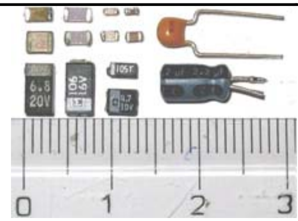
# Kap. 24
# Kapasitans og dielektrika

- Grunnleggende forståelse for
  - HVA en kondensator er,
  - HVORFOR den virker som den gjør,
  - hvilke BEGRENSINGER den har og
  - hvorfor et DIELEKTRIKUM er påkrevd i en kondensator.
- Kapasitans
- Energi i kondensatorer og ladningssamlinger generelt
- Beskrive et dielektrikum:
  - polarisering ***P***,
  - elektrisk flukstetthet ***D,***
  - relativ permittivitet $\varepsilon_r$
  - Gauss' lov for dielektrika.

---

Små kondensatorer



og store kon-den-sa-torer..

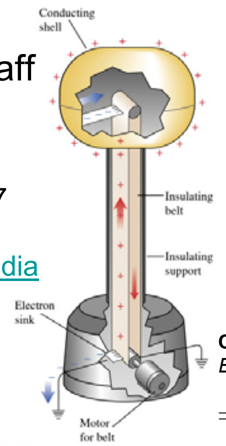
Fra Wikipedia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor](http://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor)

---

## Van de Graaff generator

Y&F fig 22.27

Se også [Wikipedia](Wikipedia)





| Oppgitt overslagsspenning | |
|---|---|
| kV | ved cm |
| 30 | 1 |
| 55 | 2 |
| 80 | 3 |
| 100 | 4 |
| 125 | 5,5 |

**Coronautladning** ved $E_{max}$ = 30 kV/cm på overflata

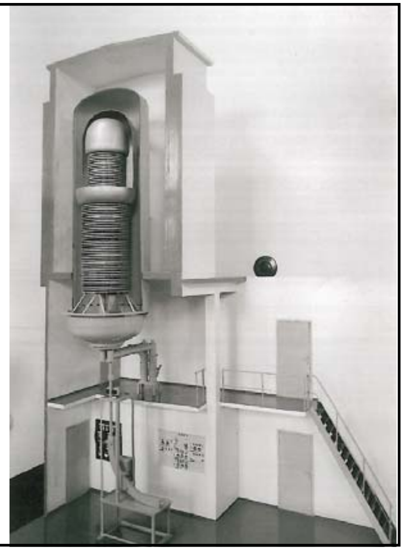
$\Rightarrow V_{max} = E_{max} R = 300$ kV

$\Rightarrow Q_{max} = V_{max} C = 3{,}3$ μC

---

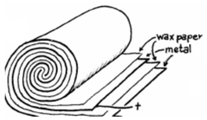
Van de Graaff-generator i Gamle fysikk, 1952

Forskning i kjernefysikk.
Opptil 2000 kV
Kulediameter ca 60 cm
høytrykkskammer rundt

# Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- Kondensatorer = to ledere som kan lagre ladning
- Kapasitans: $C = Q/V$ (enhet F = farad)
  der $V = V_2 - V_1$ for to ledere (Type A)
  eller $V = V - V_\infty$ for enkeltleder (Type B)
- Eks. 1: Enkeltkule: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$
- Eks. 2: Parallellplatekondensator $C = \varepsilon_0 A/d$



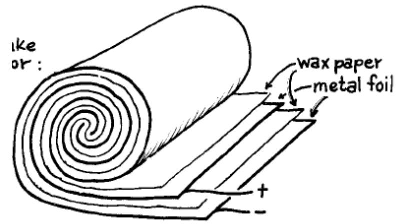

- Eks. 3: Kulekondensator

$C = 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a /(r_b - r_a)$
$\rightarrow 4\pi\varepsilon_0\, r_a$ når $r_b \rightarrow \infty$

- Eks. 4: Sylinderkondensator (koakskabel)
- Parallellkopling: $C = \Sigma\, C_i$ ; seriekopling: $1/C = \Sigma\, 1/C_i$
- Uttrykk for energi i kondensatorer
- Uttrykk for energi i ladningssamling
- Dielektriske materialer: Elektrisk polarisering ***P***
- Elektrisk flukstetthetsvektor: ***D***
- Gauss' lov for dielektrika.

## Parallellplatekondensator

$C = \varepsilon_0\, A/d$

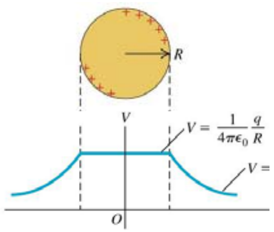



Hvor stort areal for 1F – kondensator hvis $d = 0{,}1$ mm ?

