

# Øving 7

## Dielektrika.

Veiledning: 27. og 28. feb. ifølge nettsider.

Innlevering: Onsdag 29. feb. kl. 14:00

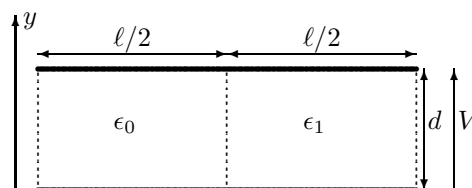
I denne øvingen bruker vi en del begreper som ikke står i boka, men som er blitt forelest og står i Notat1: "Dielektrikum og polarisasjon". Øvingen er svært viktig for å lære å forstå egenskapene til et dielektrikum.

### Oppgave 1. Kondensator med luft og dielektrikum i parallell.

En parallellplatekondensator er satt sammen av to lederplater i avstand  $d$  og med areal  $A = \ell^2$ . Du kan anta at arealet er stort ift.  $d$  slik at du kan se bort fra randeffekter og anvende resultater utledet for uendelig store plater.

Som figuren viser består rommet mellom lederplatene halvparten av luft med permittivitet  $\epsilon_0$  og halvparten av et dielektrikum med permittivitet  $\epsilon_1$ . Lederplatene er koplet til en spenningskilde slik at det elektriske potensial mellom platene er lik  $V$  (øvre plate høyest potensial).

Oppgitte verdier:  $V = 100 \text{ V}$   
 $A = 10,00 \text{ cm}^2$   
 $d = 2,00 \text{ mm}$   
 $\epsilon_1 = \epsilon_{r1} \cdot \epsilon_0 = 5,00 \cdot \epsilon_0$



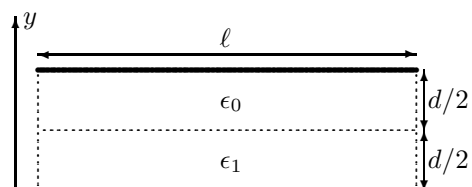
- Finne det elektriske feltet  $\vec{E}_0$  og  $\vec{E}_1$  i luft og i dielektrikumet. Skisser de elektriske feltlinjer gjennom kondensatoren.
- Finne den elektriske flukstetthet  $\vec{D}_0$  og  $\vec{D}_1$  i de to mediene. Skisser feltlinjer for  $\vec{D}$ .
- Finne den elektriske polariseringen  $\vec{P}_0$  og  $\vec{P}_1$  i de to mediene. Skisser feltlinjer.
- Finne overflateladningstettheten av fri ladninger ( $\sigma$ ), totalladning ( $\sigma_t$ ) og induerte ladninger ( $\sigma_i$ ) ved alle grenseflater.
- Finne den totale kapasitansen til kondensatoren. Vis herunder at formelen for parallellkopling av to kondensatorer gir samme resultat som definisjonen  $C = Q/V$  der  $Q$  er total ladning på hver plate.

TIPS TIL OPPGAVEN:  $|V| = E \cdot d = \text{konstant}$  mellom platene. Feltlinjer for  $\vec{D}$  løper mellom frie ladninger, feltlinjer for  $\vec{E}$  mellom totalladninger, feltlinjer for  $\vec{P}$  mellom induerte ladninger.

### Oppgave 2. Kondensator med luft og dielektrikum i serie.

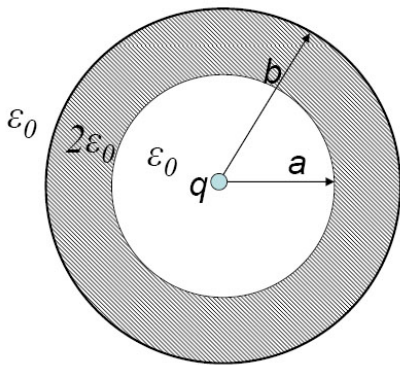
Gjør samme øvelsen som i Oppgave 1 for en kondensator som er delt motsatt vei, slik figuren viser. Tallverdier som ovenfor.

