

Magnetisme

- **Magnetostatikk** (ingen tidsvariasjon):
- Kap 27. Magnetiske krefter
- **Kap 28: Magnetiske kilder**
- **Elektrodynamikk:**
- Kap 29-31:
Tidsvariasjon: Induksjon mm.

Kap 28: Magnetiske kilder

- **Elektrostatikk:**
Ladning q påvirkes av kraft $q\mathbf{E}$ (Coulombs lov)
→ Definisjon E -felt
 E -feltet skapes fra ladninger (Coulombs lov)
- **Magnetostatikk:**
Ladning q i **bevegelse** påvirkes av kraft $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ (Lorentzkrafta)
→ Definisjon B -felt (Lorentzkrafta)
 B -feltet skapes fra ladninger i **bevegelse** (Biot-Savarts lov)
- **Hjelpelover:**
Elektrostatikk: Gauss' lov
Magnetostatikk: Amperes lov
- **Magnetiske materialer**
Ferromagnetisk materiale. Magnetisering. \mathbf{M} -vektor og \mathbf{H} -vektor.

Kap 28: Magnetiske kilder

28.1 B -felt fra **enkeltladninger** i bevegelse

28.2 B -felt fra **strøm** i ledning

28.1+28.2 Bevegelse av ladninger gir magnetfelt B

• Enkeltladning i bevegelse:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{Enhetsvektor} \quad (28.2)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

• Strøm i leder:
(Biot-Savarts lov)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{Enhetsvektor}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (28.6)$$

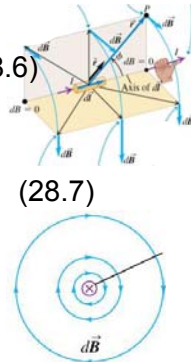
1819-25: Vitenskapelig arbeid:
Hans Christian Ørsted, André Ampere,
Jean-Baptist Biot, Felix Savart,
Michael Faraday, Joseph Henry

28.1+28.2 Bevegelse av ladninger gir magnetfelt B

• Enkeltladning: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$ (28.2)

• Strømelement: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$ (28.6)

• Strøm i leder: $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{ledning}} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$ (28.7)
(Biot-Savarts lov)



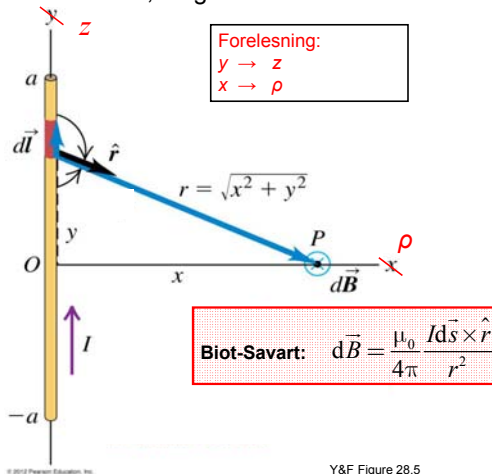
Elmag og relativitetsteori i [Notat 3](#)

Einsteins utledning av spesiell relativitetsteori var drevet av dette problemet i elektromagnetismen:

Elektriske og magnetiske krefter er to sider av samme sak, avhengig av referansesystemet det hele observeres i.

Eks. 1 (Y&F Kap. 28.3):

B -felt på midtnormal til rett leder, lengde $2a$



© 2012 Pearson Education, Inc.

Y&F Figure 28.5

Rottmann integraltabell (s. 137)

47) $\int \frac{x}{\sqrt{ax^2 + b}} dx = \frac{-1}{ac - b^2} \frac{bx + c}{\sqrt{ax^2 + b}} + C$

48) $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + b}} = \frac{1}{ac - b^2} \frac{ax + b}{\sqrt{ax^2 + b}} + C$

49) $\int x(ax^2 + c)^{k+1/2} dx = \frac{1}{(2k+3)a} (ax^2 + c)^{k+3/2} + C, \quad k \neq -\frac{3}{2}$

50) $\int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2 + c}} = \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{c}} \ln C_1 \frac{\sqrt{c} + \sqrt{ax^2 + c}}{x}, & \text{for } c > 0; \\ \frac{-1}{\sqrt{-c}} \arcsin \sqrt{\frac{-c}{a}} \frac{1}{|x|} + C_2, & \text{for } c < 0 \text{ og } |x| \geq \sqrt{\frac{-c}{a}} \end{cases}$

$X = ax^2 + 2bx + c$

$X = z^2 + \rho^2, \text{ dvs:}$

$x = z$
 $a = 1$
 $b = 0$
 $c = \rho^2$

Rett leder lengde $2a$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{2a}{\rho} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \rho^2}} \hat{\phi} \quad (28.8)$$

Y&F Figure 28.5

Nærme rett leder ($a \gg \rho$):

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho} \quad (28.9)$$

Y&F Fig. 28.6

Felt rundt uendelig lang, rett leder:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho}, \quad \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

Eksempler:

- 1) Under én kraftledning:
 $I = 1 \text{ kA}, \rho = 100 \text{ m} \Rightarrow B = 2 \mu\text{T}$
- 2) Nær f. eks. hårføner:
 $I = 3 \text{ A}, \rho = 5 \text{ cm} \Rightarrow B = 12 \mu\text{T}$

Jordmagnetismen: $B = 0,5 \text{ G} = 50 \mu\text{T}$
 (statisk felt)

For to ledere med motsatt strøm eller trefase blir B -feltet betydelig lavere.