$A = C\ d/\varepsilon_0 = 1\ \text{F} \cdot 0{,}1\ \text{mm} / 9 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m} = 11\ \text{km}^2$ !!

Eks. 1: Enkeltkule (ladning $q$)

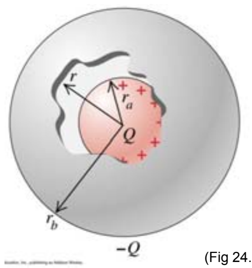
Type B




$C = 4\pi\varepsilon_0 R$

Eks. 3: Kulekondensator

Type A = to kuleskall med ladning $+Q$ og $-Q$
=Ex. 24.3



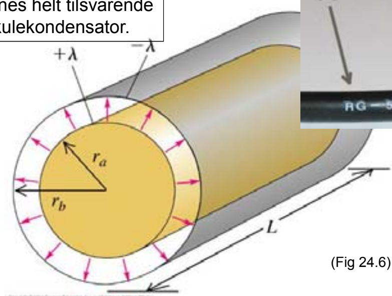

(Fig 24.5)

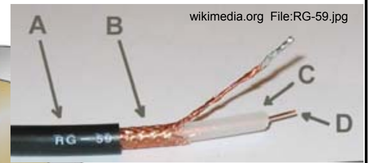
$C = 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a /(r_b - r_a)$
$\rightarrow 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a / r_b$
$= 4\pi\varepsilon_0\, r_a$ når $r_b \rightarrow \infty$

Eks. 4: **Sylinderkondensator** = Y&F Ex. 24.4

Type A = to sylinderskall med ladning $+\lambda$ og $-\lambda$ (C/m)
= koaksialkabel

Utregnes helt tilsvarende som kulekondensator.




(Fig 24.6)

1) Finn $E_r$
2) integrer og finn $V(r)$ (Metode 2) (≈ Eks 9 Kap 23)
3) finn kapasitansen $C = Q/V_{ab}$

Metode 1:
$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$
$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$

Metode 2:
$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$

## Uttrykk kapasitans

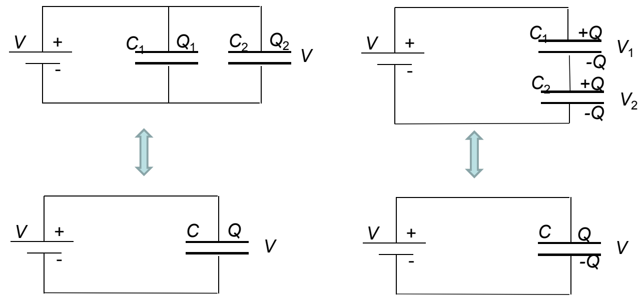
$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot \underbrace{(\text{geometrifaktor})}_{\text{enhet: meter}}$

korreksjonsfaktor i dielektrika (anna enn luft)

- Koaksialkondensator: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \, (2\pi / \ln(r_a/r_b)) \cdot l$
- Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot A/d$
- Kulekondensator: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot 4\pi \cdot r_b r_a / (r_b - r_a)$
  $\rightarrow \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot 4\pi \cdot r_a$ når $r_b \rightarrow \infty$

## Kondensatorer:

i parallell i serie




$Q = Q_1 + Q_2$
$CV = C_1V + C_2V$
$V$ lik for alle =>
$\boxed{C = C_1 + C_2 = \Sigma\, C_i}$

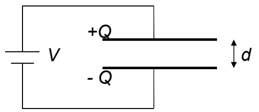
$V = V_1 + V_2$
$Q/C = Q/C_1 + Q/C_2$
$Q$ lik for alle =>
$\boxed{1/C = 1/C_1 + 1/C_2 = \Sigma\, 1/C_i}$

$\boxed{\text{2 kond: } C = C_1C_2/(C_1+C_2)}$

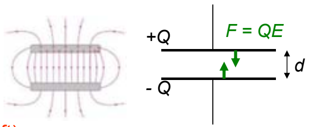
## Øking av avstand $d$ i platekondensator:

=> $C = \varepsilon_0 A/d$ avtar

1. Tilkopla batteri:
   **$V$ konstant**
   $Q = CV$ avtar
   $E$ avtar
   $U = ½\, QV$ avtar
   (gis til batteriet)




2. Frakopla batteri:
   **$Q$ konstant**
   $V = Q/C$ øker
   $E$ konstant
   $U = ½\, QV$ øker
   (tilføres fra ytre kraft)




