

## Kap 28: Magnetiske kilder

- Elektrostatikk:**  
 Ladning  $q$  påvirkes av kraft  $qE$  (Coulombs lov)  
 → Definisjon  $E$ -felt  
 $E$ -feltet skapes fra ladninger (Coulombs lov)
- Magnetostatikk:**  
 Ladning  $q$  i **bevegelse** påvirkes av kraft  $qv \times B$   
 → Definisjon  $B$ -felt (Lorentzkrafta)  
 $B$ -feltet skapes fra ladninger i **bevegelse** (Biot-Savarts lov)
- Hjelpelover:**  
 Elektrostatikk: Gauss' lov  
 Magnetostatikk: Amperes lov
- Magnetiske materialer**  
 Ferromagnetisk materiale. Magnetisering.  $M$ -vektor og  $H$ -vektor.

## Bevegelse av ladninger gir magnetfelt $B$

- Enkeltladning i bevegelse:  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$  **Enhetsvektor** (28.2)

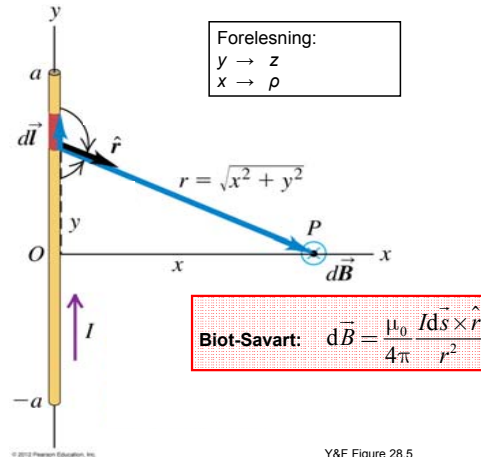
$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

- Strøm i leder: (Biot-Savarts lov)  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$  **Enhetsvektor**

1819-25: Vitenskapelig arbeid:  
 Hans Christian Ørsted, André Ampere,  
 Jean-Baptist Biot, Felix Savart,  
 Michael Faraday, Joseph Henry

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (28.6)$$

Eks. 1 (Y&F Kap. 28.3):  
 B-felt på midtnormal til rett leder



## Rottmann integraltabell (s. 137)

$$47) \int \frac{x}{X^{3/2}} dx = \frac{-1}{ac - b^2} \frac{bx + c}{\sqrt{X}} + C$$

$$48) \int \frac{dx}{X^{3/2}} = \frac{1}{ac - b^2} \frac{ax + b}{\sqrt{X}} + C$$

$$49) \int x(ax^2 + c)^{k+1/2} dx = \frac{1}{(2k+3)a} (ax^2 + c)^{k+3/2} + C, \quad k \neq -\frac{3}{2}$$

$$50) \int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2 + c}} = \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{c}} \ln C_1 \frac{\sqrt{c} + \sqrt{ax^2 + c}}{x}, & \text{for } c > 0, \\ \frac{-1}{\sqrt{-c}} \arcsin \sqrt{\frac{-c}{a} \frac{1}{|x|}} + C_2, & \text{for } c < 0 \text{ og } |x| \geq \sqrt{\frac{-c}{a}} \end{cases}$$

\*)  $X = ax^2 + 2bx + c$

$X = z^2 + \rho^2, \text{ dvs:}$

$x = z$   
 $a = 1$   
 $b = 0$   
 $c = \rho^2$

**Rett leder lengde  $2a$ :**

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{2a}{\rho} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \rho^2}} \hat{\phi} \quad (28.8)$$

Y&F Figure 28.5

**Nærme rett leder ( $a \gg \rho$ ):**

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho} \quad (28.9)$$

Y&F Fig. 28.6

**Felt rundt uendelig lang, rett leder:**

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho}, \quad \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

**Eksempler:**

- Under én kraftledning:  
 $I = 1 \text{ kA}, \rho = 100 \text{ m} \Rightarrow B = 2 \mu\text{T}$
- Nær f. eks. hårføner:  
 $I = 3 \text{ A}, \rho = 5 \text{ cm} \Rightarrow B = 12 \mu\text{T}$

Jordmagnetismen:  $B = 0,5 \text{ G} = 50 \mu\text{T}$  (statisk felt)

1) og 2) gjelder for enkeltledere:

For to ledere med motsatt strøm eller trefase blir  $B$ -feltet betydelig lavere.

