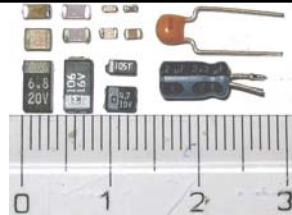


### Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- Grunnleggende forståelse for
  - HVA en kondensator er,
  - HVORFOR den virker som den gjør,
  - hvilke BEGRENSSINGER den har og
  - hvorfor et DIELEKTRIKUM er påkrevd i en kondensator.
- Kapasitans
- Energi i kondensatorer og ladningssamlinger generelt
- Beskrive et dielektrikum:
  - polarisering  $P$ ,
  - elektrisk flukstetthet  $D$ ,
  - relativ permittivitet  $\epsilon_r$ ,
  - Gauss' lov for dielektrika

Små kondensatorer



og store kondensatorer..

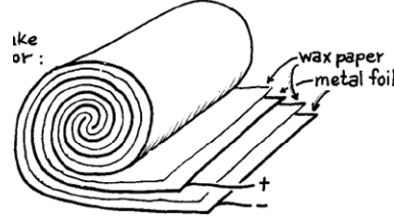


Fra Wikipedia: <http://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor>

### Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- Kondensatorer = to ledere som kan lagre ladning
- Kapasitans:  $C = Q/V$  (enhet F = farad)
  - der  $V = V_2 - V_1$  for to ledere (Type A)
  - eller  $V = V - V_\infty$  for enkeltleder (Type B)
- Eks. 1: Enkeltkule:  $C = 4\pi\epsilon_0 R$
- Eks. 2: Parallellplatekondensator
- Eks. 3: Kulekondensator
- Seriekopling og parallellkopling
- Uttrykk for energi i kondensatorer
- Dielektriske materialer: Elektrisk polarisering  $P$
- Elektrisk flukstetthetsvektor:  $D$
- Gauss' lov for dielektrika.

Parallellplatekondensator:  $C = \epsilon_0 A/d$



Hvor stort areal for 1F – kondensator hvis  $d = 1 \text{ mm}$  ?

$$A = C d / \epsilon_0 = 1 \text{ F} \cdot 1 \text{ mm} / 9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} = 110 \text{ km}^2 \quad !!$$

Eks. 1: Enkeltkule (ladning  $q$ )      Eks. 3: Kulekondensator  
 = to kuleskall med ladning  $+Q$  og  $-Q$   
 =Ex. 24.3

$C = 4\pi\epsilon_0 R$

$C = 4\pi\epsilon_0 r_b r_a / (r_b - r_a)$   
 $\rightarrow 4\pi\epsilon_0 r_b r_a / r_b$   
 $= 4\pi\epsilon_0 r_a$  når  $r_b \rightarrow \infty$

(Fig 24.5)

Aud R2: Hvor mye energi for å plassere inn 1C ladninger?

$U_1 = 0$

$U_2 = V_{21}Q$

$U_3 = (V_{31} + V_{32})Q$

O.S.V.

Kap 23. Eks. 2. Presiseringer

Energiberegning under oppbygging:

$q_1 = -e$        $q_2 = +e$

$x = 0$        $x = a$

$q_1$  først, så  $q_2$ :  
 $U = U_1 + U_2$   
 $= 0 + q_2 kq_1/a$

$q_2$  først, så  $q_1$ :  
 $U = U_2 + U_1$   
 $= 0 + q_1 kq_2/a$

Ferdig oppbygd:

	ved potensial	energi
$q_1$	$V_1 = kq_2/a$	$q_1 V_1 = q_1 kq_2/a$
$q_2$	$V_2 = kq_1/a$	$q_2 V_2 = q_2 kq_1/a$
<b>Sum:</b>		$2 q_2 kq_1/a = 2U$

**Regnet dobbelt!**

**Konklusjon:**  
 Energi beregnet fra ferdig oppbygd ladning:  $U = \frac{1}{2} \sum V_i q_i$

Øving 5, oppgave 2

Eks.5: Energi for homogent ladd kule

KULE, Rowlad.  $\rho$

Beregn i Eks.8 – kap. 23:  
 $V(r) = k/2 Q/R (3 - r^2/R^2)$  inni kula

$U = \frac{1}{2} \iiint V(r) dq$  (24.9C)

OBS:  $dq = 0$  utenfor kula

$= 3/5 \cdot kQ^2/R$

## Elektrisk energi

1. Uttrykt med ladning og potensial:

$$U = \frac{1}{2} V Q = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q^2 / C \quad (24.9)$$