**Beregning fra arbeid:** $\Delta U = F\,\Delta d = QE\,\Delta d$

## Elektrisk energi

1. Uttrykt med ladning og potensial:

$$U = ½\, V Q = ½\, C V^2 = ½\, Q^2/C \qquad (24.9)$$

(utledet for kondenstor; all $Q$ på samme $V$)

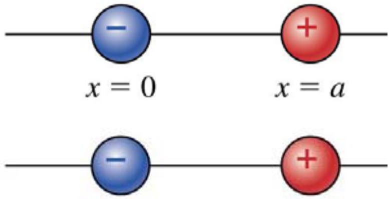
$$U = ½ \int V \, dq \qquad (24.9C)$$

(ulike $dq$ på ulike $V$)

## Kap 23, eks. 2. To ladninger

Energiberegning under oppbygging:

$q_1 = -e$ $q_2 = +e$




$q_1$ først, så $q_2$:
$U = U_1 + U_2$
$= 0 \ + q_2\, kq_1/a$

$q_2$ først, så $q_1$:
$U = U_2 \ + \ U_1$
$= \ 0 \ + q_1\, kq_2/a$

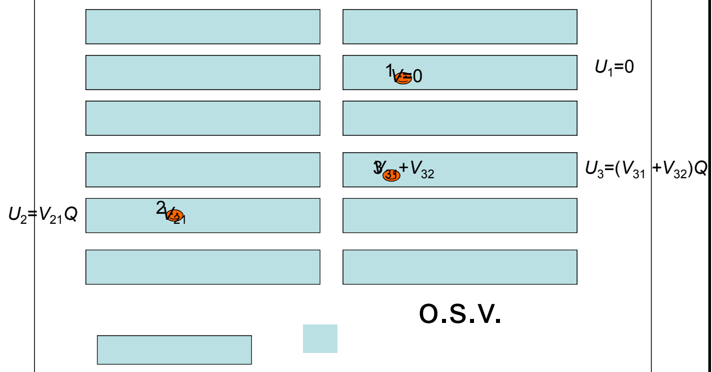
| Ferdig oppbygd: | ved potensial | energi |
|---|---|---|
| $q_1$ | $V_1 = kq_2/a$ | $q_1 V_1 = \ q_1\, kq_2/a$ |
| $q_2$ | $V_2 = kq_1/a$ | $q_2 V_2 = \ q_2\, kq_1/a$ |

**Sum:** $\Sigma\, q_i V_i \ = 2\, q_2\, kq_1/a$ Regnet dobbelt!

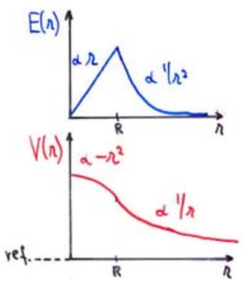
**Konklusjon:**
Energi beregnet fra potensial i ferdig oppbygd ladning: $U = ½\, \Sigma q_i V_i$

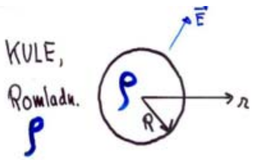
Brukes i Øving 5, oppgave 2 a)

## Aud R2: Hvor mye energi for å plassere inn mange 1C ladninger?




## Eks.6: Energi for homogent ladd kule




Beregna i Eks.8 – kap. 23:

$$V(r) = \frac{k}{2}\frac{Q}{R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$ inni kula

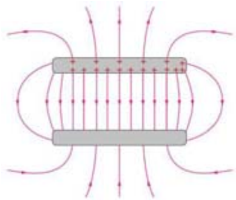
OBS: $\mathrm{d}q = 0$ utenfor kula

$$U = \frac{1}{2}\iiint V(r)\,\mathrm{d}q \quad (24.9C)$$

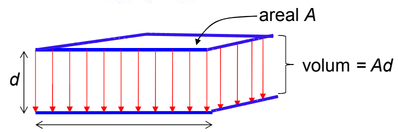
$$= \frac{1}{2}\iiint V(r)\,\rho\,\mathrm{d}\tau = \frac{3}{5}\frac{kQ^2}{R}$$

Kulesymmetri:
$\mathrm{d}\tau = 4\pi\, r^2\, \mathrm{d}r$ = kuleareal·tykkelse

## Energi *U* uttrykt med *E*-feltet



idealisert




$U = ½\, \varepsilon_0\, E^2 Ad$

$u = U/\tau = ½\, \varepsilon_0\, E^2$

# Elektrisk energi

1. Uttrykt med ladning og potensial:

   $U = ½ \int V \,\mathrm{d}q \quad (= ½\, V\, Q = ½\, C\, V^2\,) \quad$ (24.9C)

2. Uttrykt med elektrisk felt:

   $U = \int u \,\mathrm{d}\tau \;= ½\, \varepsilon_0 \int E^2 \,\mathrm{d}\tau$ (24.11B)

   Hvor er energien lagra:

   I ***ladningene*** eller i det ***elektriske feltet***?

