



### El.mag. er grunnlag for:

- Kretselementer (motstand, kondensator, spole, diode, transistor)
- Kretsteknikk
- Elkraftforsyning: Generatorer og overføring
- Motorer
- Elek. apparater / elektronikk / datamaskiner
- El.magn. stråling, eks. lys-, radio- og  $\mu$ bølger
- Telekommunikasjon
- Magnetisk materiale
- Atom. Kjemiske bindinger.
- Atmosfæriske forhold
- m.m.m.

### **Fire fundamentale krefter i naturen:** (sortert ut lengde etter Newton):

1. **Gravitasjonskraft** – tiltrekning mellom masser
2. **Elektromagnetisk kraft** – frastøtning/ tiltrekning mellom like/ulike elektriske ladninger
3. Sterk kjernekraft – kraft mellom subatomære partikler
4. Svak kjernekraft – kraft mellom subatomære partikler under spesielle radioaktive prosesser.



## Pensum

Pensumliste på emnets nettsider:

<http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4155>

(lenke fra It's learning)

1. Forelesninger (95% dekket i Young & Freedman)
2. Fem ekstra notatark (utover læreboka).
3. Regneøvinger.
4. Laboratorieoppgaver.

## 13 regneøvinger (minst 8 må godkjennes)

- Veiledning i grupperom i Realfagbygget.
- Innlevering i bokser utenfor Aud-R1.
- Løsningsforslag (ingen gjennomgåing).
- Godkjenningsskjermer på nettet.
  
- Nettside:  
• [home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4155/ovinger](http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4155/ovinger)

## Laboratoriekurs (obligatorisk):

- Følg med på labens nettsider
  - Første grupper starter 4. februar
  - Påmelding på nettsidene 14.-18. jan.
  - Lab.hefte i salg på instituttadministrasjonen

<http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4155>

## Bruk av matematikk:

- Vektorregning. Vektor:  $F$  eller  $\vec{F}$
- Integrasjon
- Differensiallikninger
- Nabla-operator  $\vec{\nabla}$
  
- Kort repetisjon fra matematikken dersom behov.

## Kap. 21 Elektrisk ladning og felt

### Vi skal se på:

- Elektrisk ladning  $Q$
- Coulombs lov
- Superposisjonsprinsippet
- Elektrisk felt og feltlinjer  $E$
- Elektrisk dipol.

## Elektrisk ladning

### Observasjoner:

1. Gnidning skaper elektrisitet: 700 f.Kr.  
raν = ηλεκτρον = elektron
2. Elektrisk ladning = skalar (+ / -)  
Benjamin Franklin 1700-tallet
3. Totalladning i isolert system konstant
4. Ladning overføres ved kontakt eller gnist
5. 1785: Coulombs lov  $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$   
 Kraftvirkning.  
 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$   
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$
6. Elektriske ladninger er kvantiserte. Millikan 1909
7. Superposisjonsprinsippet.
8. **Maxwells likninger.** James Clerk Maxwell samlet **elektromagnetismen** i 1873

## Gravitasjon

- Newtons gravitasjon har samme likningsform som Coulombs lov:

• Coulomb:  $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$   $q_1 q_2 > 0$  : frastøtende  
 $q_1 q_2 < 0$  : tiltrekkende

• Newton:  $\vec{F} = G \frac{-m_1 m_2}{r^2} \cdot \hat{r}$   $-m_1 m_2 < 0$  :  
alltid tiltrekkende

## Coulombs lov i ulike enhetssystemer

SI:  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$

cgs (Gauss):  $\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$

HL (Heaviside-Lorenz):  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$

### Oppgave: Hvor stor er 1 coulomb ?

- Du og din kamerat/venninn holder hver ei kule med ladning +1,0 C. Dere beveger dere mot hverandre fra uendelig i et ellers elektrisk nøytralt rom.
- Hvor nærme kan dere komme hverandre?  
Anta dere greier å trykke med kraft  $F = 500 \text{ N}$  hver.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