1) og 2) gjelder for enkeltledere:

Statens strålevern
 Norwegian Radiation Protection Authority

Eksempler på magnetfeltnivå ved høyspenninger:

Spenningsnivå (kilovolt)	Strømstyrke (Ampere)	Avstand i meter som gir $0,4 \mu\text{T}$
22	150	15
22	200	18
66	200	20
66	300	25
132	300	35
132	400	40
300	450	60
300	650	70
420	800	85
420	1100	100

Tabellen viser eksempler på hvor langt fra nærmeste ledning magnetfeltet vil være nede i utredningsnivået $0,4 \mu\text{T}$. Eksemplene gjelder vanlig planoppheng og er satt opp ut fra typiske gjennomsnittsverdier på strømstyrke i ledninger med ulike spenningsnivå.

Fra: <http://www.nrpa.no/strom-og-hovspent>

Magnetfelt fra to parallelle ledere

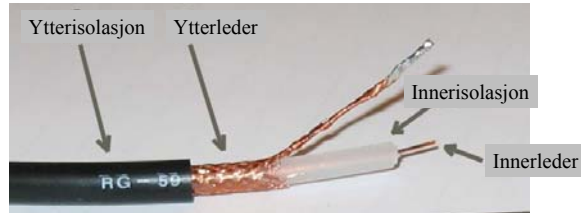
(Ex. 28.4 i Y&F)

For $r \gg d$:
 B -felt avtar med $1/r^2$,
 dvs. betydelig raskere enn for enkeltleder.

(Fig 28.7)

Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

Utafor koaksialkabel er B -feltet null!



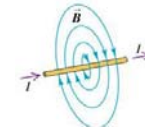
Mer seinere, bl.a. oppgave i regneøving.



Y&F Fig. 28.8

B -felt rundt uendelig lang, rett leder:

$$B = \frac{1}{2\pi} \mu_0 \frac{I}{r}$$

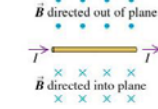


Retning: asimutalt (φ -retning)
 r = avstand fra ledere

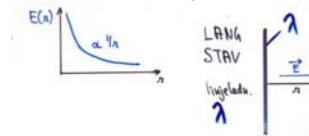
Sammenlik med:

E -felt rundt uendelig lang, ladd rett leder:

$$E = \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$



Retning: radielt (r -retning)
 r = avstand fra ledere



Kap 28: Magnetiske kilder

- **Elektrostatikk:**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\hat{r}}{r^2} \quad (\text{Coulombs lov})$$

- **Magnetostatikk:**

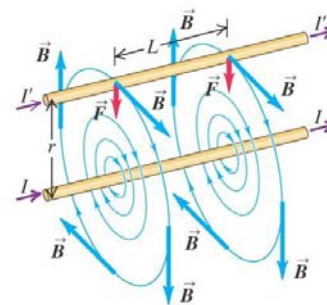
Enkeltladning:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad (28.2)$$

Strøm i leder:
$$\vec{B} = \int_{\text{ledn.}} d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{ledn.}} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad (28.7) \text{ (Biot-Savart)}$$

1819-25: Vitenskapelig arbeid:
 Hans Christian Ørsted, André Ampere, Jean-Baptist Biot, Felix Savart, Michael Faraday, Joseph Henry

- **Eks. 1: Rett leder**
- **28.4 Definisjon 1 ampere**
- **Eks. 2: Sirkulær sløyfe**
- **Amperes lov**

28.4 Kraft mellom to parallelle ledere



$$F' = I_1 I_2 \mu_0 / (2\pi r)$$

Definisjon 1 A:

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ A} \cdot \mu_0 / (2\pi \cdot 1 \text{ m})$$

.. er i praksis definisjon av μ_0 :

$$\mu_0 = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.
 Figure 28.9

Definisjon av 1 ampere (grunnenhet i SI-systemet)

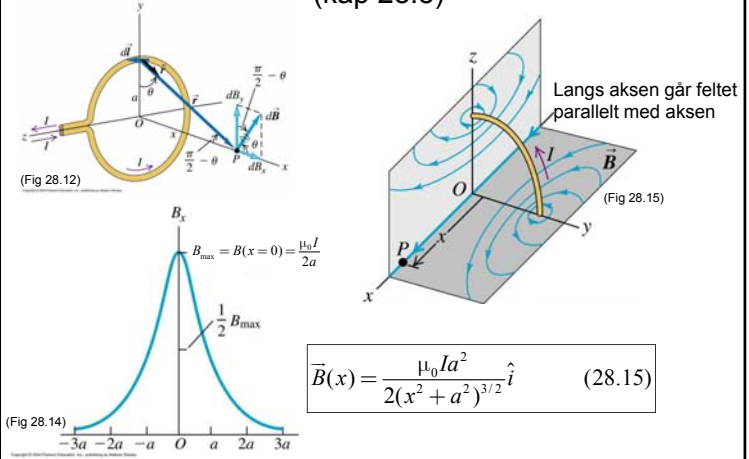
- En ampere er den konstante elektriske strømmen som frambringer en gjensidig lineær kraft på $2 \cdot 10^{-7}$ newton per meter leder når strømmen går gjennom hver av to rettlinjete, parallelle, uendelige lange ledere med sirkulært og neglisjerbart lite tverrsnitt, og lederne er anbrakt i én meters innbyrdes avstand i tomt rom.