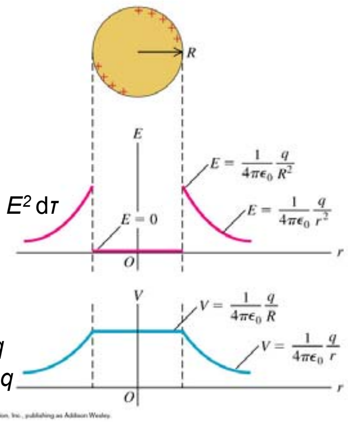
   ***På*** platene eller ***mellom*** platene?

   To uttrykk for SAMME energi!

## Eks. 7: Energi på lederkule med ladning $q$

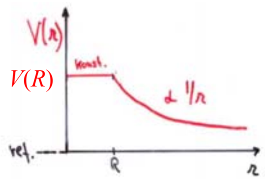
*U* fra *E*:
$U = ½\, \varepsilon_0 \int E^2 \,\mathrm{d}\tau$

*U* fra *V*:
$U = ½ \int V \,\mathrm{d}q$
$= ½\, V(R)\, q$



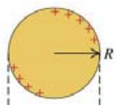

## Eks.6+7

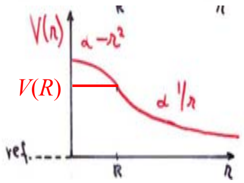
$\boxed{U \;= ½ \int\int\int V(r) \,\mathrm{d}q}$




Eks.7: Ladd lederkule:

$U \;= ½\, kq^2/R$

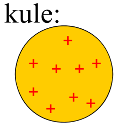



Eks. 6: Homogent ladd kule:

$U = 3/5 \cdot kq^2/R$

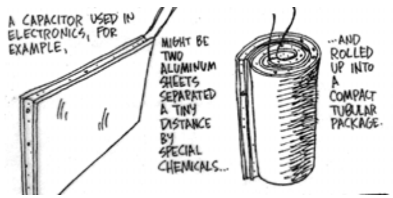
$\quad = 6/5 \cdot U_{\text{ladd lederkule}}$



# Dielektrika og elektrisk polarisering

**Materialer:**

- Vakuum
- Ledere
- Dielektrikum




- Mellom plater i kondensator brukes alltid et dielektrikum
- Kapasitansen øker da med en faktor $\varepsilon_r$ .

relativ permittivitet

**Table 24.1** Values of ~~Dielectric Constant $K$~~ at 20°C

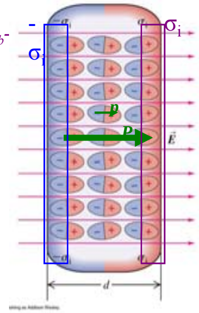
| Material | ~~$K$~~ $\varepsilon_r$ | Material | ~~$K$~~ $\varepsilon_r$ |
|---|---|---|---|
| Vacuum | 1 | Polyvinyl chloride | 3.18 |
| Air (1 atm) | 1.00059 | Plexiglas | 3.40 |
| Air (100 atm) | 1.0548 | Glass | 5–10 |
| Teflon | 2.1 | Neoprene | 6.70 |
| Polyethylene | 2.25 | Germanium | 16 |
| Benzene | 2.28 | Glycerin | 42.5 |
| Mica | 3–6 | Water | 80.4 |
| Mylar | 3.1 | Strontium titanate | 310 |

# Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- **Gjennomgått:**
- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans: $C = Q/V$ (farad), med eksempler:
  - » Enkeltkule: $C = 4\pi\varepsilon_0\, r_a$
  - » Parallellplate: $C = \varepsilon_0\, A/d$
  - » Kulekondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a\,/(r_b-$
- Seriekopling og parallellkopling
- Energi i kondensatorer $U = ½\, V Q = ½\, C V^2$
- Energi i ladningssamlinger $U = ½ \int V\,\mathrm{d}q$

  $U = ½\, \varepsilon_0 \int E^2\, \mathrm{d}\tau$

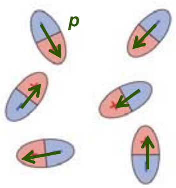
- **Videre:**
- Dielektriske materialer:
  Elektrisk polarisering $\boldsymbol{P} = \chi_e\, \varepsilon_0\, \boldsymbol{E}$
- Elektrisk flukstetthetsvektor: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$
- Gauss' lov for dielektrika:
  Noen anvendelser/eksempler



