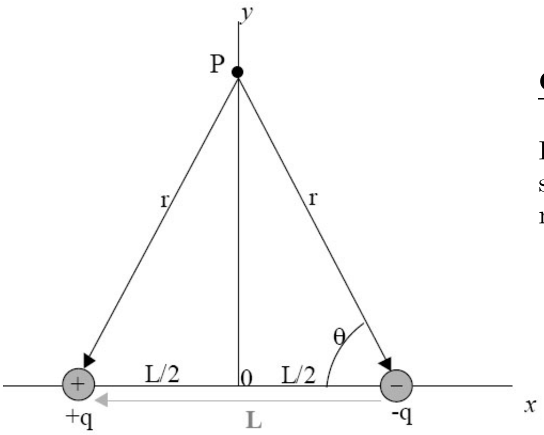
TFY4155/FY1003 Elektr. & magnetisme

Øving 2.

Elektrisk felt, fluks, Gauss' lov.

Veiledning: 23. og 24. jan. ifølge nettsider.
Innlevering: Onsdag 25. jan. kl. 14:00

Lever øvinger i bokser utenfor R1.



Oppgave 1. Elektrisk dipol.

Finn det elektriske feltet fra en elektrisk dipol i punktet P (se figur), som ligger langs midtlinja på dipolen. Uttrykk svaret ved dipolmomentet $\vec{p} = q\vec{L}$ og avstanden r.

Oppgave 2. Ladet stav.

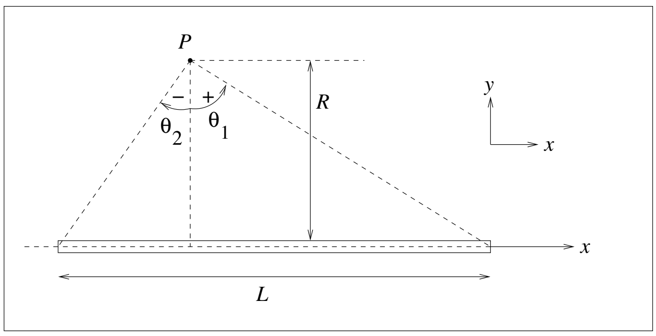
En tynn stav med lengde L har uniform ladning λ per lengdeenhet.

a) Hvor mye ladning dq er det på en liten lengde dx av staven? Hva er stavens totale ladning Q?

b) Vi legger staven på x-aksen, slik at punktet P har koordinater $(x, y) = (0, R)$. Vis at det elektriske feltet i P, dvs i avstand R fra staven, er gitt ved $\vec{E} = E_x\hat{x} + E_y\hat{y}$, med

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad (1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)\,. \qquad (2)$$



Her er θ_1 og θ_2 vinklene som dannes mellom linjene fra P til stavens endepunkter og normalen til staven gjennom P (dvs y-aksen), som vist i figuren. (Fortegnet til vinklene er som indikert i figuren, dvs θ er negativ når $x < 0$).

Tips 1: Feltet $d\vec{E}$ fra en liten bit dx av staven (i posisjon x) er $d\vec{E} = (\lambda\, dx/4\pi\varepsilon_0 r^2)\hat{r}$, der $\vec{r}$ er avstandsvektoren fra biten dx til punktet P. Prøv deretter å ende opp med θ som integrasjonsvariabel ved å finne en sammenheng mellom x og θ.

c) Bestem feltet når P er like langt fra stavens to ender. Hva blir $\vec{E}$ når P er langt unna staven (dvs $R \gg L$). NB: Her er vi ikke ute etter (det i og for seg korrekte) svaret $\vec{E} \simeq 0$ for $R \to \infty$, men derimot hvordan $\vec{E}$ avhenger av R "til ledende orden" for $R \gg L$. Er svaret som forventet?

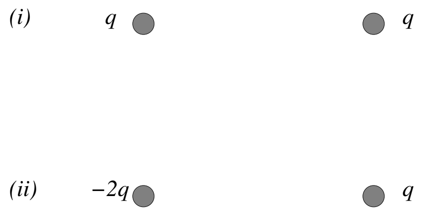
d) Hva blir det elektriske feltet i avstand R fra en uendelig lang uniformt ladet stav? (Dvs: $L \to \infty$)

Tips 2: I Ex. 21.11 i Young & Freedman beregnes feltet på midtaksen til staven, det samme er gjort i forelesning.

Oppgave 3. Feltlinjer.

I denne oppgaven vis skissene i hver av tilfellene både i “stor” og i “liten” målestokk, slik at de gir et kvalitativt bilde av feltet både nærme og svært langt unna.

a) Skisser elektriske feltlinjer for disse to systemene av punktladninger:



b) For staven i oppgave 2:

i) Skisser de elektriske feltlinjer i et plan normalt på staven gjennom dets midtpunkt.

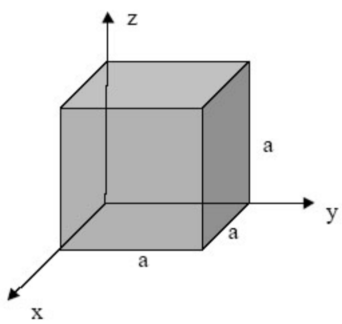
ii) Skisser de elektriske feltlinjer i et plan som inneholder staven.

Oppgave 4. Fluks.

I figuren er vist ei Gaussflate (lukka flate) S formet som en kube med sidekant a og ene hjørnet i origo. Flata er plassert i et område hvor det er en elektrisk feltstyrke $\vec{E}(x,y,z)$. Du skal i hvert tilfelle i) - iv) finne:

a) Total (netto) fluks Φ_E for $\vec{E}$, ut fra flata S og

b) total ladning Q innenfor S.



i) $\vec{E} = E_x\,\hat{\mathbf{i}} = C\,\hat{\mathbf{i}} = C\cdot[1,0,0]$
(uniformt og parallelt med x-aksen).

ii) $\vec{E} = E_x\,\hat{\mathbf{i}} = C\cdot x\,\hat{\mathbf{i}} = C\cdot[x,0,0]$
(parallelt med x-aksen og linært økende).

iii) $\vec{E} = E_x\,\hat{\mathbf{i}} = C\cdot x^2\,\hat{\mathbf{i}} = C\cdot[x^2,0,0]$
(parallelt med x-aksen og kvadratisk økende).

iv) $\vec{E} = E_x\,\hat{\mathbf{i}} + E_y\,\hat{\mathbf{j}} = C\cdot y\,\hat{\mathbf{i}} + C\cdot x\,\hat{\mathbf{j}} = C\cdot[y,x,0]$.
(i xy-planet og økende).

C er en konstant (ulik i hvert tilfelle), $\hat{\mathbf{i}}$ og $\hat{\mathbf{j}}$ er enhetsvektorer i x- og y-retning.

Utvalgte fasitsvar:
2c) $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$. 2d) $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$.
4a) iii) $C\,a^4$, iv) 0