**Statens strålevern**  
 Norwegian Radiation Protection Authority

**Eksempler på magnetfeltnivå ved høyspentledninger:**

Spenningsnivå (kilovolt)	Strømstyrke (Ampere)	Avstand i meter som gir 0,4 $\mu\text{T}$
22	150	15
22	200	18
66	200	20
66	300	25
132	300	35
132	400	40
300	450	60
300	650	70
420	800	85
420	1100	100

Tabellen viser eksempler på hvor langt fra nærmeste ledning magnetfeltet vil være nede i utredningsnivået 0,4  $\mu\text{T}$ . Eksempelene gjelder vanlig planoppheng og er satt opp ut fra typiske gjennomsnittsverdier på strømstyrke i ledninger med ulike spenningsnivå.

Fra: <http://www.nrpa.no/strom-og-hoyspent/>

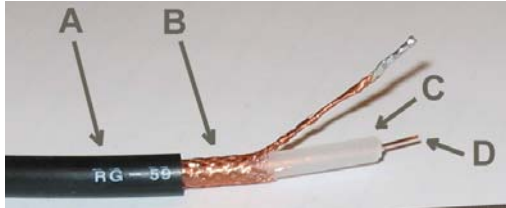
**Magnetfelt fra to parallelle ledere**  
 (Ex. 28.4 i Y&F)

For  $r \gg d$ :  
 $B$ -felt avtar med  $1/r^2$ ,  
 dvs. betydelig raskere enn for enkeltleder.

(Fig 28.7)

Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

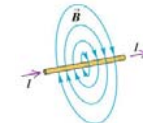
### Utenfor koaksialkabel er $B$ -feltet null!



Mer seinere, bl.a. regneoppgave i øving.

$B$ -felt rundt uendelig lang, rett leder:

$$B = \frac{1}{2\pi} \mu_0 \frac{I}{r}$$



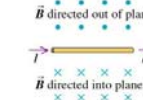
Retning: asimutalt ( $\varphi$ -retning)

$r$  = avstand fra ledere

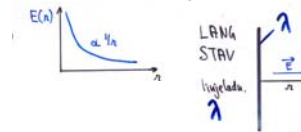
#### Sammenlikn med:

$E$ -felt rundt uendelig lang, ladd rett leder:

$$E = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$



Retning: radielt ( $r$ -retning)  
 $r$  = avstand fra ledere



### Kap 28: Magnetiske kilder

- **Elektrostatikk:**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\hat{r}}{r^2} \quad (\text{Coulombs lov})$$

- **Magnetostatikk:**

Enkeltladning: 
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (28.2)$$

Strøm i leder:

$$\vec{B} = \int_{\text{ledn.}} d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{ledn.}} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad (28.7) \text{ (Biot-Savart)}$$

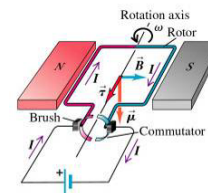
1819-25: Vitenskapelig arbeid:  
Hans Christian Ørsted, André Ampere, Jean-Baptist Biot, Felix Savart, Michael Faraday, Joseph Henry

- Eks. 1: Rett leder
- 28.4 Definisjon 1 ampere
- Eks. 2: Sirkulær sløyfe

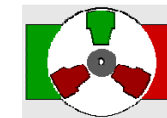
} I dag

- Amperes lov

### DC-motor, rekap.

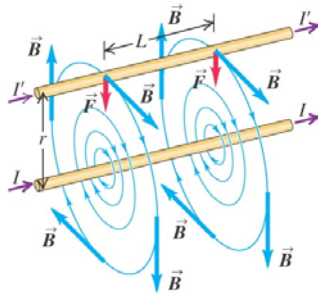


En strømsløyfe



Tre sett strømsløyfer. Jammere gange

28.4 Kraft mellom to parallelle ledere



$$F' = I_1 I_2 \mu_0 / (2\pi r)$$

Definisjon 1 A:

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ A} \cdot \mu_0 / (2\pi \cdot 1 \text{ m})$$

... er i praksis definisjon av  $\mu_0$ .

$$\mu_0 = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

Figure 28.9

Definisjon av 1 ampere  
(grunnenhet i SI-systemet)

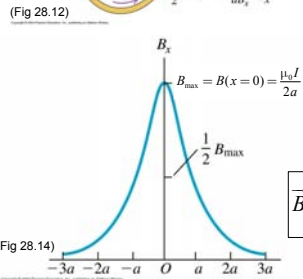
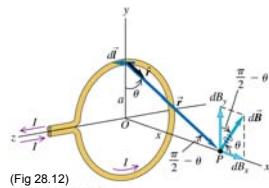
- En ampere er den konstante elektriske strømmen som frambringer en gjensidig lineær kraft på  $2 \cdot 10^{-7}$  newton per meter leder når strømmen går gjennom hver av to rettlinjete, parallelle, uendelige lange ledere med sirkulært og neglisjerbart lite tverrsnitt, og lederne er anbrakt i én meters innbyrdes avstand i tomt rom.