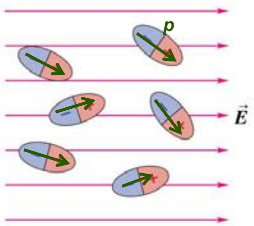

(fig 24.20)

## Kraftmoment dipol:

$$\vec{\tau} = \vec{a}/2 \times q\vec{E} + (-\vec{a}/2) \times (-q\vec{E})$$
$$= q\vec{a} \times \vec{E}$$
$$= \vec{p} \times \vec{E}$$

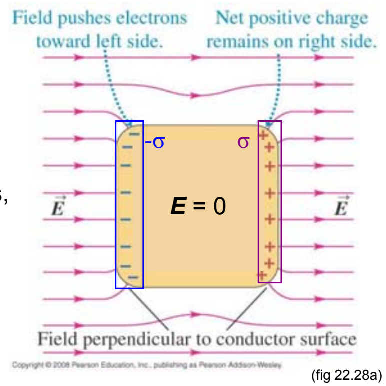



Kraftmoment dreier ***p*** til å bli (om mulig) parallell med ***E***



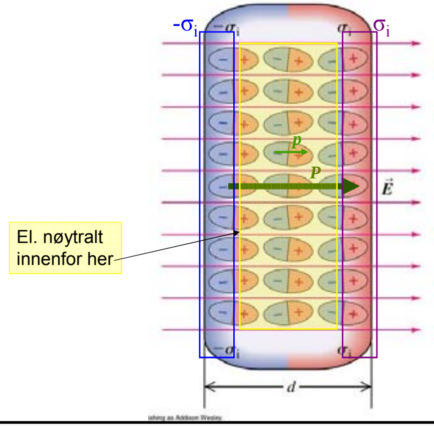

# Ledere i ytre *E*-felt

Ladninger forskyves, inntil ***E*** = 0




(fig 22.28a)

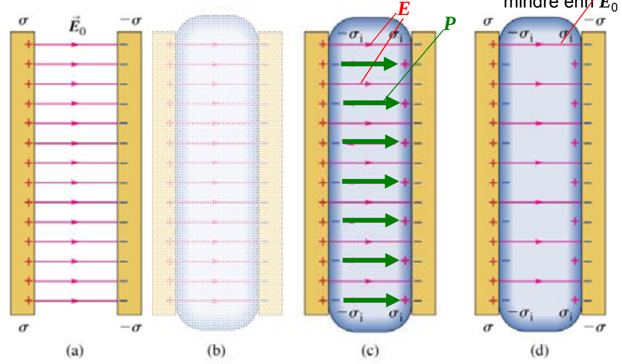
## Dipolinnretting (polarisering) gir flateladning $\sigma_i$ (i = indusert ladning)




Definisjon:
$\boldsymbol{P} = \sum \boldsymbol{p}/\text{volum}$

Observasjon:
$\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$

$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E}_0$ $\quad$ $\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ (1) $\quad$ $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$ (2)




$\boldsymbol{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$

**Table 24.1** Values of ~~Dielectric Constant $K$~~ Relative Permittivity at 20°C

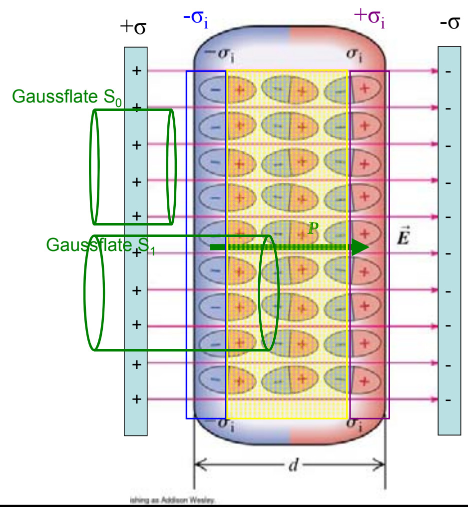
| Material | ~~$K$~~ $\varepsilon_r$ | Material | ~~$K$~~ $\varepsilon_r$ |
|---|---|---|---|
| Vacuum | 1 | Polyvinyl chloride | 3.18 |
| Air (1 atm) | 1.00059 | Plexiglas | 3.40 |
| Air (100 atm) | 1.0548 | Glass | 5–10 |
| Teflon | 2.1 | Neoprene | 6.70 |
| Polyethylene | 2.25 | Germanium | 16 |
| Benzene | 2.28 | Glycerin | 42.5 |
| Mica | 3–6 | Water | 80.4 |
| Mylar | 3.1 | Strontium titanate | 310 |



