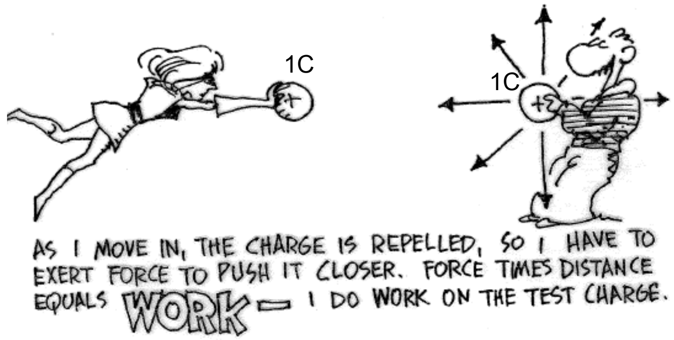
Kap. 23
Elektrisk potensial

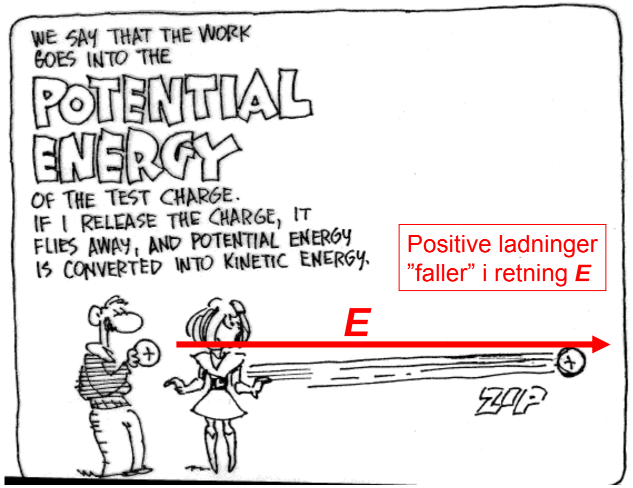
Skal definere på grunnlag av elektrisk felt ***E:***

- Elektrisk potensiell energi, *U*
- Elektrisk potensial, *V*
  - *(Kretsteknikk: El. potensialforskjell = spenning)*
- Ekvipotensialflater
- Potensialgradient og elektrisk felt.

Arbeid kreves for å føre sammen ladninger

Påført arbeid gir **potensiell energi**





Eks. 1, forts. av:
Hvor stor er 1 coulomb ?

- Du og din kamerat/vennine holder hver ei kule med ladning +1,0 C. Dere beveger dere mot hverandre fra uendelig i et ellers elektrisk nøytralt rom
- a) Hvor nærme kan dere komme hverandre?
  Anta dere kan trykke med *F* = 500 N hver. (Svar: 4,2 km)
- b) Hvor stort er det elektriske feltet i avstand 4,2 km? (Svar: 500 N/C)
- c) Hvor mye arbeid for å føre dere sammen fra $a=\infty$ til $b=4{,}2$ km? (anta en av dere står i ro)

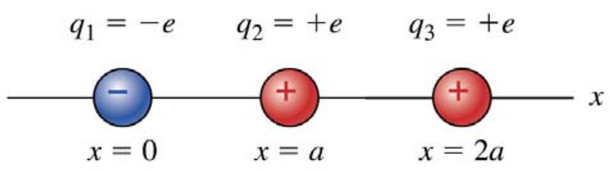
$$W = -\int_{\infty}^{b} q_1 \vec{E} \cdot d\vec{l} = -q_1 k q_2 \int_{\infty}^{b} \frac{dr}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot (1\text{C})^2 \left(\frac{1}{4{,}2 \text{ km}} - \frac{1}{\infty} \right) = 2{,}1 \text{ MJ}$$

eller

$$U(b) = k\, q_0 q \frac{1}{b} = 9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2 \cdot (1\text{C})^2 \cdot \frac{1}{4{,}2 \text{km}} = 2{,}1 \text{ MJ}$$

(som å løfte 100 kg 2,2 km opp, eller ca. ¼ av kroppens energibruk per dag)

Eks. 2 ≈ Y&F Ex. 23.2
To og tre punktladninger



0) Finn potensiell energi til q_1 og q_2

a) Finn nødvendig arbeid for å plassere q_3
= potensiell energi for q_3

b) Finn total potensiell energi

Kap. 23, så langt

- Elektrisk potensiell energi, *U*

Definisjon: $$U_b - U_a = -q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (23.2)$$

a = b: *E*-feltet er konservativt: $$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$
(arbeid uavhengig vegen)

Rundt pkt.ladning, relativt a=∞: $$U(r) = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \qquad (23.9)$$

Elektrisk potensial V (= U/q_0) :

Relativt potensial, fra def. av pot.en:

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad (23.17)$$

Absolutt potensial (relativt ∞):

rundt én punktladning: $$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} \qquad (23.14)$$

rundt mange punktladninger: $$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \qquad (23.15)$$

rundt kontinuerlig ladninger: $$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint \frac{dq}{r} \qquad (23.16)$$

Eks. 3, forts. av: Hvor stor er 1 coulomb ?