- Det er sju SI-grunneheter:

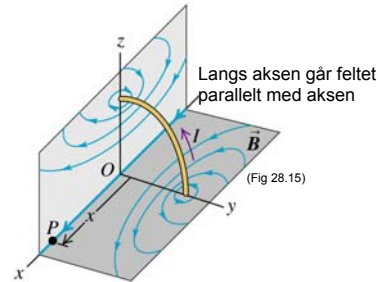
- meter - lengde
- kilogram - masse
- sekund - tid
- ampere - strømstyrke
- kelvin - temperatur
- mol - stoffmengde
- candela - lysstyrke

Alle andre enheter er avledet fra disse, for eksempel  
 $N = \text{kg m s}^{-2}$   
 $V = \text{J/C} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1}$   
 (se formelarket)

Eks. 2: Feltet på akse i en sirkulær strømsløyfe:  
(kap 28.5)



$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} \quad (28.15)$$

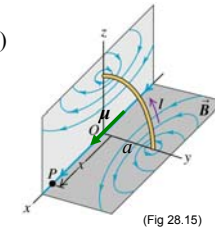


Rep fra forrige time:  
Eks. 2: Feltet på akse i en sirkulær strømsløyfe

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} \quad (28.15)$$

Langt unna  $x \gg a$ :  $\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3} \hat{i} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{x^3} \hat{i}$

sloyfas dipolmoment  $\mu = I\pi a^2$



Analogi:

Langt unna elektrisk dipol:  $E(x) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{x^3} \hat{i}$



Eks. 3: B-felt i sentrum av kvadratisk strømsløyfe

Rett leder lengde  $2a$ : 
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{2a}{\rho} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \rho^2}} \hat{\phi} \quad (28.8)$$

Nærme rett leder ( $a \gg \rho$ ): 
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho}, \quad (28.9)$$

### Amperes lov

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$  over lukka kurve, der  $I$  er totalstrøm innenfor kurva

Gjelder alle integrasjonsveger, men er nyttig kun i (sylinder)symmetriske konfigurasjoner. F. eks. rundt leder:  $B = \mu_0 I / 2\pi r$

Eks. 4: Solenoide (mange sirkulære strømsløyfer)

Eks:  
 $N=400$   $l=0,10\text{m}$   
 $I=5,0\text{A}$   
 $\Rightarrow$   
 $B = 25 \text{ mT}$