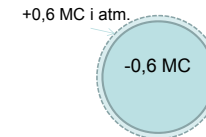
$$r = \sqrt{k \frac{q_1 q_2}{F}} = \sqrt{9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{1,0\text{C} \cdot 1,0\text{C}}{500\text{N}}}$$

$$= 4,24 \text{ km} = \underline{4,2 \text{ km}}$$

r	F
4,2 km	500 N
1 km	9 kN (ca 1 tonn)
10 m	90000 kN

### Størrelser for frie ladninger

- "Laboratorie" størrelser:  $\mu\text{C}$  og  $\text{nC}$
- van der Waal-kula:  $Q = 1,0 \mu\text{C}$  ved 100 kV
- Store ladninger:
  - Tordenskyer: 0,1 kC
  - Jordkloden: -0,6 MC



- Batterier:  $\sim 1 \text{ Ah} = 1 \text{ C/s} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \text{ kC}$  (kjemisk lagra!)

### Måltall og enheter

- $s = 3,0 \text{ m}$
- $s$  = fysisk størrelse
- 3,0 = måltall:  $\{s\} = 3,0$
- m = enhet (dimensjon):  $[s] = \text{m}$
- OBS: Fysisk størrelse i *kursiv (italic)*, enhet opprettet (roman)  
(I skikkelig teknisk litteratur, vanskeligere i håndskrift.)
- Eksempler fra elmagen:
  - $q = 3,4 \text{ C}$
  - $I = 2,5 \text{ A}$
  - $V = 30 \text{ V}$  ( $V$  = symbol for spenning,  $V$  = volt)  $[V] = \text{V}$
  - $C = 30 \text{ nF} = 30 \text{ nC/V}$   
( $C$  = symbol for kapasitans,  $C$  = coulomb)

### Dekadiske prefikser, mest vanlige:

- $10^9 = \text{G} = \text{giga}$
- $10^6 = \text{M} = \text{mega}$
- $10^3 = \text{k} = \text{kilo}$
- $10^0 = 1$
- $10^{-3} = \text{m} = \text{milli}$
- $10^{-6} = \mu = \text{mikro}$
- $10^{-9} = \text{n} = \text{nano}$
- $10^{-12} = \text{p} = \text{piko}$

Flere i Angell og Lian

Størrelsesforhold:

Kjerne og elektron:      Daglige dimensjoner:

Elektronbaneradius:  $10^{-10}$  m

Kjernerdiam.:  $10^{-15}$  m

5 km !!

5 cm

Kjerne og elektron:

Elektrisk kraft mellom kjerne og elektron:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{e \cdot e}{r^2} = 20 \text{ nN}$$

Dette er  $10^{20}$  ganger elektronets vekt!

Stor kraft på elektronet!

## Superposisjonsprinsippet

- Kraft fra flere ladninger kan summeres til totalkraft:
- $\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}_{01} + \mathbf{F}_{02}$

## Kap. 21. Elektrisk ladning og felt

- Elektrisk ladning,  $q, Q$ . + eller - Enhet coulomb, C.
- Coulombs lov:  $\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r}$
- Superposisjonsprinsippet:  $\vec{F}_0 = k q_0 \sum_n \frac{q_n}{r_{0n}^2} \hat{r}_{0n}$
- uendelig mange små ladninger  $dq$ :  $\vec{F}_0 = k q_0 \int_{\text{tot. laddn.}} \frac{dq}{r^2} \cdot \hat{r}$   
(mer under elek. felt)

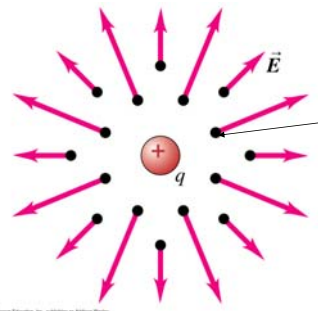
Elektrisk felt  $\mathbf{E}$  og feltlinjer

superposisjonsprinsippet  
=> Integrasjonsmetoder

} I dag

- Dipoler

Et ladet legeme lager et elektrisk felt i alle punkter i rommet!