(utledet for kondensator; all  $Q$  på samme  $V$ )

$$U = \frac{1}{2} \int V dq \quad (24.9C)$$

(ulike  $dq$  på ulike  $V$ )

2. Uttrykt med elektrisk felt:

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 d\tau \quad (24.11B)$$

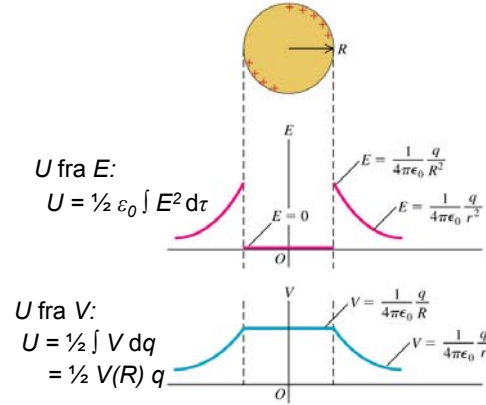
Hvor er energien lagra:

I **ladningene** eller i det **elektriske feltet**?

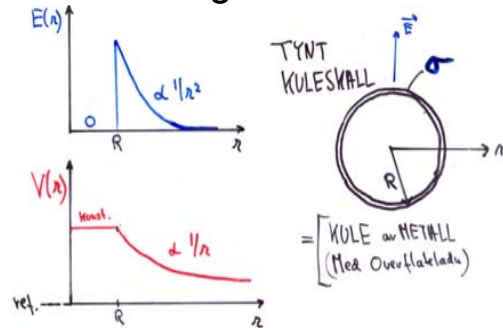
På platene eller **mellom** platene?

To uttrykk for **SAMME** energi!

### Eks. 6: Energi på lederkule med ladning $q$



### Eks.6: Energi for ladd lederkule



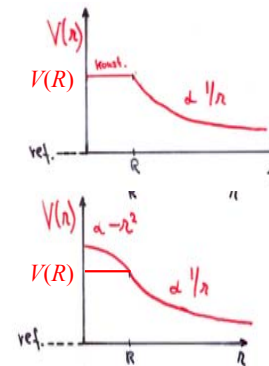
$$U = \frac{1}{2} \iiint V(r) dq \quad (24.9C)$$

OBS:  $dq \neq 0$  kun på overflata

$$= 1/2 \cdot kQ^2/R = 5/6 \cdot U_{\text{hom. ladd kule}}$$

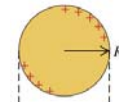
### Eks.5+6

$$U = \frac{1}{2} \iiint V(r) dq$$



Ladd lederkule:

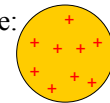
$$U = \frac{1}{2} kQ^2/R$$



Homogent ladd kule:

$$U = 3/5 \cdot kQ^2/R$$

$$= 6/5 \cdot U_{\text{ladd lederkule}}$$



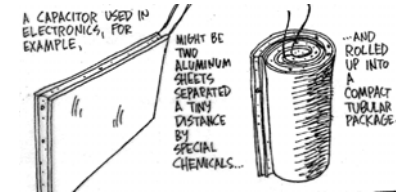
## Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- **Gjennomgått:**
- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans:  $C = Q/V$  (farad), med eksempler:
  - » Enkeltkule:  $C = 4\pi\epsilon_0 r_a$
  - » Parallellplate:  $C = \epsilon_0 A/d$
  - » Kulekondensator:  $C = 4\pi\epsilon_0 r_b r_a / (r_b - r_a)$
- Seriekopling og parallellkopling
- Energi i kondensatorer  $U = \frac{1}{2} V Q = \frac{1}{2} C V^2$
- Energi i ladningssamlinger  $U = \frac{1}{2} \int V dq$   
 $U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 dr$
- **Videre:**
- Dielektriske materialer: Elektrisk polarisering  $P$
- Elektrisk flukstetthetsvektor:  $D$
- Gauss' lov for dielektrika.

## Dielektrika og elektrisk polarisering

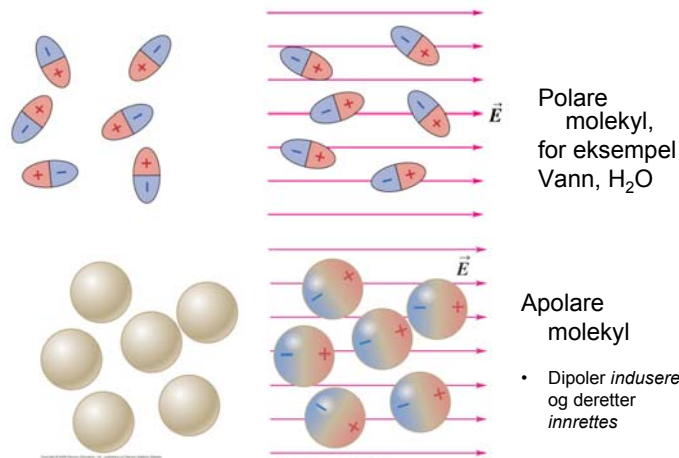
### Materialer:

- Vakuum
- Ledere
- Dielektrikum



- Mellom plater i kondensator brukes alltid et dielektrikum
- Kapasitansen øker da med en faktor  $\epsilon_r$ .