- Det viktigste for forståelsen er å tegne opp feltlinjer i figurer, så hvis du får dårlig tid kan du prioritere dette og utsette beregningen av størrelsene.
- Det er lurt å beregne i rekkefølgen  $D$ ,  $E$  og  $P$ , dvs. b) a) c).
- I pkt. e) vis at formelen for seriekopling av to kondensatorer gir samme resultat som definisjonen  $C = Q/V$ .



(forts. neste side)

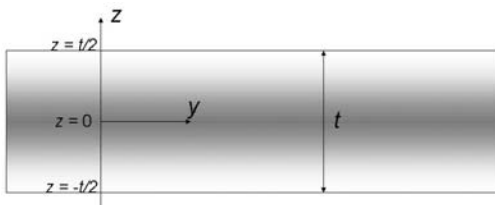
### Oppgave 3. Dielektrikum som kuleskall.



Et elektrisk nøytralt dielektrikum med permittivitet  $\epsilon = 2\epsilon_0$  fyller et kuleskall med indre radius  $a$  og ytre radius  $b$ . I sentrum av hulrommet inni kuleskallet er det plassert en punktladning  $q$ . Rommet forøvrig består av luft (vakuum).

- Bestem den elektriske flukstettheten  $\vec{D}$  (i hele rommet).
- Bestem den elektriske feltstyrken  $\vec{E}$  (i hele rommet). Skisser  $E(r)$  som funksjon av avstanden fra punktladningen.
- Hva blir tettheten av induert flateladning på innsida,  $\sigma_i(a)$ , og på utsida,  $\sigma_i(b)$ , av dielektrikumet?

### Oppgave 4. Dielektrisk plate.



Figuren viser tverrsnitt av ei dielektrisk (elektrisk isolerende) plate med permittivitet  $\epsilon$ , total tykkelse  $t$  i  $z$ -retningen og uendelig utstrekning i  $x$ - og  $y$ -retningene. Plata har romladningstetthet gitt ved

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot \cos\left(\pi \frac{z}{t}\right),$$

der  $z$  er avstanden fra midtplanet i plata og  $\rho_0$  er en konstant. Ladningstettheten er forsøkt visualisert med skravering. Plata er omgitt av luft med permittivitet  $\epsilon_0$ .

- Beregn den elektriske feltstyrken  $\vec{E}$  utenfor og inne i den dielektriske plata. Begrunn fremgangsmåten. TIPS: Vær oppmerksom på forskjell i permittivitet inne i plata og utenfor. I Gauss' lov må permittiviteten for materialet på Gaussflata brukes.
- Lag en skisse av  $|\vec{E}|$  som funksjon av  $z$ .
- Beregn det elektriske potensialet  $V$  utenfor og inne i plata. Velg nullreferansen for det elektriske potensialet midt inne i plata ( $z = 0$ ).
- Lag en skisse av  $V(z)$  som funksjon av  $z$ .

Utvalgte fasitsvar:

- 1a) 50,0 kV/m ; 1b) 0,443  $\mu\text{C}/\text{m}^2$ , 2,22  $\mu\text{C}/\text{m}^2$  ; 1c) 0, 1,77  $\mu\text{C}/\text{m}^2$  ; 1e) 13,3 pF.  
 2a) 83,3 kV/m, 16,7 kV/m ; 2b) 0,738  $\mu\text{C}/\text{m}^2$  ; 2c) 0, 0,590  $\mu\text{C}/\text{m}^2$  ; 2e) 7,38 pF.  
 3c)  $-q/8\pi a^2$ ,  $q/8\pi b^2$ .

4a) inni:  $\vec{E}(z) = \frac{\rho_0 t}{\pi \epsilon} \sin\left(\pi \frac{z}{t}\right) \hat{\mathbf{k}}$  ; 3c) utenfor:  $V(z) = \frac{\rho_0 t^2}{\pi} \left(\frac{1}{2\epsilon_0} - \frac{1}{\pi \epsilon}\right) - \frac{\rho_0 t}{\pi \epsilon_0} |z|$ .