- Du og din kamerat/vennine holder hver ei kule med ladning +1,0 C. Dere beveger dere mot hverandre fra uendelig i et ellers elektrisk nøytralt rom
- a) Hvor nærme kan dere komme hverandre?
  Anta dere kan trykke med *F* = 500 N hver. (Svar: 4,2 km)
- b) Hvor stort er det elektriske feltet i avstand 4,2 km? (Sv: 500 N/C)
- c) Hvor mye arbeid for å føre dere sammen fra *a*=∞ til *b*=4,2 km? (anta en av dere står i ro) (Sv: 2,1 MJ)
- d) Hva er potensialforskjellen mellom dere (ved *b*=4,2 km) ?

Enklest, fra utregnet arbeid i pkt c):
$V = W/q_2$ = 2,1 MJ / 1,0 C = 2,1 MV

Eller fra potensial *V(r)* rundt punktladning:
$V(r) = k\, q_1 / r$
= $9{,}0 \cdot 10^9$ Nm²/C² · 1,0 C / 4,24 km = 2,12 MV = 2,1 MV

Beregning av potensial:

Metode 1, Superposisjon av punktladninger (V rel. ∞):

diskrete ladninger: $$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} \qquad (23.15)$$

kontinuerlig ladninger: $$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r} \qquad (23.16)$$

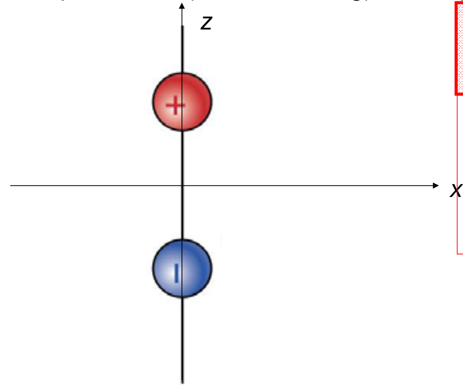
$$V_b - V_a = V(\vec{r}_b) - V(\vec{r}_a)$$

Metode 2: Fra definisjonen, når ***E*** er kjent:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad (23.17)$$

Eks. 4: *V* rundt dipol (Øving 4)

Finn potensial V (relativt uendelig) rundt dipol



Metode 1:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

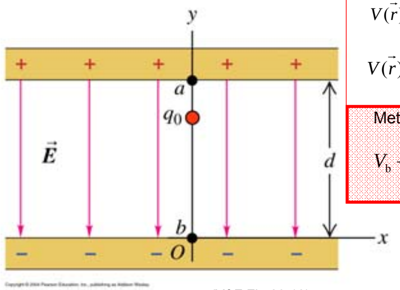
Metode 2:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Eks.5: *V* mellom to (uendelige) parallellplater (Y&F Ex. 23.9)

E fra tidligere:

$E = \sigma/\varepsilon_0$



(Y&F Fig 23.18)

Metode 1:

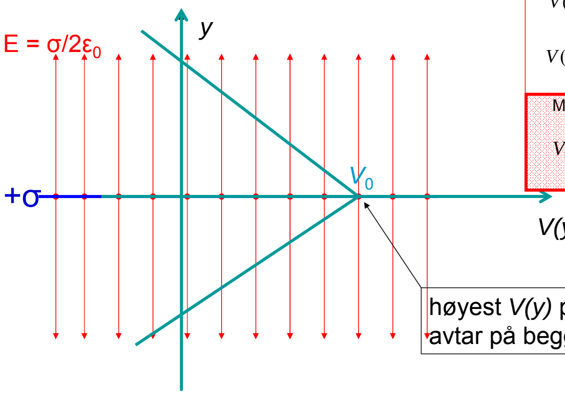
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

Metode 2:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Eks 5B: Flateladning



høyest *V(y)* på plata, avtar på begge sider

Metode 1:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

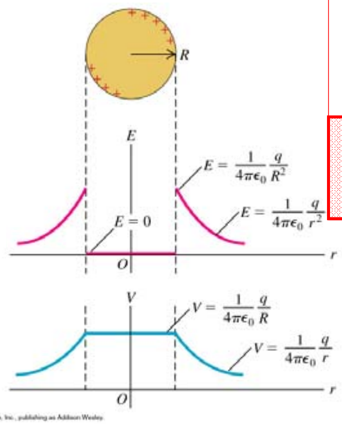
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

