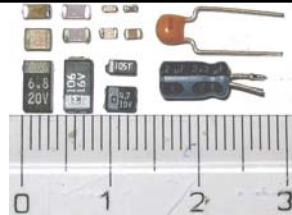


## Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- Grunnleggende forståelse for
  - HVA en kondensator er,
  - HVORFOR den virker som den gjør,
  - hvilke BEGRENSSINGER den har og
  - hvorfor et DIELEKTRIKUM er påkrevd i en kondensator.
- Kapasitans
- Energi i kondensatorer og ladningssamlinger generelt
- Beskrive et dielektrikum:
  - polarisering  $P$ ,
  - elektrisk flukstetthet  $D$ ,
  - relativ permittivitet  $\epsilon_r$ ,
  - Gauss' lov for dielektrika



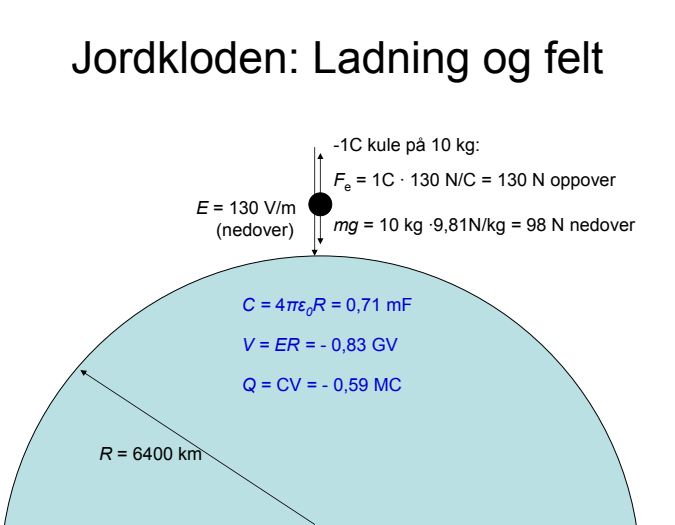
Små kondensatorer



og store kondensatorer..

Fra Wikipedia: <http://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor>

## Jordkloden: Ladning og felt

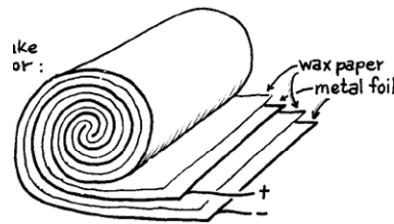


-1C kule på 10 kg:  
 $F_e = 1C \cdot 130 \text{ N/C} = 130 \text{ N oppover}$   
 $E = 130 \text{ V/m (nedover)}$   
 $mg = 10 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} = 98 \text{ N nedover}$

$C = 4\pi\epsilon_0 R = 0,71 \text{ mF}$   
 $V = ER = -0,83 \text{ GV}$   
 $Q = CV = -0,59 \text{ MC}$

$R = 6400 \text{ km}$

### Parallellplatekondensator: $C = \epsilon_0 A/d$



ike or: wax paper foil metal foil

Hvor stort areal for 1F – kondensator hvis  $d = 1 \text{ mm}$  ?

$$A = C d / \epsilon_0 = 1 \text{ F} \cdot 1 \text{ mm} / 9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} = 110 \text{ km}^2 \quad !!$$



## Infinitesimale volumelement

Kartesiske koord.: ( $dV =$ )  $d\tau = dx dy dz$

Kulekoordinater:  $d\tau = dr \cdot r d\theta \cdot r \sin\theta d\varphi = \sin\theta d\theta d\varphi r^2 dr$

Integrert over  $\theta$  og  $\varphi$ :  $d\tau = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot r^2 dr = 2 \cdot 2\pi \cdot r^2 dr$

Når **kulesymmetri** bruk alltid dette uttrykket

$$d\tau = 4\pi r^2 dr = \text{kuleareal} \cdot \text{tykkelse}$$

Tilsvarende ved **sylindersymmetri** og sylinderkoordinater:

$$d\tau = 2\pi r dr l = \text{omkrets} \cdot \text{tykkelse} \cdot \text{høyde}$$

## Elektrisk energi

1. Uttrykt med ladning og potensial:

$$U = \frac{1}{2} \int V dq \quad (= \frac{1}{2} V Q = \frac{1}{2} C V^2) \quad (24.9)$$

2. Uttrykt med elektrisk felt:

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 d\tau \quad (24.9C)$$

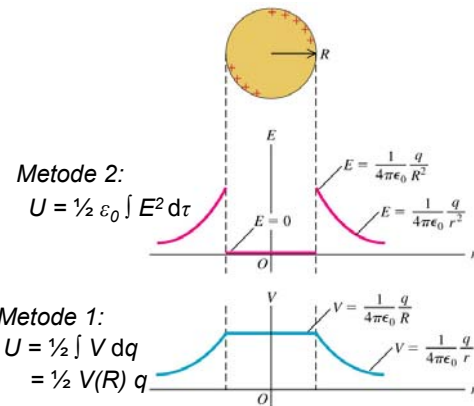
Hvor er energien lagra:

I **ladningene** eller i det **elektriske feltet**?