Reell  $B(x)$

Tilnærmet  $B(x)$

Ser bort fra randeffekter:  
 Inni:  $B = \mu_0 n I$   
 Utafor:  $B = 0$

$E$  i parallellplatekondensator  $B$  i solenoide

$E=0$  utenfor

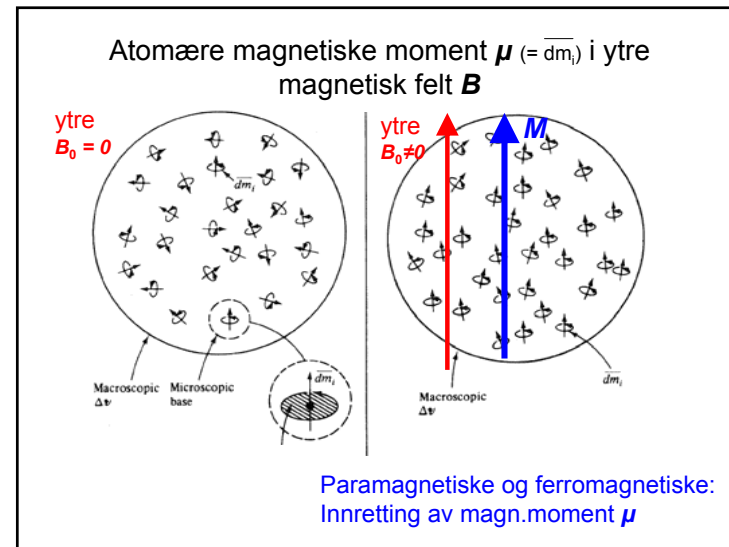
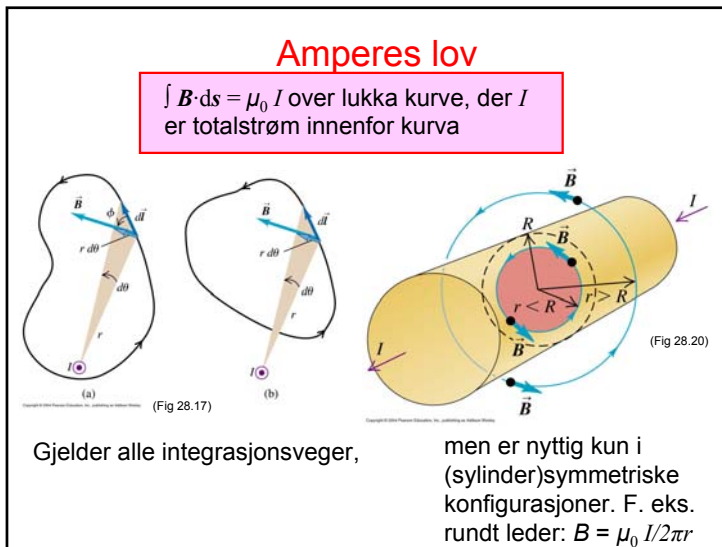
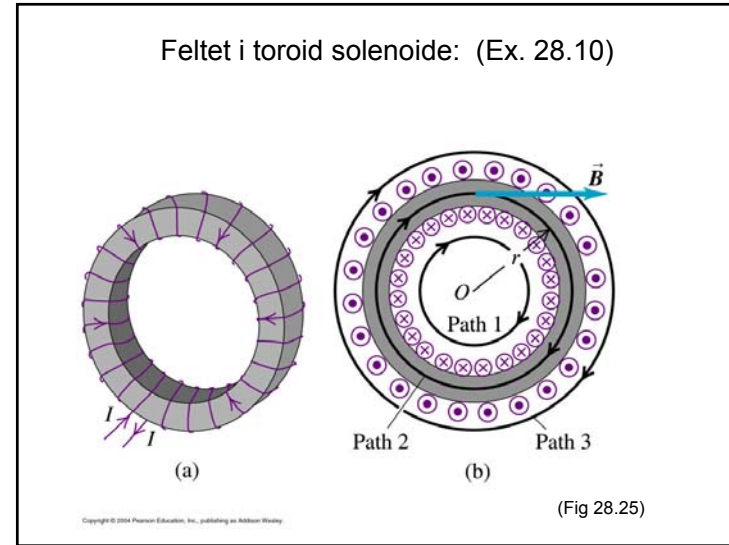
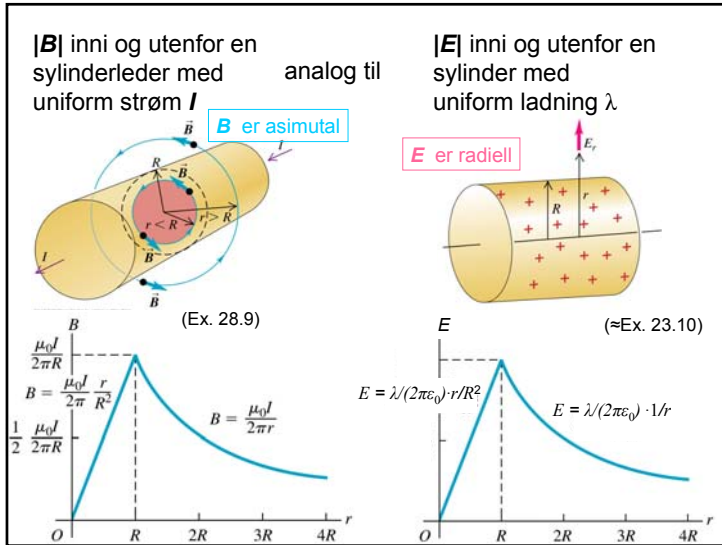
OK når  $d \ll \sqrt{A}$

$B=0$  utenfor

OK når  $2a \ll l$

Reelt

(Fig. 22.21a) (Fig 28.22)