- ampere er en av sju SI-grunneheter:

- meter - lengde
- kilogram - masse
- sekund - tid
- ampere - strømstyrke
- kelvin - temperatur
- mol - stoffmengde
- candela - lysstyrke

Alle andre enheter er avledet fra disse, for eksempel
 $N = \text{kg m s}^{-2}$
 $V = \text{J/C} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1}$
 (se formelarket)

Eks. 2: B-feltet på akse i en sirkulær strømsløyfe: (kap 28.5)



Kap. 28:

Eks. 1: B-feltet på midtnormal til rett leder, lengde $2a$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{\rho} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \rho^2}} \hat{\phi} \quad \vec{B}(\rho \ll a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} \hat{\phi}$$

Eks. 2: B-feltet på akse i en sirkulær strømsløyfe, radius a

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} \quad \vec{B}(x=0) = \frac{\mu_0 I}{2a} \hat{i} \quad \vec{B}(x \gg a) = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3} \hat{i}$$

Eks. 3: B-feltet i sentrum av kvadratisk strømsløyfe (også Øving 10, opp. 4)

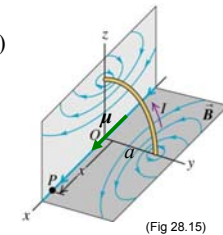
$$\vec{B}(x=0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{I}{\sqrt{2}a} \hat{i} = \frac{\mu_0 I}{2a} \frac{4}{\sqrt{2}\pi} \hat{i}$$

Eks. 2: Feltet på akse i en sirkulær strømsløyfe

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} \quad (28.15)$$

Langt unna $x \gg a$: $\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3} \hat{i}$

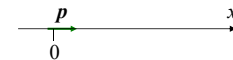
sløyfas dipolmoment $\mu = I\pi a^2$



Analogi:

Langt unna elektrisk dipol:

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{x^3}$$

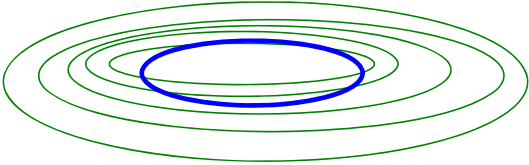


Kap 28: Magnetiske kilder

- **Elektrostatikk:**
Coulombs lov
→ hjelpelev: Gauss' lov (når symmetri)
- **Magnetostatikk:**
Biot-Savarts lov
→ hjelpelev: Amperes lov (når symmetri)

Gauss' lov for magnetfelt:

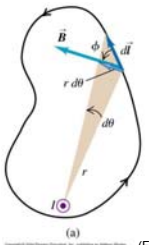
Feltlinjer er lukka kurver
=> Integrasjon over lukka **kurve** ≠ 0



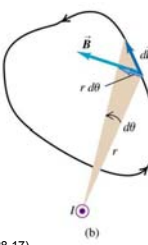
Amperes lov

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

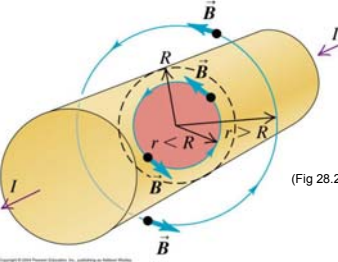
over lukka kurve, der I er totalstrøm innenfor kurva



(a) (Fig 28.17)



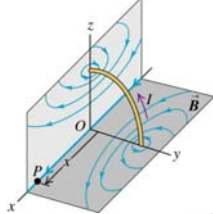
(b) (Fig 28.17)



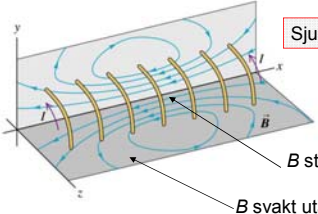
(Fig 28.20)

Gjelder alle integrasjonsveger, men er nyttig kun i (sylinder)symmetriske konfigurasjoner. F. eks. rundt leder: $B = \mu_0 I / 2\pi r$

Eks. 4. Solenoide (Ex. 28.10)