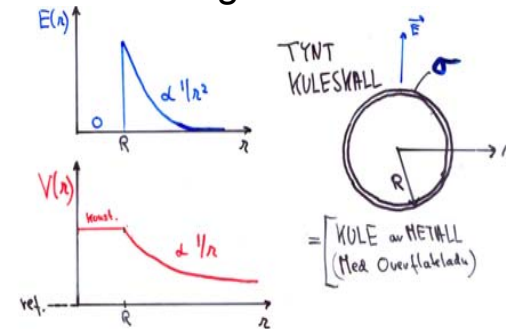
På platene eller **mellom** platene?

To uttrykk for **SAMME** energi!

Eks. 6: Energi på lederkule med ladning  $q$



Eks.6: Energi for ladd lederkule



$$U = \frac{1}{2} \iiint V(r) dq \quad (24.9C)$$

OBS:  $dq \neq 0$  kun på overflata

$$= 1/2 \cdot kQ^2/R = 5/6 \cdot U_{\text{hom.ladd kule}}$$

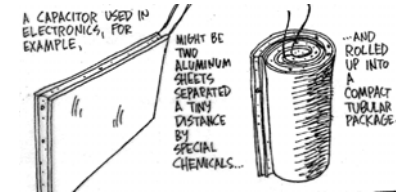
## Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- **Gjennomgått:**
- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans:  $C = Q/V$  (farad), med eksempler:
  - » Enkeltkule:  $C = 4\pi\epsilon_0 r_a$
  - » Parallellplate:  $C = \epsilon_0 A/d$
  - » Kulekondensator:  $C = 4\pi\epsilon_0 r_b r_a / (r_b - r_a)$
- Seriekopling og parallellkopling
- Energi i kondensatorer  $U = \frac{1}{2} V Q = \frac{1}{2} C V^2$
- Energi i ladningssamlinger  $U = \frac{1}{2} \int V dq$   
 $U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 dr$
- **Videre:**
- Dielektriske materialer: Elektrisk polarisering  $P$
- Elektrisk flukstetthetsvektor:  $D$
- Gauss' lov for dielektrika.

## Dielektrika og elektrisk polarisering

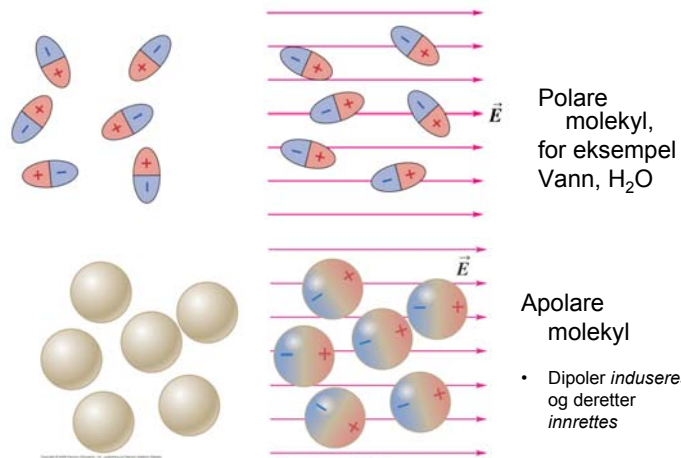
### Materialer:

- Vakuum
- Ledere
- Dielektrikum



- Mellom plater i kondensator brukes alltid et dielektrikum
- Kapasitansen øker da med en faktor  $\epsilon_r$ .