**Table 24.2** ~~Dielectric Constant~~ Relative permittivity and Dielectric Strength of Some Insulating Materials

| Material | Constant, ~~$K$~~ $\varepsilon_r$ | $E_m$ (V/m) |
|---|---|---|
| Polycarbonate | 2.8 | $3 \times 10^7$ |
| Polyester | 3.3 | $6 \times 10^7$ |
| Polypropylene | 2.2 | $7 \times 10^7$ |
| Polystyrene | 2.6 | $2 \times 10^7$ |
| Pyrex glass | 4.7 | $1 \times 10^7$ |
| Luft: | | $0{,}3 \times 10^7$ |





# Gauss' lov:

- Gauss' lov for **fri ladning** $Q$: $\oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q$ (12)
  eller $\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q / \varepsilon$

  Mest praktiske
- Gauss' lov for **indusert ladning** $Q_i$: $\oint \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_i$ (11)
- Gauss' lov for **totalladning** $Q_{tot}$: $\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q_{tot}$ (10)
  $Q_{tot} = Q + Q_i$
- I alle tidligere formler kan $\varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ erstattes av $\varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}$ med $Q$ = fri ladning

  Eks.: Gauss' lov (ovenfor)
  og Coulombs lov: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r} \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}$

  $\Leftrightarrow \vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}$

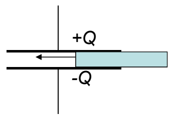
# Kap. 24: Oppsummering Dielektrika og polarisering

- **Dielektriske materialer:**
- Elektrisk polarisering = dipoltettheit: $\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  - der $\chi_e$ er elektrisk susceptibilitet.
  - Relativ permittivitet $\varepsilon_r = \chi_e + 1$ (dielektrisitetskonstant)
- Elektrisk flukstettheitsvektor: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  (forskyvningsvektor)
- $\boldsymbol{D}$ og $\boldsymbol{P}$ ikke presentert i Y&F. Kort sammenfatta i Notat 1

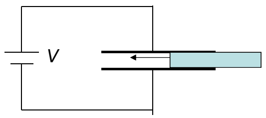
Øving 7 sentral!

# Eks. 8 Parallellplatekondensator uten og med dielektrikum

A. Frakopla batteri:
**Konstant: $\sigma$ = $D$ = $Q/A$**
Avtar: $V_1 = V_0/\varepsilon_r$
Øker: $C_1 = Q/V_1 = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d$
Energi: $U_1 = ½\, QV_1$ avtar




B. Tilkopla batteri:
**Konstant: $V_1 = V_0$**
Øker: $\sigma_1 = D_1 = Q_1/A = \varepsilon_r D_0$
Øker: $C_1 = Q/V_1 = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d$
Energi: $U_1 = ½\, QV_1$ øker
(tilføres fra batteriet)



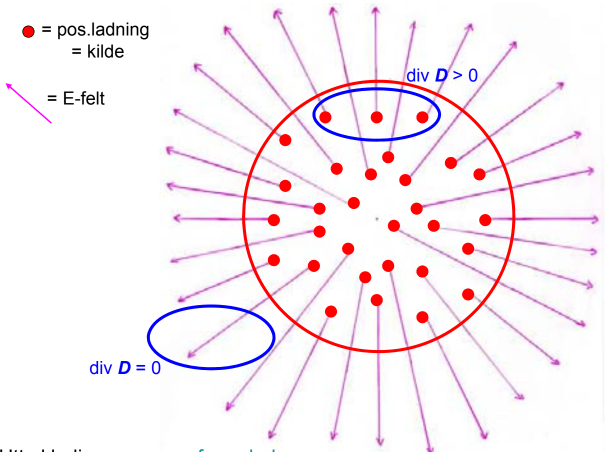

# Gauss' lov

- Integralform: $\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} q$ $\Phi = \oiint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = q$
  = elektrisk fluks
- Differensialform: $\mathrm{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho$ $\mathrm{div}\vec{D} = \rho$

$\mathrm{div}\vec{D} =$ divergensen til $\vec{D}$

$\mathrm{div}\vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = [\partial/\partial x,\ \partial/\partial y,\ \partial/\partial z] \cdot \vec{D}$

## divergens = kilde




Uttrykk divergens, se formelark

## Kap. 24: Oppsummering 1
## Kondensatorer og kapasitans

- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans: $C = Q/V$ (farad)
- Enkeltkulekondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ (Eks. 1)
- Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_0 A/d$ (Eks. 2)
- Kule(skall)kondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 r_a r_b/(r_b - r_a)$ (Eks. 3)
- Sylinderkondensator (koakskabel): $C' = 2\pi\varepsilon_0 / \ln r_b/r_a$ (Eks. 4)