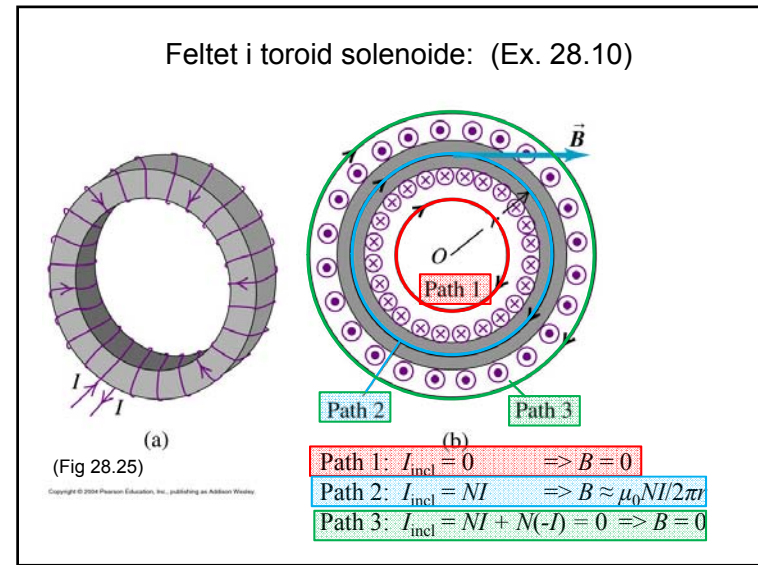
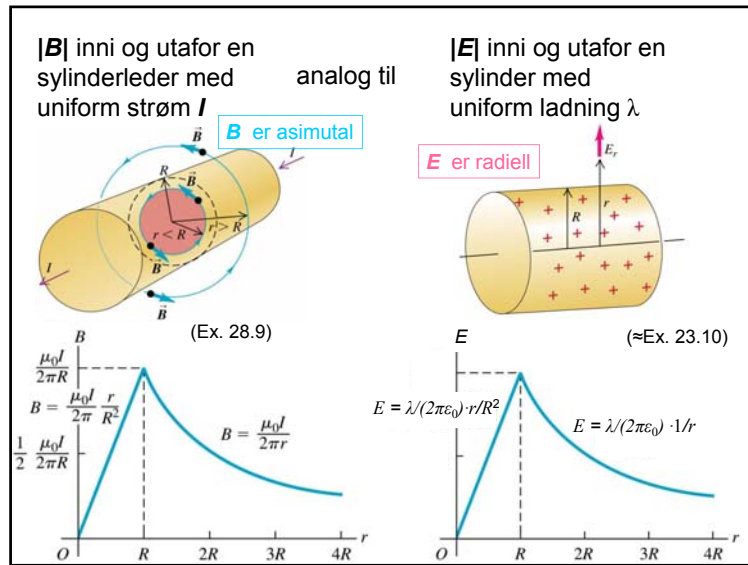
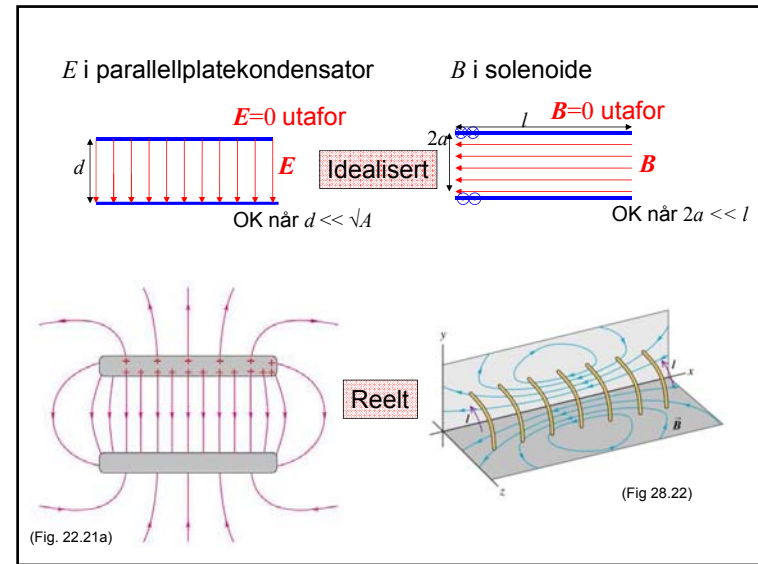
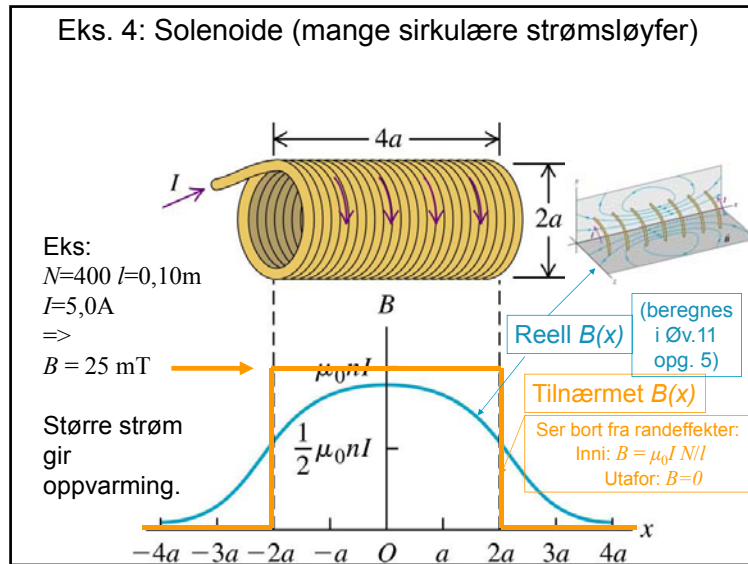
Én sløyfe (Fig 28.15)



Sju sløyfer (Fig 28.22)

B sterkt inni
 B svakt utafor

Mange sløyfer: Antar B konst. inni,
 $B = 0$ utafor



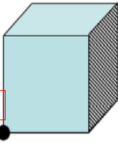
Øving 9, flervalg:

a) En punktladning q er plassert i det ene hjørnet av en kube. Hva blir elektrisk fluks gjennom den skraverte (høyre) sideflata i figuren?

A) q D) $q/8$
 B) $q/3$ E) $q/24$

Elek. fluks = fluks til D -feltet

$\Phi = D \cdot A$



Young & Freedman, kap. 22.2:

bruker:
 Elek. fluks
 = fluks til E -feltet

$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}$

If the area A is flat but not perpendicular to the field \vec{E} , then fewer field lines pass through it. In this case the area that counts is the silhouette area that we see when looking in the direction of \vec{E} . This is the area A_\perp in Fig. 22.6b and is equal to $A \cos \phi$ (compare to Fig. 22.5b). We generalize our definition of electric flux for a uniform electric field to

$\Phi_E = EA \cos \phi$ (electric flux for uniform \vec{E} , flat surface) (22.1)

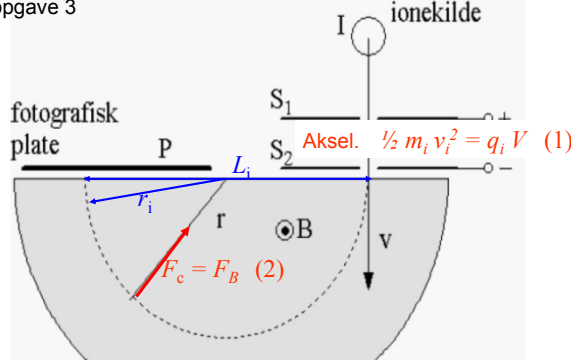
Since $E \cos \phi$ is the component of \vec{E} perpendicular to the area, we can rewrite Eq. (22.1) as