### Dipoler innrettes i elektrisk felt:



Polare molekyl, for eksempel Vann, H<sub>2</sub>O

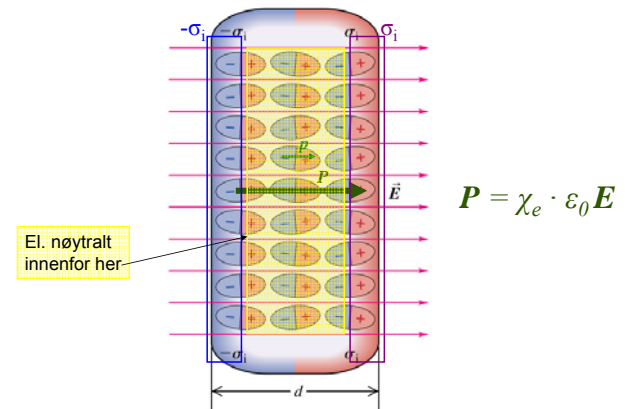
Apolare molekyl

- Dipoler *induseres* og deretter *innrettes*

(fig 24.18+19)

### Innretting (polarisering) gir flateladning

$\sigma_i$  (i = indusert ladning)



relativ permittivitet  
Dielectric Constant  $\kappa$  at 20°C

**Table 24.1** Values of Dielectric Constant  $\kappa$  at 20°C

Material	$\kappa$ $\epsilon_r$	Material	$\kappa$ $\epsilon_r$
Vacuum	1	Polyvinyl chloride	3.18
Air (1 atm)	1.00059	Plexiglas	3.40
Air (100 atm)	1.0548	Glass	5-10
Teflon	2.1	Neoprene	6.70
Polyethylene	2.25	Germanium	16
Benzene	2.28	Glycerin	42.5
Mica	3-6	Water	80.4
Mylar	3.1	Strontium titanate	310


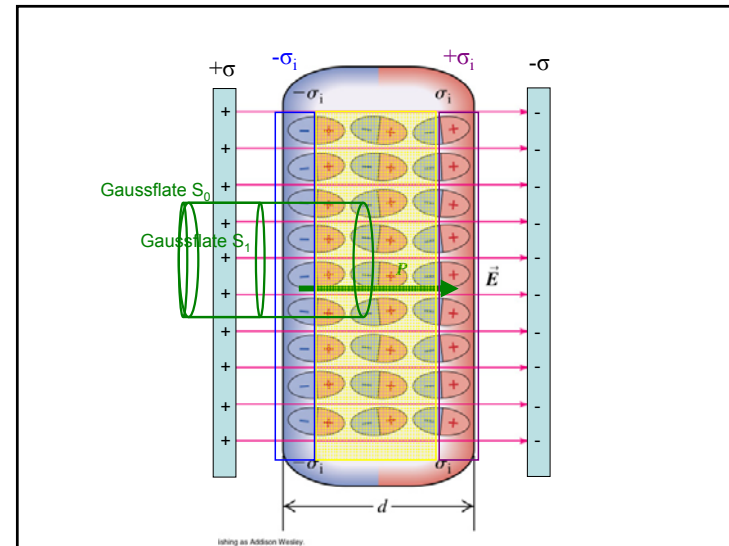
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley

Relativ permittivitet  
Dielectric Constant and Dielectric Strength of Some Insulating Materials

**Table 24.2** Dielectric Constant and Dielectric Strength of Some Insulating Materials

Material	Constant, $\kappa$ $\epsilon_r$
Polycarbonate	2.8
Polyester	3.3
Polypropylene	2.2
Polystyrene	2.6
Pyrex glass	4.7

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley

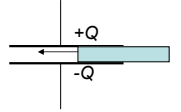



## Gauss' lov:

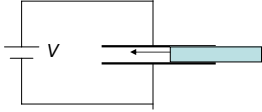
- Gauss' lov for fri ladning  $Q$ :  $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$  (12) Mest praktiske  
 eller  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon}$
- Gauss' lov for industert ladning  $Q_i$ :  $\oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_i$  (11)
- Gauss' lov for totalladning  $Q_{tot}$ :  $\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{tot}$  (10)
- I alle tidligere formler kan  $\epsilon_0 E$  erstattes av  $\epsilon E$ , dvs.  $\epsilon_r \epsilon_0 E$
- $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$        $Q_{tot} = Q + Q_i$

### Eks. 7 Parallellplatekondensator uten og med dielektrikum

**A. Frakopla batteri:**  
 Konstant:  $\sigma = D = Q/A$   
 Avtar:  $V_1 = V_0/\epsilon_r$   
 Øker:  $C_1 = Q/V_1 = \epsilon_r C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 A/d$   
 Energi:  $U_1 = \frac{1}{2} QV_1$  **avtar**