Metode 2:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Eks.6: *V* inni og utenfor ladet lederkule (Y&F Ex. 23.8)

E fra Eks.3 i kap 22 (Ex. 22.5):



Metode 1:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

Metode 2:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$

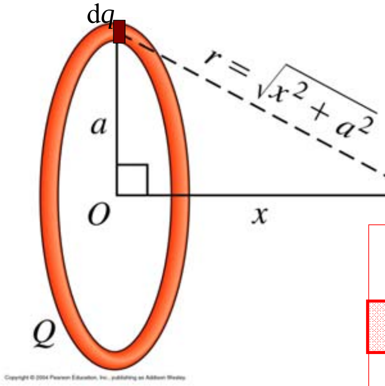
$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R}$, $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$

(Y&F Fig 23.17)

Eks.7: *V* på aksen til tynn ring (Y&F Ex. 23.11)

Metode 1

fordi:
Vanskeligere å finne *E(x)* (Eks. 4 kap 21) enn å finne *V(x)*



(Y&F Fig 23.21)

Metode 1:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

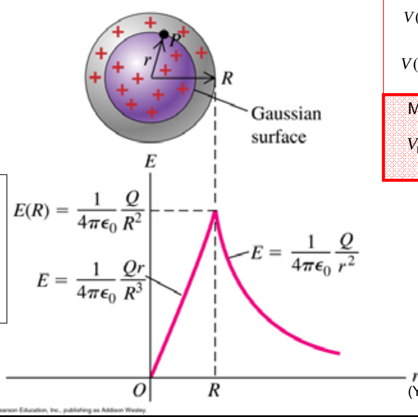
Metode 2:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Eks.8: *V* inni og utenfor uniformt ladd kule

Metode 2

E fra Eks.1 i kap 22 (Ex. 22.9):



$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^2}$

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qr}{R^3}$

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

Metode 1:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

Metode 2:

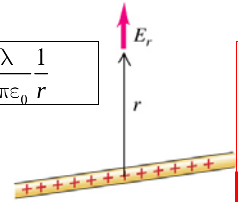
$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

(Y&F Fig 22.22)

Eks.9: *V* rundt uendelig lang linjeladning (Y&F Ex 23.10)

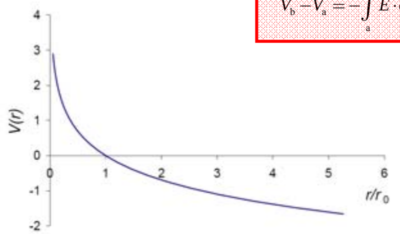
E fra Eks.3,kap.21 (Ex.21.11): $E_r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$

Metode 2



$$V(r) - V(r_0) = -\int_{r_0}^{r} E_r dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{r_0}$$

Referansepunkt r_0: ∞ og 0 er begge ubrukelige.



Metode 1:

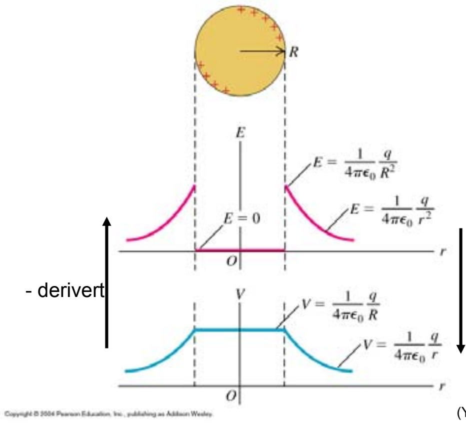
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

Metode 2:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Eks.6: *V* inni og utenfor ladet lederkule (Y&F Ex. 23.8)



- derivert

- integrert

$$V(r) - V(r_0) = -\int E_r \, dr$$

(Y&F Fig 23.17)

Gradienten til en skalar er en vektor:

(fra formelsamling s. 2):

Kartesiske koord:

$$\mathrm{grad}V = \vec{\nabla}V = \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z}$$

Sylinderkoord:

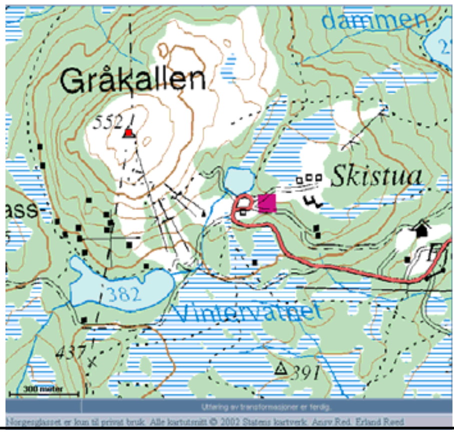
$$\vec{\nabla}V = \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\,\frac{\partial V}{\partial z}$$