Def:  $\vec{E}(x,y,z) = \vec{F}/q_0$   
 Vektorfelt:  
 $\vec{E}(x,y,z) = [E_x(x,y,z), E_y(x,y,z), E_z(x,y,z)]$

Rundt punktladning:  $\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r}$  (21.7) = (Coul)  
 =>  $E$  UT fra pos. ladning og INN mot neg. ladning.

Hvor stort felt rundt 1 coulombs kule?

### Oppgave:

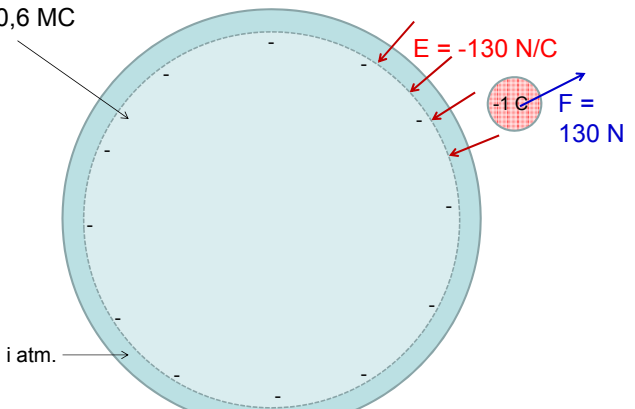
#### Hvor stor er 1 coulomb ?

- Du og din kamerat/vennine holder hver ei kule med ladning +1,0 C. Dere beveger dere mot hverandre fra uendelig i et ellers elektrisk nøytralt rom
- a) Hvor nærme kan dere komme hverandre?  
Anta dere kan trykke med  $F = 500$  N hver.
- b) Hvor stort er det elektriske feltet i avstand 4,2 km?

Enklest fra definisjon:  
 $E = F/q = 500 \text{ N} / 1 \text{ C} = 500 \text{ N/C}$   
 Fra formel (21.7):  
 $E = k q / r^2 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot 1,0 \text{ C} / (4,24 \text{ km})^2 = 500 \text{ N/C}$

Overslag ved  $E = 3,0 \text{ MN/C} = 30 \text{ kV/cm}$

### E-felt rundt jordkloden (Y&F Ex. 22.13)



$Q = -0,6 \text{ MC}$

$E = -130 \text{ N/C}$

$F = 130 \text{ N}$

$-1 \text{ C}$

$+0,6 \text{ MC}$  i atm.

### Kap. 21. Elektrisk ladning og felt

- Elektrisk ladning,  $q, Q$ . + eller - Enhet coulomb, C.
- Coulombs lov:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = k \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r}$  (21.7)
- Superposisjonsprinsippet:  $\vec{E} = k \sum_n \frac{q_n}{r_{0n}^2} \hat{r}_{0n}$  (21.7B)

uendelig mange små ladninger  $dq$ :  $\vec{E} = k \int_{\text{tot.ladn.}} \frac{dq}{r^2} \cdot \hat{r}$  (21.7C)

Eksempler:

1) $+q +q$	} Sum: (21.7B)
2) $-q +q$ (dipol)	
3) Linjeladning	} Integrasjon: (21.7C)
4) Tynn ring	
5) Flateladninger	

Eks. 3 Linjeladning. = Y&F, Ex. 21.10 (mer i Øving 2)

**Løsning:**  $E_y = k \frac{\lambda}{y} \frac{2L}{\sqrt{L^2 + y^2}}$

**Grensetilfeller:**

$y \gg L \Rightarrow E_y = k \frac{2L\lambda}{y^2} = k \frac{Q}{y^2}$   
(staven som et punkt)

$y \ll L \Rightarrow E_y = k \frac{2\lambda}{y}$   
(nærme)

**OBS:**  
Y&F motsatt aksesystem x-y

### Integrasjonsmetoder i fysikken:

1. Infinitesimale størrelser ( $dq$ ) brukes i formler som gjelder punkter.
  - Utnytt symmetri
2. Setter sammen med sup.pos.prinsippet, der  $\sum \rightarrow \int$
3. Vanlige integrasjonsregler og derivasjonsregler, f.eks. substitusjon.