$\Phi_E = E_\perp A$ (electric flux for uniform \vec{E} , flat surface) (22.2)

In terms of the vector area \vec{A} perpendicular to the area, we can write the electric flux as the scalar product of \vec{E} and \vec{A} :

$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$ (electric flux for uniform \vec{E} , flat surface) (22.3)

Øving 9, oppgave 3



Aksel. $\frac{1}{2} m_i v_i^2 = q_i V$ (1)

$F_c = F_B$ (2)

a) Likn. (1) for protonet
 b) Likn (2) for protonet
 c) Søk etter masseforholdet m_1/m_p med likn (1) og (2) for masse 1 og for protonet. Tilsvarende for m_2/m_p

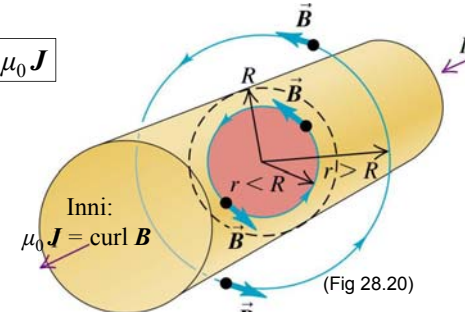
Amperes lov, rekap.

$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$ (Amp)
 over lukka kurve, der I er totalstrøm innenfor kurva

$\text{curl } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$ (Amp-diff)

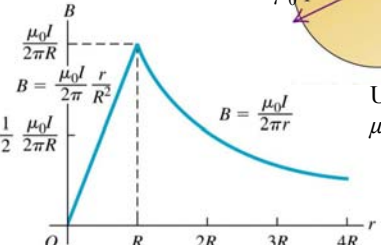
Eks. 5: Feltet inni og utafor en ledning

Ampere: $\text{curl } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$



Inni: $\mu_0 \mathbf{J} = \text{curl } \mathbf{B}$

Utafor: $\mu_0 \mathbf{J} = \mathbf{0} = \text{curl } \mathbf{B}$



$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{R^2}$

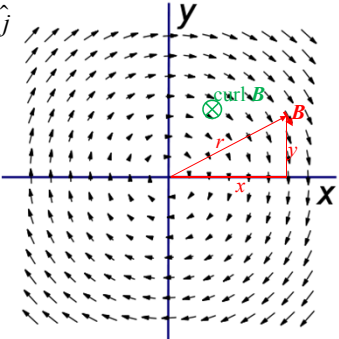
$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

(Fig 28.19)

Curl

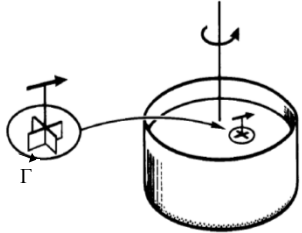
Eks. forrige time:
 $\vec{B}(x, y, z) = [y, -x, 0] = y\hat{i} - x\hat{j}$
 $\vec{B}(r, \varphi, z) = -r\hat{\varphi}$
 (konstanter utelatt, feil enheter for B)

Inni cylindrisk leder:
 $\vec{B}(r, \varphi, z) = -\frac{\mu_0}{2} J r \hat{\varphi}$
 $\text{curl } \vec{B} = \mu_0 J \hat{k} = \mu_0 \vec{J}$

$$\text{curl } \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y & -x & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot \hat{i} + 0 \cdot \hat{j} + \left(\frac{\partial(-x)}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial y} \right) \hat{k} = -2\hat{k}$$


curl

-- kan i vannstrøm demonstreres med et (infinitesimalt) skovlhjul:



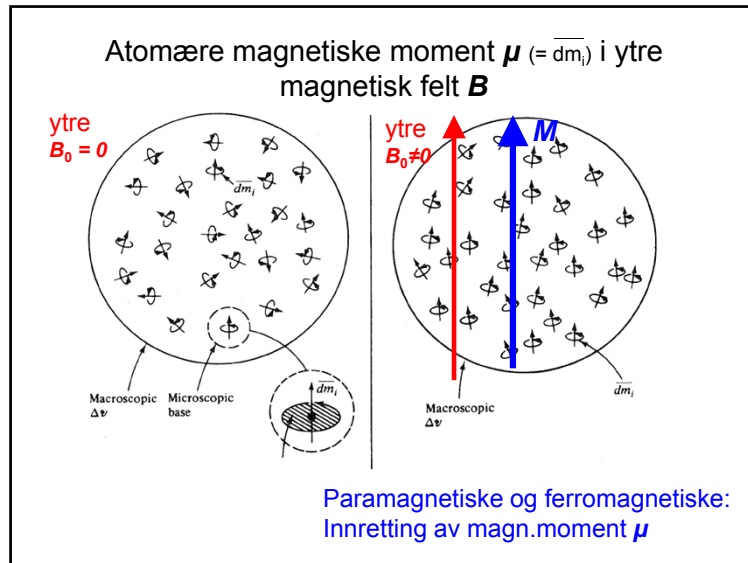
Maxwells likninger i [Notat 4](#)

$H = B/\mu$ defineres straks $E = D/\epsilon$

Integralform		Differensialform
$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$	Gauss' lov D	$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$
$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	Gauss' lov B	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$	Amperes lov	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	Faradays lov	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