- Parallellkopling: $C = C_1 + C_2$ Seriekopling: $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$

- Energi ved ladning og potensial: $U = ½ \int V\,\mathrm{d}q$
- Energi ved elektrisk felt: $u = ½\, \varepsilon_0 E^2$ dvs. $U = ½\, \varepsilon_0 \int E^2\, \mathrm{d}\tau$
  - For kondensator gir dette: $U = ½\, VQ = ½\, CV^2 = ½\, Q^2/C$

## Kap. 24: Oppsummering 2
## Dielektrika og polarisering

- **Dielektriske materialer:**
- Elektrisk polarisering = dipoltetthet: $\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  - der $\chi_e$ er elektrisk susceptibilitet.
  - Relativ permittivitet $\varepsilon_r = \chi_e + 1$ (dielektrisitetskonstant)
- Elektrisk flukstetthetsvektor: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r\, \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  (forskyvningsvektor)
- Elektrisk fluks: $\Phi = \iint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$
- Gauss' lov for fri ladning $Q = Q_{\mathrm{tot}} - Q_{\mathrm{i}}$ :
  $\oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q$ eller $\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q/\varepsilon$
- Gauss' lov for indusert ladning $Q_{\mathrm{i}}$ : $\oint \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_{\mathrm{i}}$
- Gauss' lov for totalladning $Q_{\mathrm{tot}}$ : $\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q_{\mathrm{tot}}$
- I alle tidligere formler kan
  $\varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ erstattes av $\varepsilon_r\, \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}$ med $Q$ = fri ladning
- Mer utfyllende i Notat1: Dielektriske materialer.

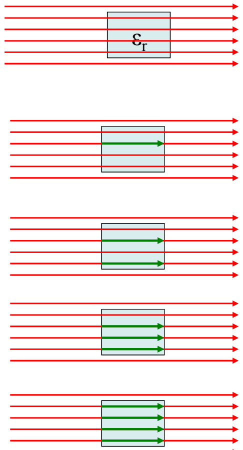
## Spesielle dielektrika:

- Piezoelektriske materialer:
  Mekanisk strekk eller trykk → polarisasjon ***P***
  (eller motsatt:) ***E***-felt → ***P***-felt → deformasjon
  Bruk: Kvartskrystaller, mikrofoner, pickup (platespillere ”vinyl”)

- Ferroelektriske materialer (dipol-electrets):
  Materialer med permanent polarisasjon ***P***
  (tilsvarer permanente magneter)

- Overslag (”breakdown”):
  Overslag i dielektrika ved viss angitt grense (”dielectric strength”)
  Kondensatorer har oppgitt max spenning!

Skjematisk om ***E, P*** og ***D:*** Dielektrisk materiale i homogent ***E***-felt



$\boxed{P = \chi_e \cdot \varepsilon_0 E}$

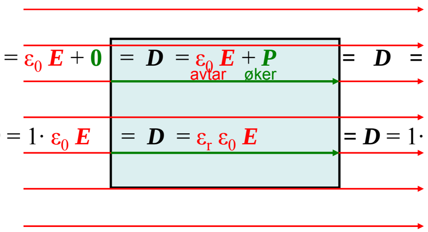
$\varepsilon_0 E$ (rød pil), $P$ (grønn pil)

| $\chi_e$ | $\varepsilon_r = \chi_e + 1$ |
|---|---|
| 1/3 | 4/3 |
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |
| ∞ | ∞ |

$D = \varepsilon_0 E + P$ endres ikke (ingen frie ladn. i dielektriet)

(# flukslinjer ***P*** ) = $\chi_e$ · (# flukslinjer $\varepsilon_0$***E***)

Skjematisk om ***E, P*** og ***D:*** Dielektrisk materiale i homogent ***E***-felt



$D = \varepsilon_0 E + 0 \quad = \quad D = \varepsilon_0 E + P \quad = \quad D = \varepsilon_0 E + 0$

