Institutt for fysikk 2011 **TFY4155/FY1003 Elektromagnetisme**

Øving 7
Dielektrika.

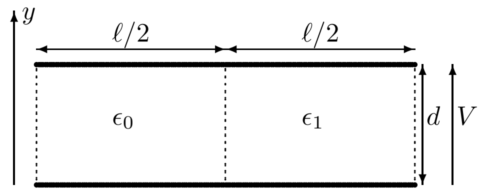
Veiledning: Uke 8 ifølge nettsider.
Innlevering: Tirsdag 1. mars kl. 11:00

I denne øvingen bruker vi en del begreper som ikke står i boka, men som er blitt forelest og står i Notat1: "Dielektrikum og polarisasjon". Øvingen er svært viktig for å lære å forstå egenskapene til et dielektrikum.

Oppgave 1. Kondensator med luft og dielektrikum i parallell.

En parallellplatekondensator er satt sammen av to lederplater i avstand d og med areal $A = \ell^2$. Du kan anta at arealet er stort ift. d slik at du kan se bort fra randeffekter og anvende resultater utledet for uendelig store plater.

Som figuren viser består rommet mellom lederplatene halvparten av luft med permittivitet ϵ_0 og halvparten av et dielektrikum med permittivitet ϵ_1. Lederplatene er koplet til en spenningskilde slik at det elektriske potensial mellom platene er lik V (øvre plate høyest potensial).



Oppgitte verdier: $V = 100$ V
$A = 10,00\ \mathrm{cm}^2$
$d = 2,00$ mm
$\epsilon_1 = \epsilon_{\mathrm{r}1} \cdot \epsilon_0 = 5,00 \cdot \epsilon_0$

a) Finn det elektriske feltet $\vec{E}_0$ og $\vec{E}_1$ i luft og i dielektrikumet. Skisser de elektriske feltlinjer gjennom kondensatoren.

b) Finn den elektriske flukstetthet $\vec{D}_0$ og $\vec{D}_1$ i de to mediene. Skisser feltlinjer for $\vec{D}$.

c) Finn den elektriske polariseringen $\vec{P}_0$ og $\vec{P}_1$ i de to mediene. Skisser feltlinjer.

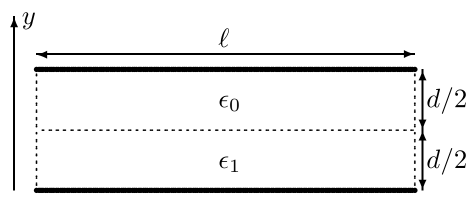
d) Finn overflateladningstettheten av fri ladninger (σ), totalladning (σ_{t}) og induserte ladninger (σ_{i}) ved alle grenseflater.

e) Finn den totale kapasitansen til kondensatoren. Vis herunder at formelen for parallellkopling av to kondensatorer gir samme resultat som definisjonen $C = Q/V$ der Q er total ladning på hver plate.

TIPS TIL OPPGAVEN: $|V| = E \cdot d =$ konstant mellom platene. Feltlinjer for $\vec{D}$ løper mellom frie ladninger, feltlinjer for $\vec{E}$ mellom totalladninger, feltlinjer for $\vec{P}$ mellom induserte ladninger.

Oppgave 2. Kondensator med luft og dielektrikum i serie.

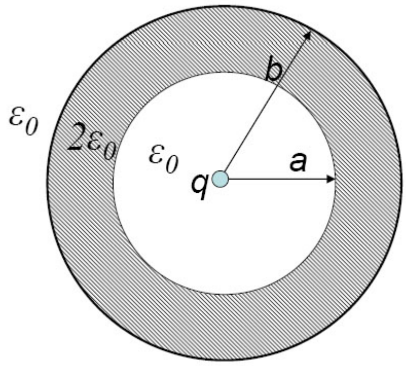
Gjør samme øvelsen som i Oppgave 1 for en kondensator som er delt motsatt vei, slik figuren viser. Tallverdier som ovenfor.



- Det viktigste for forståelsen er å tegne opp feltlinjer i figurer, så hvis du får dårlig tid kan du prioritere dette og utsette beregningen av størrelsene.
- Det er lurt å beregne i rekkefølgen D, E og P, dvs. b) a) c).
- I pkt. e) vis at formelen for seriekopling av to kondensatorer gir samme resultat som definisjonen $C = Q/V$.

(forts. neste side)

Oppgave 3. Dielektrikum som kuleskall.



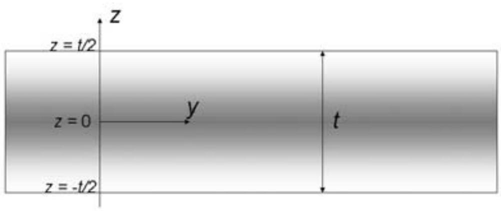
Et elektrisk nøytralt dielektrikum med permittivitet $\epsilon = 2\epsilon_0$ fyller et kuleskall med indre radius a og ytre radius b. I sentrum av hulrommet inni kuleskallet er det plassert en punktladning q. Rommet forøvrig består av luft (vakuum).

a) Bestem den elektriske flukstettheten $\vec{D}$ (i hele rommet).

b) Bestem den elektriske feltstyrken $\vec{E}$ (i hele rommet). Skisser $E(r)$ som funksjon av avstanden fra punktladningen.

c) Hva blir tettheten av indusert flateladning på innsida, $\sigma_{\rm i}(a)$, og på utsida, $\sigma_{\rm i}(b)$, av dielektrikumet?

Oppgave 4. Dielektrisk plate.



Figuren viser tverrsnitt av ei dielektrisk (elektrisk isolerende) plate med permittivitet ϵ, total tykkelse t i z-retningen og uendelig utstrekning i x- og y-retningene. Plata har romladningstetthet gitt ved

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot \cos\left(\pi \frac{z}{t}\right) ,$$

der z er avstanden fra midtplanet i plata og ρ_0 er en konstant. Ladningstettheten er forsøkt visualisert med skravering. Plata er omgitt av luft med permittivitet ϵ_0.

a) Beregn den elektriske feltstyrken $\vec{E}$ utenfor og inne i den dielektriske plata. Begrunn fremgangsmåten.
TIPS: Vær oppmerksom på forskjell i permittivitet inne i plata og utenfor. I Gauss' lov må permittiviteten for materialet på Gaussflata brukes.

b) Tegn en graf av $|\vec{E}|$ som funksjon av z.

c) Beregn det elektriske potensialet V utenfor og inne i plata. Velg nullreferansen for det elektriske potensialet midt inne i plata ($z = 0$).

d) Tegn $V(z)$ som funksjon av z.

Utvalgte fasitsvar:
1a) $50,0$ kV/m ; 1b) $0,443$ μC/m^2, $2,22$ μC/m^2 ; 1c) 0, $1,77$ μC/m^2; 1e) 13,3 pF.
2a) $83,3$ kV/m, $16,7$ kV/m ; 2b) $0,738$ μC/m^2 ; 2c) 0, $0,590$ μC/m^2; 2e) 7,38 pF.
3c) $-q/8\pi a^2,\ q/8\pi b^2$.
4a) inni: $\vec{E}(z) = \frac{\rho_0 t}{\pi\epsilon}\sin\left(\pi\frac{z}{t}\right)\hat{\mathbf{k}}$; 3c) utenfor: $V(z) = \frac{\rho_0 t^2}{\pi}\left(\frac{1}{2\epsilon_0} - \frac{1}{\pi\epsilon}\right) - \frac{\rho_0 t}{\pi\epsilon_0}|z|$.