Kap 28: Magnetiske kilder

- **Elektrostatikk:**
 Ladning q påvirkes av kraft qE (Coulombs lov)
 → Definisjon E -felt
 E -feltet skapes fra ladninger (Coulombs lov)
- **Magnetostatikk:**
 Ladning q i **bevegelse** påvirkes av kraft $qv \times B$ (Lorentzkrafta)
 → Definisjon B -felt
 B -feltet skapes fra ladninger i **bevegelse** (Biot-Savarts lov)
- **Hjelpelover:**
 Elektrostatikk: Gauss' lov
 Magnetostatikk: Amperes lov
- **Til slutt: Magnetiske materialer**
 Ferromagnetisk materiale. Magnetisering. M -vektor og H -vektor



Tre typer magnetisk materiale:

Type	Effekt	Årsak: Ytre H_0
Dia- magnetisk	B -felt \downarrow	induserer magn.mom. μ med $\mu \parallel (-H)$
Para- magnetisk	B -felt \uparrow	innretter permanente μ med $\mu \parallel H$
Ferro- magnetisk	B -felt $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$	innretter permanente μ med $\mu \parallel H$ Mange

Hva vi har lært:

- Magnetisering, definisjon: $M = \sum \mu / \text{volum}$
[analogi: $P = \sum p / \text{volum}$]
- Magnetisk feltstyrke: $H = B / \mu_0$ (i tomrom)
[$E = D / \epsilon_0$]
- Magnetisering, eksperimentelt: $M = \chi_m H$ [$P = \chi_c \epsilon_0 E$]
- Totalt B -felt i magnetisk materiale:
 $B = \mu_0 H + \mu_0 M = \mu_0 \mu_r H$ [$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_r \epsilon_0 E$]
m.m.

$B = \mu_0 \mu_r H$

TABLE 9-1 REPRESENTATIVE VALUES FOR PERMEABILITY μ_r FOR SEVERAL MATERIALS

Material	Type	μ_r
Bismuth	Diamagnetic	0.9999834
Silver	Diamagnetic	0.99998
Copper	Diamagnetic	0.999991
Vacuum	Nonmagnetic	1.00
Aluminum	Paramagnetic	1.00002
Nickel chloride	Paramagnetic	1.00004
Cobalt	Ferromagnetic	250
Nickel	Ferromagnetic	600
Mild steel	Ferromagnetic	2,000
Iron	Ferromagnetic	5,000
Mumetal	Ferromagnetic	100,000
Supermalloy	Ferromagnetic	800,000

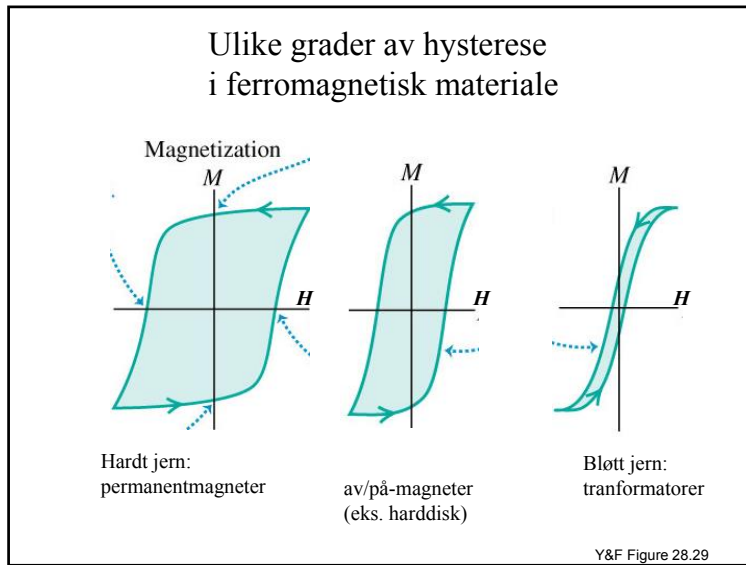
μ_r avhengig H og tid (hysterese)

IUPAC Periodic Table of the Elements

Ferromagnetiske materialer

- Ytre $H = 0$:** Magn.moment μ samordnet innenfor domener ($\sim 100 \mu\text{m}$)
- Middels H -felt:** Domener med magn.moment μ i samme retning som H vokser i størrelse
- Sterke H -felt:** Magnetisk moment innen domener roterer til $\parallel H$
=> Metning

Fig: en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_domain



Hva vi har lært:

- Magnetisk feltstyrke: $H = B/\mu_0$ (i tomrom)
- Magnetisering, definisjon: $M = \sum \mu / \text{volum}$
- Magnetisering, eksperimentelt: $M = \chi_m H$
- Totalt B -felt i magnetisk materiale:

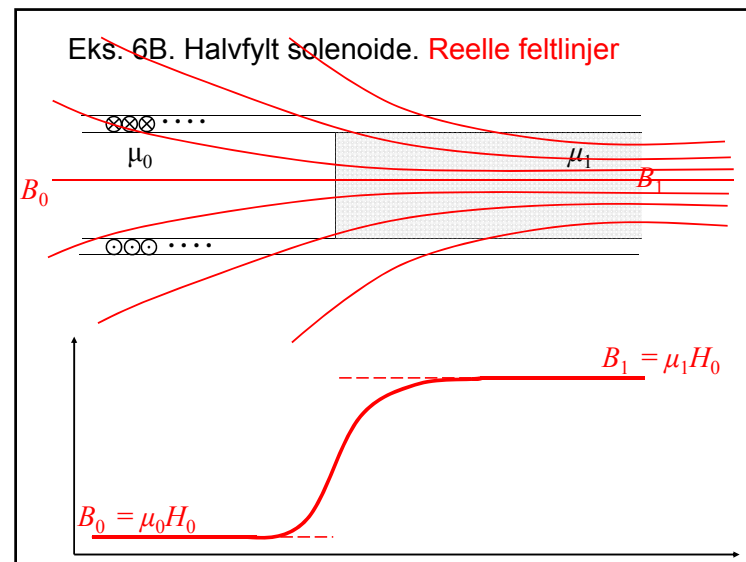
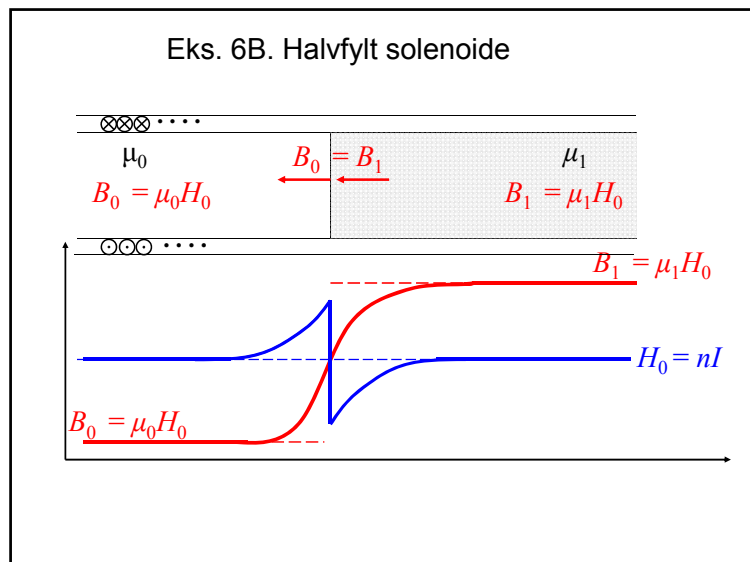
$$B = \mu_0 H + \mu_0 M$$

$$= \mu_0 H + \mu_0 \chi_m H$$

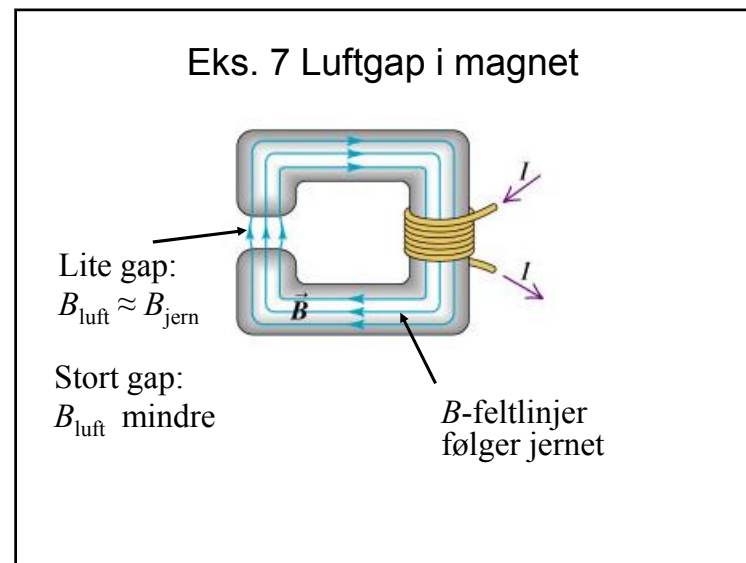
$$= \mu_0 \mu_r H, \quad \text{relativ permeabilitet: } \mu_r = \chi_m + 1$$
- Amperes lov på ny, enkel form:

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I$$

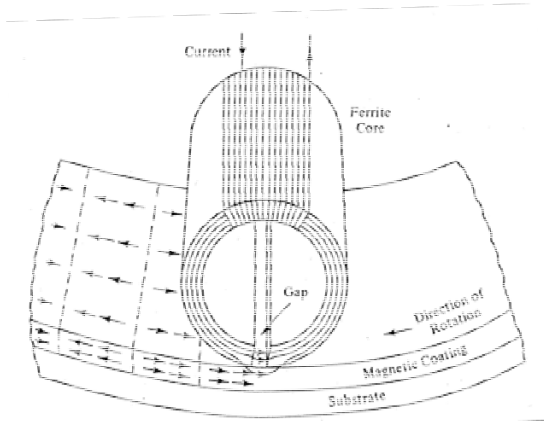
$$\text{curl } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad \Rightarrow \quad \text{curl } \mathbf{H} = \mathbf{J}$$



- Kontinuitetskrav over grenseflater (skille i μ_r):
 - 1) B_{\perp} kontinuerlig
 - 2) H_{\perp} diskontinuerlig (faktor μ_r)
 - 3) H_{\parallel} kontinuerlig
 - 4) B_{\parallel} diskontinuerlig (faktor μ_r)



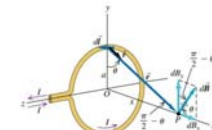
Magnetgap til bruk for å skrive på harddisk, video og lignende



Kap. 28: Oppsummering: Kilde til magnetisk felt

- Bevegelse av ladninger er kilde for magnetfelt \vec{B} .
 - Enkeltladning i bevegelse: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \times \hat{r}}{r^2}$

- Strøm i leder: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$



- Magnetfelt \vec{B} kan finnes ved integrasjon over leder fra Biot-Savarts lov
- eller ved bruk av:

- Amperes lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$$

der I er strøm innenfor den lukkede integrasjonsvegen.

Differensialform: $\text{curl } \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ $\text{curl } \vec{H} = \vec{J}$

- Viktige anvendelser: Rett leder, solenoide, m.m.