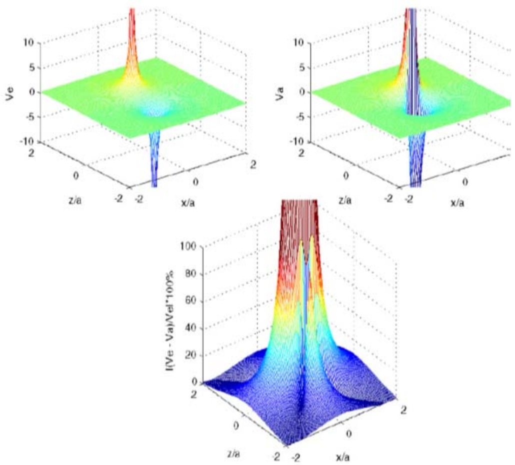
avtar øker

$D = 1 \cdot \varepsilon_0 E \quad = \quad D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E \quad = \quad D = 1 \cdot \varepsilon_0 E$

$P = \chi_e \cdot \varepsilon_0 E$

der ***E*** er inni dielektriket, ikke ytre

## Øving 6. Opg. 1 (Plotte V() med Matlab/Octave)




## Øving 6. Opg. 1 (Plotte V() med Matlab/Octave)

Definer og bruk dimensjonsløse variable i all numerisk analyse!

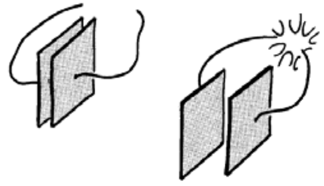
```
% Velg området -2 < x < 2 og -2 < z < 2 for plotting, ca 100 x 100 punkter i alt
[x,z] = meshgrid( -2 : 2/50 : 2,   -2.01 : 2/50 : 2 );

…

subplot(2,2,1); % Viseropptil fire figurer i 2x2-mønster
% mesh(x,y,z) tegner opp et 3D-plott av z som funksjon av x og y
mesh(x,z,Ve);
% Kommandoen axis([a b c d e f]) setter aksene for 3D-plot slik:
% a < x < b, c < y < d, e < z < f
axis([-2 2  -2 2  -10 10]);
% Kommandoen caxis([zmin zmax]) setter fargeskalaen slik at blått
% tilsvarer zmin og rødt tilsvarer zmax
caxis([-10 10]);
xlabel('x/a'); % Tekst på aksene
ylabel('z/a');
zlabel('Ve');
```

**ENERGY IN A CAPACITOR**

Consider a simple capacitor made of a pair of conducting plates in close proximity. Suppose the plates are appropriately charged + and − and then discharged to produce a spark. Next, the plates are charged again exactly as they previously were, only this time after being charged they are pulled farther apart. If they are then shorted out a second time, the spark produced will be



a) bigger (liberate more energy) than the first spark
b) smaller than the first spark
c) the same size as the first spark

Flervalgsoppgaver fra «Thinking physics»:
http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4155/diverse/thinkingphysics/

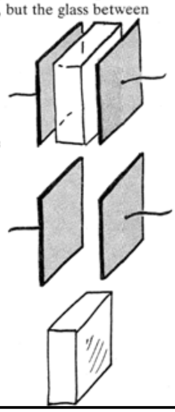
Svar: **a)**
Konstant ladning $Q$
Lavere kapasitans $C = \varepsilon_0 A/d$
=> Høyere spenning $V = Q/C$
=> Mer energi $U = ½ QV$ !

eller:
Konstant ladning $Q$
=> Konstant felt $E = \sigma/\varepsilon_0$
=> Konstant energitetthet $u = ½\, \varepsilon_0 E^2$
=> $U = u \cdot$(volum) øker !

$V = E \cdot d$ øker også

**GLASS CAPACITORS**

If a glass capacitor is charged, but the glass between the plates is removed before it is discharged, the spark will be



a) bigger than it would have been if the glass were left in at discharge
b) smaller than it would have been if the glass were left in at discharge
c) the same as it would have been if the glass were left in at discharge

Svar: **a)**
Konstant ladning $Q$
Lavere $\varepsilon_r$
=>Lavere kapasitans $C = \varepsilon_r\, \varepsilon_0 A/d$
=> Høyere spenning $V = Q/C$
=> Mer energi $U = ½ QV$ !

eller:
Konstant ladning $Q$
Lavere $\varepsilon_r$
=> Økende felt $E = \sigma/\varepsilon_r\, \varepsilon_0$
=> Økende energitetthet $u = ½\, \varepsilon_0 E^2$
$V = E \cdot d$ øker også

- Noen av Støvnengs flervalgsoppgaver

14) En parallellplatekondensator består av to parallelle metallplater i innbyrdes avstand $d$. De to metallplatene har ladning henholdsvis $Q$ og $-Q$. En metallskive med tykkelse $h = 2d/3$ settes inn midt mellom platene. Da blir potensialforskjellen mellom kondensatorplatene

A ni ganger større.
B tre ganger større.
C tre ganger mindre.
D ni ganger mindre.
E uendret.