**Hva vi lærte forrige time:**

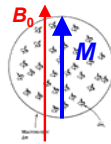
• Magnetisk feltstyrke:  $H = B/\mu_0$  (i tomrom)

• Magnetisering, definisjon:  $M = \sum \mu / \text{volum}$

• Magnetisering, eksperimentelt:  $M = \chi_m H$

• Totalt **B**-felt i magnetisk materiale:

$$\begin{aligned}
 B &= \mu_0 H + \mu_0 M \\
 &= \mu_0 H + \mu_0 \chi_m H \\
 &= \mu_0 \mu_r H, \quad \text{relativ permeabilitet: } \mu_r = \chi_m + 1
 \end{aligned}$$



• Amperes lov på ny, enkel form:

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \Rightarrow \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I$$

$$\text{curl } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \Rightarrow \text{curl } \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

**Tre typer magnetisk materiale:**

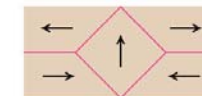
Type	Effekt	Årsak: Ytre $H_0$ .....
Dia- magnetisk	$B$ -felt ↓	induserer magn.mom. $\mu$ med $\mu \parallel (-H)$
Para- magnetisk	$B$ -felt ↑	innretter permanente $\mu$ med $\mu \parallel H$
Ferro- magnetisk	$B$ -felt ↑↑↑↑↑↑↑↑	innretter permanente $\mu$ med $\mu \parallel H$ <b>Mange</b>

**TABLE 9-1 REPRESENTATIVE VALUES FOR PERMEABILITY  $\mu_r$  FOR SEVERAL MATERIALS**

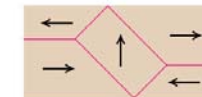
Material	Type	$\mu_r$
Bismuth	Diamagnetic	0.9999834
Silver	Diamagnetic	0.99998
Copper	Diamagnetic	0.999991
Vacuum	Nonmagnetic	1.00
Aluminum	Paramagnetic	1.00002
Nickel chloride	Paramagnetic	1.00004
Cobalt	Ferromagnetic	250
Nickel	Ferromagnetic	600
Mild steel	Ferromagnetic	2,000
Iron	Ferromagnetic	5,000
Mumetal	Ferromagnetic	100,000
Superalloy	Ferromagnetic	800,000

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

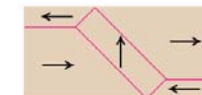
**Ferromagnetiske materialer**



(a) No field



(b) Weak field



(c) Stronger field

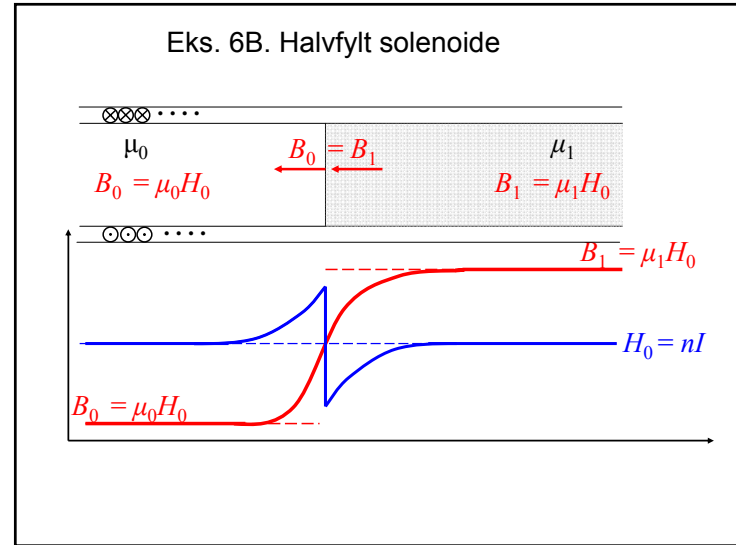
Domener med magn.moment  $\mu$  i samme retning som ytre  $B$  vil vokse i størrelse

(Fig 28.27)