### Dipoler innrettes i elektrisk felt:



Polare molekyl, for eksempel Vann, H<sub>2</sub>O

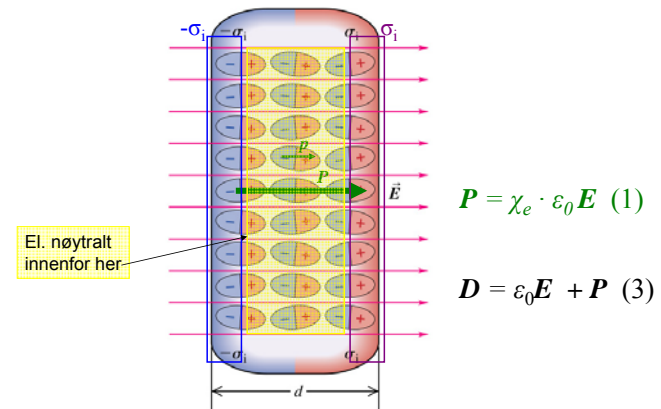
Apolare molekyl

- Dipoler *induseres* og deretter *innrettes*

(fig 24.18+19)

### Innretting (polarisering) gir flateladning

$\sigma_i$  (i = indusert ladning)



$$P = \chi_e \cdot \epsilon_0 E \quad (1)$$

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (3)$$

**Relative Permittivity**  
**Table 24.1** Values of Dielectric Constant  $\kappa$  at 20°C


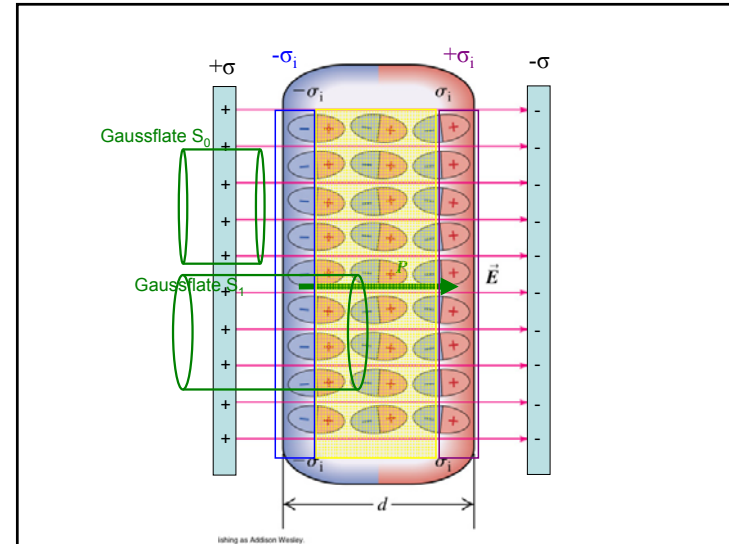
Material	$\kappa$ $\epsilon_r$	Material	$\kappa$ $\epsilon_r$
Vacuum	1	Polyvinyl chloride	3.18
Air (1 atm)	1.00059	Plexiglas	3.40
Air (100 atm)	1.0548	Glass	5-10
Teflon	2.1	Neoprene	6.70
Polyethylene	2.25	Germanium	16
Benzene	2.28	Glycerin	42.5
Mica	3-6	Water	80.4
Mylar	3.1	Strontium titanate	310

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley

**Relative permittivity**  
**Table 24.2** Dielectric Constant and Dielectric Strength of Some Insulating Materials

Material	Constant, $\kappa$ $\epsilon_r$
Polycarbonate	2.8
Polyester	3.3
Polypropylene	2.2
Polystyrene	2.6
Pyrex glass	4.7

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley

## Gauss' lov:

- Gauss' lov for fri ladning  $Q$ :  $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$  (12) Mest praktiske  
 eller  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon}$
- Gauss' lov for industert ladning  $Q_i$ :  $\oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_i$  (11)
- Gauss' lov for totalladning  $Q_{tot}$ :  $\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{tot}$  (10)

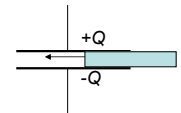
I alle tidligere formler kan  $\epsilon_0 E$  erstattes av  $\epsilon E$ , dvs.  $\epsilon_r \epsilon_0 E$

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$        $Q_{tot} = Q + Q_i$

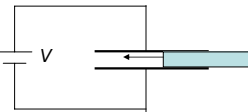
Øving 7 !!