Kap. 28: Oppsummering: Magnetiske materialer

- Materialer kan magnetiseres: $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$
 - Diamagnetiske: χ_m liten, negativ
 - Paramagnetiske: χ_m liten, positiv
 - Ferromagnetiske: χ_m **stor** positiv
- Strømmer skaper magnetisk feltstyrke \vec{H} og flukstetthet: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$
 .. altså avhengig av relativ permeabilitet μ_r og dermed av materialet
- I alle tidligere formler kan vi erstatte μ_0 med $\mu = \mu_0 \mu_r$
- Kontinuitetskrav over grenseflater (skille i μ_r): [Mer i Notat 6]
 B_{\perp} kontinuerlig B_{\parallel} diskontinuerlig
 H_{\perp} diskontinuerlig H_{\parallel} kontinuerlig

Maxwells likninger i [Notat 4](#)

Integralform

Differensialform

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$$

Gauss' lov \vec{D}

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Gauss' lov \vec{B}

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

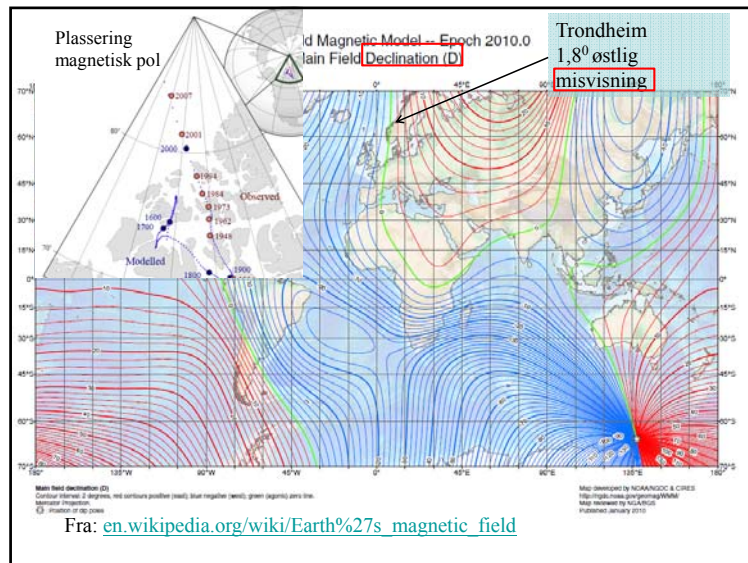
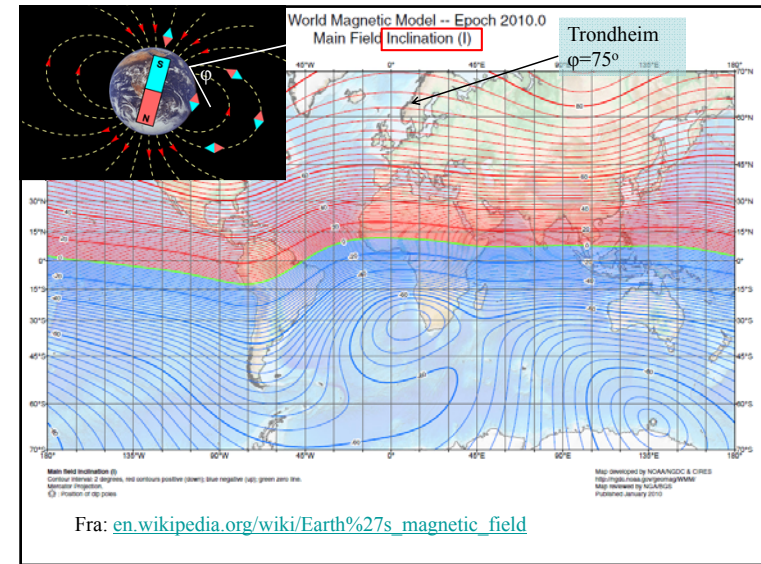
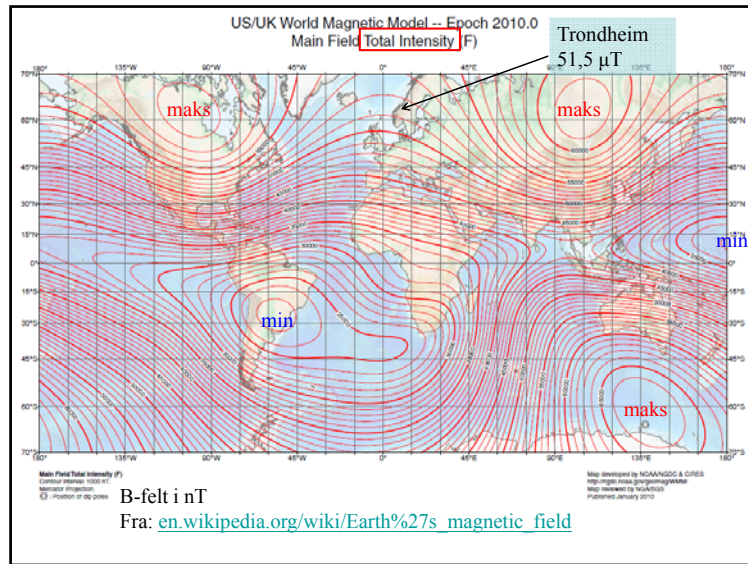
Amperes lov

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Faradays lov

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



Stokes teorem for curl:

$$\iint_S \nabla \times \vec{B} \cdot d\vec{A} = \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Σ curl på flate = sirkulasjon på omhyllingskurve

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s}}{d\vec{A}}$$