**B. Tilkopla batteri:**  
 Konstant:  $V_1 = V_0$   
 Øker:  $\sigma_1 = D_1 = Q_1/A = \epsilon_r D_0$   
 Øker:  $C_1 = Q/V_1 = \epsilon_r C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 A/d$   
 Energi:  $U_1 = \frac{1}{2} QV_1$  **øker**



## Spesielle dielektrika:

- Piezoelektriske materialer:  
Mekanisk strekk eller trykk  $\rightarrow$  polarisasjon  $\mathbf{P}$   
(eller motsatt)  $\mathbf{E}$ -felt  $\rightarrow$   $\mathbf{P}$ -felt  $\rightarrow$  deformasjon  
Bruk: Kvartskrystaller, mikrofoner, pickup
- Electrets og ferroelektriske materialer:  
Materialer med permanent polarisasjon  $\mathbf{P}$   
(tilsvarer permanente magneter)
- Overslag ("breakdown"):  
Overslag i dielektrika ved viss angitt grense  
Kondensatorer har oppgitt max spenning!

## Kap. 24: Oppsummering 1 Kondensatorer og kapasitans

- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans:  $C = Q/V$  (farad)
- Enkeltkulekondensator:  $C = 4\pi\epsilon_0 R$  (Eks. 1)
- Parallellplatekondensator:  $C = \epsilon_0 A/d$  (Eks. 2)
- Kule(skall)kondensator:  $C = 4\pi\epsilon_0 r_a r_b / (r_b - r_a)$  (Eks. 3)
- Sylinderekondensator (koaxskabel):  $C' = 2\pi\epsilon_0 / \ln r_b / r_a$  (Eks. 4)
- Parallellkopling:  $C = C_1 + C_2$  Seriekopling:  $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$
- Energi ved ladning og potensial:  $U = \frac{1}{2} \int V dq$
- Energi ved elektrisk felt:  $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  dvs.  $U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 d\tau$
- For kondensator gir dette:  $U = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} Q^2/C$

## Kap. 24: Oppsummering 2 Dielektrika og polarisering

- **Dielektriske materialer:**
  - Elektrisk polarisering = dipoltetthet:  $\mathbf{P} = \chi_e \cdot \epsilon_0 \mathbf{E}$ 
    - der  $\chi_e$  er elektrisk susceptibilitet.
    - Relativ permittivitet  $\epsilon_r = \chi_e + 1$  (dielektrisitetskonstant)
  - Elektrisk flukstetthetsvektor:  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$  (forskyvningsvektor)
  - Gauss' lov for fri ladning  $Q = Q_{\text{tot}} - Q_i$ :
- $$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q \quad \text{eller} \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon}$$
- Gauss' lov for induert ladning  $Q_i$ :  $\oint \mathbf{P} \cdot d\mathbf{A} = -Q_i$
  - Gauss' lov for totalladning  $Q_{\text{tot}}$ :  $\oint \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q_{\text{tot}}$
  - I alle tidligere formler kan  $\epsilon_0 \mathbf{E}$  erstattes av  $\epsilon \mathbf{E}$ , dvs.  $\epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$
  - Mer utfyllende i [Notat1: Dielektriske materialer](#).

## Uttrykk kapasitans

$$C = (\text{konstant}) \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \underbrace{(\text{geometrifaktor})}_{\text{enhet: meter}}$$

- Koaksialkondensator:  $C = 2\pi \cdot \epsilon_r \epsilon_0 / \ln(r_b/r_a) \cdot l$
- Parallellplatekondensator:  $C = \epsilon_r \epsilon_0 \cdot A/d$
- Kulekondensator:  $C = 4\pi \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \cdot r_b r_a / (r_b - r_a)$   
 $\rightarrow 4\pi \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \cdot r_a$  når  $r_b \rightarrow \infty$

$P = \chi_e \cdot \epsilon_0 E$

$\epsilon_r = \chi_e + 1$

$\chi_e$	$\epsilon_r = \chi_e + 1$
1/3	4/3
1	2
3	4
$\infty$	$\infty$

$D = \epsilon_0 E + P$   
endres ikke  
(ingen endring  
frie ladn.)

$(\# \text{ flukslinjer } P) = \chi_e \cdot (\# \text{ flukslinjer } \epsilon_0 E)$

$$D = \epsilon_0 E + 0 = D = \epsilon_0 E + P = D = \epsilon_0 E + 0$$

avtar øker

$$D = 1 \cdot \epsilon_0 E = D = \epsilon_r \epsilon_0 E = D = 1 \cdot \epsilon_0 E$$

$P = \chi_e \cdot \epsilon_0 E$   
der  $E$  er inni dielektriket, ikke ytre