### Eks. 7 Parallellplatekondensator uten og med dielektrikum

**A. Frakopla batteri:**  
 Konstant:  $\sigma = D = Q/A$   
 Avtar:  $V_1 = V_0/\epsilon_r$   
 Øker:  $C_1 = Q/V_1 = \epsilon_r C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 A/d$   
 Energi:  $U_1 = \frac{1}{2} QV_1$  **avtar**



**B. Tilkopla batteri:**  
 Konstant:  $V_1 = V_0$   
 Øker:  $\sigma_1 = D_1 = Q_1/A = \epsilon_r D_0$   
 Øker:  $C_1 = Q/V_1 = \epsilon_r C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 A/d$   
 Energi:  $U_1 = \frac{1}{2} QV_1$  **øker**  
(tilføres fra batteriet)



### Uttrykk kapasitans

$$C = (\text{konstant}) \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \underbrace{(\text{geometrifaktor})}_{\text{enhet: meter}}$$

- Koaksialkondensator:  $C = 2\pi \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \ln(r_d/r_b) \cdot l$
- Parallellplatekondensator:  $C = \epsilon_r \epsilon_0 \cdot A/d$
- Kulekondensator:  $C = 4\pi \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \cdot r_b r_a / (r_b - r_a)$   
 $\rightarrow 4\pi \cdot \epsilon_r \epsilon_0 \cdot r_a$  når  $r_b \rightarrow \infty$

### Spesielle dielektrika:

- Piezoelektriske materialer:  
 Mekanisk strekk eller trykk  $\rightarrow$  polarisasjon  $P$   
 (eller motsatt)  $E$ -felt  $\rightarrow P$ -felt  $\rightarrow$  deformasjon  
 Bruk: Kvartskrystaller, mikrofoner, pickup
- Electrets og ferroelektriske materialer:  
 Materialer med permanent polarisasjon  $P$   
 (tilsvarer permanente magneter)
- Overslag ("breakdown"):  
 Overslag i dielektrika ved viss angitt grense ("dielectric strength")  
 Kondensatorer har oppgitt max spenning!

### Kap. 24: Oppsummering 1 Kondensatorer og kapasitans

- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans:  $C = Q/V$  (farad)
- Enkeltkulekondensator:  $C = 4\pi\epsilon_0 R$  (Eks. 1)
- Parallellplatekondensator:  $C = \epsilon_0 A/d$  (Eks. 2)
- Kule(skall)kondensator:  $C = 4\pi\epsilon_0 r_d r_b / (r_b - r_d)$  (Eks. 3)
- Sylinderkondensator (koaxskabel):  $C' = 2\pi\epsilon_0 \ln r_b/r_d$  (Eks. 4)
- Parallellkopling:  $C = C_1 + C_2$  Seriekopling:  $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$
- Energi ved ladning og potensial:  $U = \frac{1}{2} \int V dq$
- Energi ved elektrisk felt:  $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  dvs.  $U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 d\tau$
- For kondensator gir dette:  $U = \frac{1}{2} V Q = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q^2/C$

### Kap. 24: Oppsummering 2 Dielektrika og polarisering

- Dielektriske materialer:
- Elektrisk polarisering = dipoltetthet:  $P = \chi_e \cdot \epsilon_0 E$   
 – der  $\chi_e$  er elektrisk susceptibilitet.  
 – Relativ permittivitet  $\epsilon_r = \chi_e + 1$  (dielektrisitetskonstant)
- Elektrisk flukstetthetsvektor:  $D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_r \epsilon_0 E$  (forskyvningsvektor)
- Gauss' lov for fri ladning  $Q = Q_{tot} - Q_i$ :  

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad \text{eller} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon}$$
- Gauss' lov for induert ladning  $Q_i$ :  $\oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_i$
- Gauss' lov for totalladning  $Q_{tot}$ :  $\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{tot}$
- I alle tidligere formler kan  $\epsilon_0 E$  erstattes av  $\epsilon E$ , dvs.  $\epsilon_r \epsilon_0 E$
- Mer utfyllende i [Notat1: Dielektriske materialer.](#)