Kulekoord:

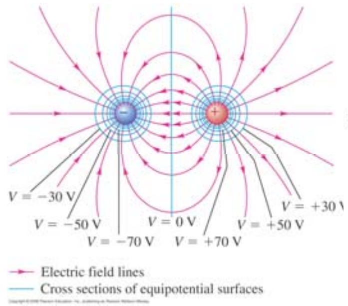
$$\vec{\nabla}V = \hat{\mathbf{r}}\,\frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta}\,\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi}\,\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}$$

Gravitasjonen har også ekvipotensialflater.

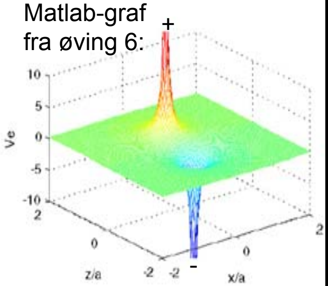
Høydekoter på kart er skjæring mellom epf. og terrenget:



Dipol



Matlab-graf fra øving 6:



Kap. 23: Oppsummering 1
Elektrisk potensial

Arbeid av el.kraft $q\vec{E}$ er kun avhengig av start-(a) og slutt (b) posisjon

$$\Updownarrow$$

Alle E-felt er konservative: $\oint \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = 0$

$$\Downarrow$$

Kan definere:

$$\text{Elektrisk potensial} = \frac{\text{elektrisk potensiell energi}}{\text{ladning}}$$

$$V_{ba} = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$\Updownarrow$$

$$\vec{E} = -\text{grad}V$$

Enhet: $[V]$ = J / C = volt = V

Energienheter:
1 CV = tilleggsenergi for 1C ved å flytte 1 V høyere = 1 J
1 eV = tilleggsenergi for 1e ved å flytte 1 V høyere = 0,16 aJ

Absolutt potensial definert relativt $r = \infty$

Kap. 23: Oppsummering 2
Elektrisk potensial

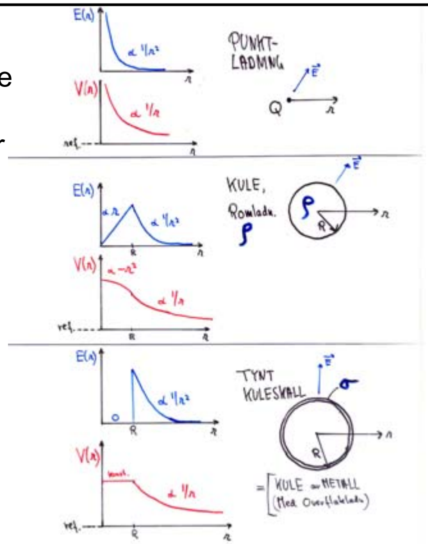
Beregning av potensial:

Metode 1: Superposisjon, romlig integrasjon: $V(r) = k\iiint \frac{dq}{r}$.

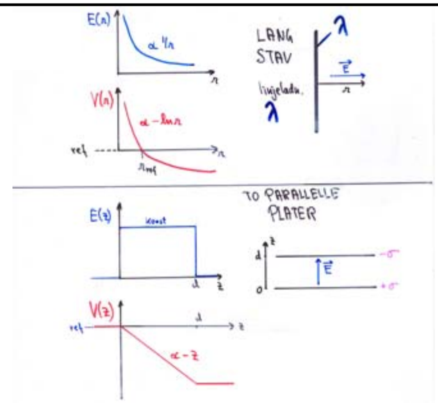
Metode 2: Linjeintegral, når $\vec{E}$ er kjent: $V_{ba} = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$.

- **Løsningsmetodikk for *E* og *V*:**
  Hvis ***E*** enkel å finne (eks. fra Gauss' lov): Bestem ***E***, deretter *V* fra Metode 2.
  Hvis *V* enkel å finne (fra metode 1): Bestem *V*, deretter ***E*** fra ***E*** = −grad *V*
- Ladninger kan flyttes uten arbeid på **ekvipotensialflater**.
- ***E*** er normal til ekvipotensialflater.
- Elektrisk **leder** er på en og samme potensialflate.

E og *V* rundt ulike ladnings-samlinger



E og *V* rundt ulike ladnings-samlinger



For alle:

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$

$$E(z) = -\frac{dV}{dz}$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})}$$