Eks. 4: Ladet ring.  
= Y&F: Ex. 21.9 (fig. 21.23)

**Løsning:**  $E_x = k Q x / r^3$  (21.8)

**Grensetilfelle:**  
 $x \gg a \Rightarrow r \approx x$   
 $\Rightarrow E_x = k Q / r^2$   
(ringen  $\approx$  punkt)

Eks. 5: Ladet sirkulær plate.  
= Y&F: Ex. 21.11 (fig. 21.25)

= sum av mange tynne ringer =  $\int dE_x$ , med  $dE_x$  fra forrige eksempel  
 $E_x = k Q x / r^3$   
 $\rightarrow dE_x = k dQ x / s^3$

**Løsning:**  $E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/x)^2}} \right]$  (21.11)

med  $\sigma = Q/\pi R^2$

**Grensetilfeller:**  
 $x \gg R \Rightarrow$  skiva  $\approx$  punkt  
 $x \ll R \Rightarrow E_x = \sigma/2\epsilon_0$

Viktig approksimasjon:

$$(1+x)^n \approx 1+nx \text{ når } x \ll 1$$

For spesielt interesserte:

Støvnings notat om rekkeutvikling:

[web.phys.ntnu.no/~stovng/TFY4155\\_2009/rekkeutvikling.pdf](http://web.phys.ntnu.no/~stovng/TFY4155_2009/rekkeutvikling.pdf)

Eksempler:

$$(1+x)^2 \approx 1+2x \text{ [ } +x^2 \text{ ]}$$

$$(1+x)^3 \approx 1+3x \text{ [ } +3x^2 + x^3 \text{ ]}$$

$$(1+x)^{-1} \approx 1-x$$

$$\sqrt{1+x} = (1+x)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x$$

$$(1+1/x)^{-1} \approx 1 - 1/x \text{ når } x \gg 1$$

$$(1+(R/x)^2)^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2} (R/x)^2 \text{ for } x \gg R, \text{ dvs. } R/x \ll 1$$

### Eks. 5: Ladet sirkulær plate.

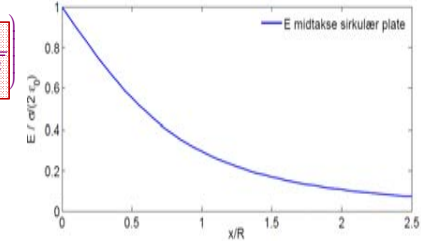
= Y&F: Ex. 21.11 (fig. 21.25)

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/x)^2}} \right)$$

Grensetilfeller:

$x \gg R \Rightarrow$  skiva  $\approx$  punkt

$x \ll R \Rightarrow E_x = \sigma/2\epsilon_0$



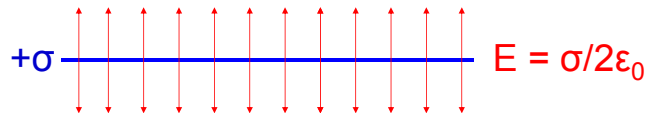
Langt unna:  $x \gg R$ , dvs.  $R/x \ll 1$ :

$$(1+(R/x)^2)^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2} (R/x)^2$$

Nærme:  $x \ll R$ , dvs.  $x/R \ll 1$ :

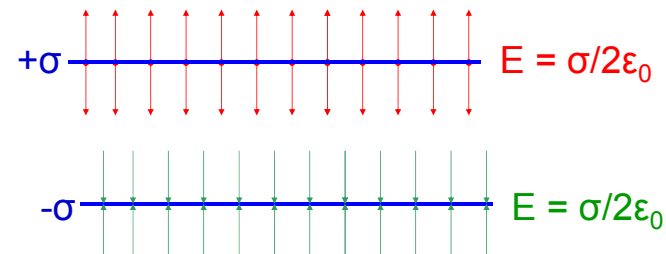
$$(1+(R/x)^2)^{-1/2} = x/R (1+(x/R)^2)^{-1/2} \approx x/R (1 - \frac{1}{2} (x/R)^2) \approx x/R$$