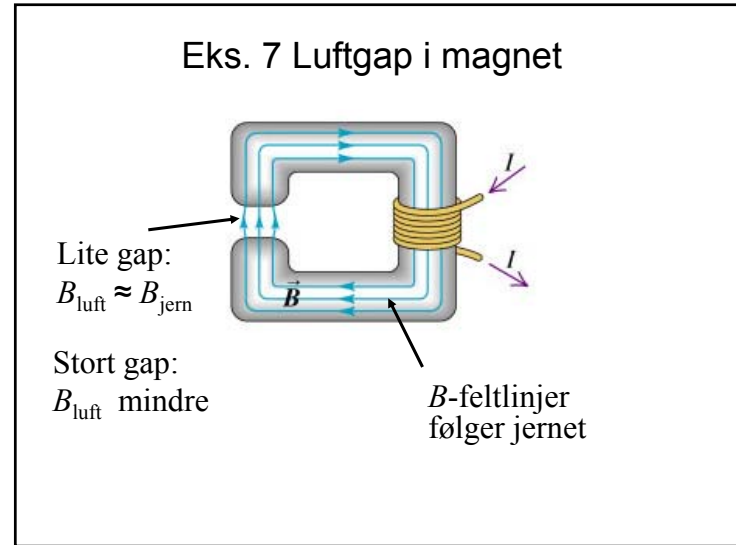
IUPAC Periodic Table of the Elements

The periodic table is color-coded by magnetic properties:

- Ferromagnetic (Blue):** Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Ru, Rh, Pd, Ag, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Pt, Au, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn.
- Diamagnetic (Green):** B, C, N, O, F, Ne, Si, P, S, Cl, Ar, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn.
- Paramagnetic (Orange):** Li, Na, K, Rb, Cs, Fr, Sc, Y, La, Ac, Ti, Zr, Hf, Rf, V, Nb, Ta, Db, Cr, Mo, W, Sg, Mn, Tc, Re, Bh, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Ru, Rh, Pd, Ag, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Pt, Au, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn.

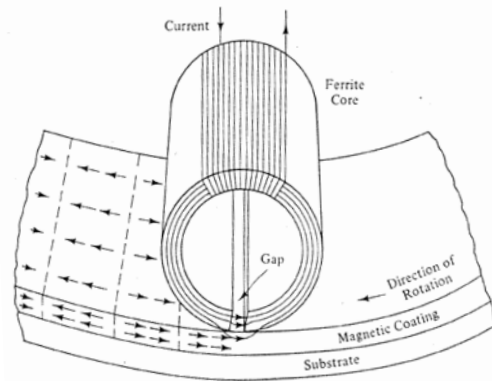


- Kontinuitetskrav over grenseflater (skille i  $\mu_r$ ):
  - 1)  $B_{\perp}$  kontinuerlig
  - 2)  $H_{\perp}$  diskontinuerlig (faktor  $\mu_r$ )
  - 3)  $H_{\parallel}$  kontinuerlig
  - 4)  $B_{\parallel}$  diskontinuerlig (faktor  $\mu_r$ )





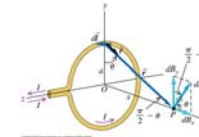
Magnetgap til bruk for å skrive på harddisk, video og lignende



## Kap. 28: Oppsummering: Kilde til magnetisk felt

- Bevegelse av ladninger er kilde for magnetfelt  $\vec{B}$
- Enkeltladning i bevegelse:  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$

- Strøm i leder:  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$



- Magnetfelt  $\vec{B}$  kan finnes ved integrasjon over leder fra Biot-Savarts lov
- eller ved bruk av:
- Amperes lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \qquad \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$$

der  $I$  er strøm innenfor den lukkede integrasjonsvegen.

$$\text{Differensialform: } \text{curl } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \qquad \text{curl } \vec{H} = \vec{J}$$

- Viktige anvendelser: Rett leder, solenoide, m.m.

## Kap. 28: Oppsummering: Magnetiske materialer

- Materialer kan magnetiseres:  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ 
  - Diamagnetiske:  $\chi_m$  liten, negativ
  - Paramagnetiske:  $\chi_m$  liten, positiv
  - Ferromagnetiske:  $\chi_m$  **stor** positiv
- Strømsløyfer skaper magnetisk feltstyrke  $\vec{H}$  og flukstetthet:
 
$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$
 .. altså avhengig av relativ permittivitet  $\mu_r$  og dermed av materialet.
- I alle tidligere formler kan vi erstatte  $\mu_0$  med  $\mu = \mu_0 \mu_r$
- Kontinuitetskrav over grenseflater (skille i  $\mu_r$ ):
 
$$B_{\perp} \text{ kontinuerlig} \quad B_{\parallel} \text{ diskontinuerlig}$$

$$H_{\perp} \text{ diskontinuerlig} \quad H_{\parallel} \text{ kontinuerlig}$$