Skisser hvilken retning friksjonen virker fra underlaget på kula, på vei opp, på toppen og på vei ned. Begrunn svaret. Vi antar at vi har rein rulling under hele bevegelsen.



Ytre kraft ($mg \sin\alpha$) endrer v
 F_f gir moment til rotasjonen