### Eks 6: Nærme en flateladning



### Eks 7: To parallelle plater

= Y&F: Ex. 21.12

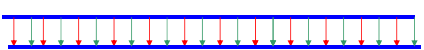




(nærme)

Eks 7: To parallelle plater  
(eller: uendelig store)

$+σ$



$-σ$

$E = σ/ε_0$

Resultat: E-felt kun mellom platene

### Randeffekter for ikke nærme plater

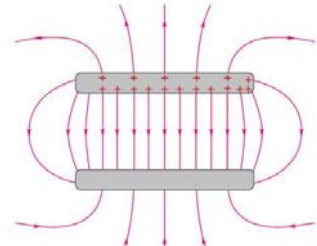
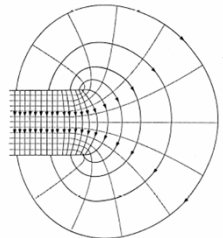
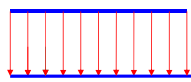


Fig. 22.21 a

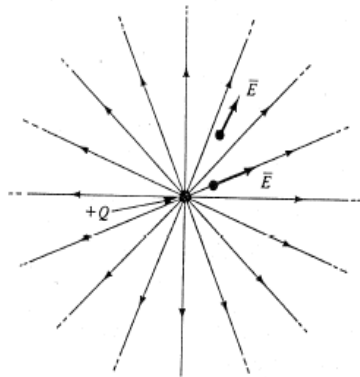


(mer detaljert)



idealisert

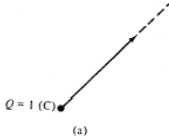
### Visualisering elektrisk felt:



med feltlinjer

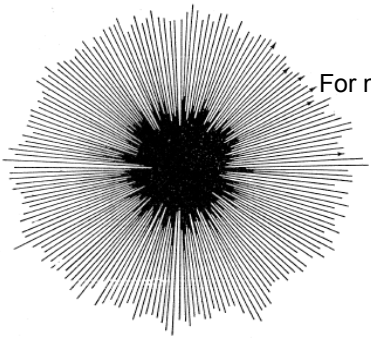
### Velg et høvelig antall feltlinjer !

For få



$Q = 1 \text{ (C)}$   
(a)

For mange



(b)

*E*-feltet kan finnes ved hjelp av feltlinjer:

+ = ?

*E*-feltet kan finnes ved hjelp av feltlinjer:

OBS:  
*E* fra + til - ladning.  
 Dipolmoment *p* fra - til + ladning.

Annet eksempel på *E*-feltet ved hjelp av feltlinjer:

### Kap. 21. Elektrisk ladning og felt

Elektrisk ladning, *q*, *Q*. + eller - Enhet coulomb, C.

Coulombs lov:  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$

Superpos.prinsippet:  $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_n \frac{q_n q_0}{r_{0n}^2} \hat{r}_{0n}$  kont. ladn.fordeling  $\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{ladning}} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$

Elektrisk felt:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$   
def punktledning

Diverse eksempler, bl.a.: Elektrisk dipol med dipolmoment  $\mathbf{p} = q \mathbf{a}$ .

*E* visualiseres ved **elektriske feltlinjer**, der *E* er tangent til feltlinjene.

Ladningstetthet:

	Symbol:	Infinitesimal ladt:	} $\vec{E} = k \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$
Brukes kap 22	Rom- $\rho$ (C/m <sup>3</sup> )	$dq = \rho dV$	
Brukt kap 21	Flate- $\sigma$ (C/m <sup>2</sup> )	$dq = \sigma dA$	
	Linje- $\lambda$ (C/m)	$dq = \lambda d\ell$	

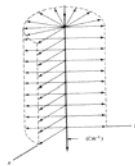
## Kap. 21. Elektrisk ladning og felt

Viktige eksempler  $\vec{E}$ :

Rundt punktladning:  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$



Nærme lang stav:  $\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \hat{r}$



Nærme stor plate:  $\vec{E} = \frac{1}{2\epsilon_0} \sigma \hat{n}$

