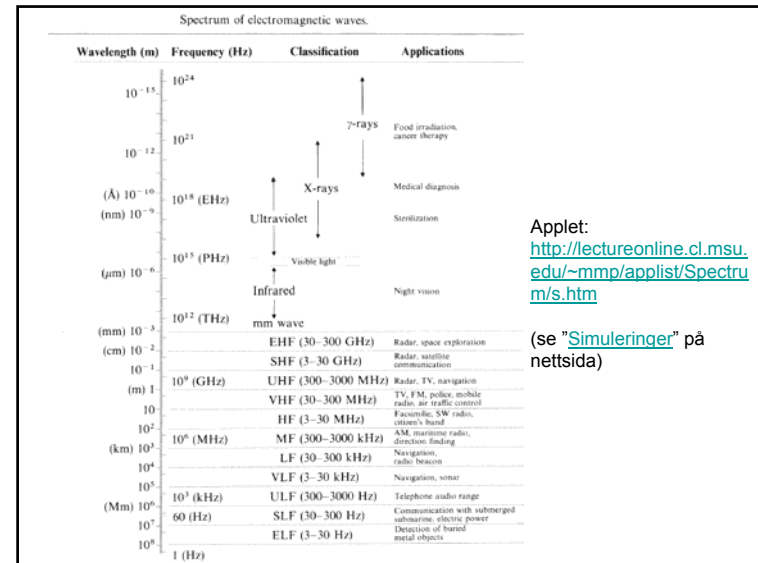


## Kap. 32: Elektromagnetiske bølger

- 32.1 Oppsummering av Maxwells likninger. Emb-spekteret. Obs: [Notat 4](#)
- 32.2 Bølgelikninga:
  1. Matematisk utledning fra Maxwells likninger
  2. "Visuell utledning"
- 32.3 Harmoniske bølger



## Maxwells likninger.

James Clerk Maxwell (1831-1879), skotsk fysiker.  
(Aberdeen, London og Cambridge)

Blant de største vitenskapsmenn ved siden av Newton og Einstein.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$



Integralform:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{Ladningsfritt} \quad (\text{Gauss' lov for } \vec{E})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{Strømfritt} \quad (\text{Gauss' lov for } \vec{B})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \quad (\text{Amperes lov})$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \quad (\text{Faradays lov}).$$

Differensialform:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{Ladningsfritt}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Strømfritt}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

**Maxwells likninger**  
(ladningsfritt og strømfritt rom)

.. gir bølgelikningene

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

$\partial^2 E / \partial x^2 = 1/c^2 \cdot \partial^2 E / \partial t^2 \quad (5)$   
 $\partial^2 B / \partial x^2 = 1/c^2 \cdot \partial^2 B / \partial t^2 \quad (6)$

- Bølgfart:**  
 $c = (\mu\epsilon)^{-1/2}$   
 -- i vakuum:  
 $c_0 = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2} = 300 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$   
 -- i dielektrikum:  
 $c = (\mu_0 \epsilon_r \epsilon_0)^{-1/2} = c_0 \epsilon_r^{-1/2} < c_0$

**Relativ permittivitet  $\epsilon_r$ , brytningsindeks  $n = c_0/c$  og lysfart  $c$  i vann ved 20 °C:**

$f/10^{14}\text{Hz}$	$\lambda / \text{nm}$	Farge	$\epsilon_r$	$n = \sqrt{\epsilon_r}$	$c/c_0 = 1/n$
0	$\infty$	(statisk $E$ )	83	-	-
4,24	707	Rød	1,7708	1,3307	0,7515
7,41	405	Fiolett	1,7924	1,3388	0,7469

**$E_y$ -bølge i positiv  $x$ -retning:**  
 $E(x,t) = E_0 \mathbf{j} \cos(kx - \omega t)$

Applet: (se "Simuleringer" på nettsida)

**$E \times B$**   
peker i forplantingsretningen

**$E_y$ -bølge i negativ  $x$ -retning:**  
 $E(x,t) = E_0 \mathbf{j} \cos(kx + \omega t)$

**Ulike planpolariseringer (eks: bølger i  $-x$ -retning)**

**Planpolarisert vertikalt (i  $y$ -retning)**  
 $E = E_y(x,t) \mathbf{j} = E_0 \mathbf{j} \cos(kx + \omega t)$   
 $B = B_z(x,t) \mathbf{k} = B_0 \mathbf{k} \cos(kx + \omega t)$

**Planpolarisert horisontalt (i  $z$ -retning)**  
 $E = E_z(x,t) \mathbf{k} = E_0 \mathbf{k} \cos(kx + \omega t)$   
 $B = B_y(x,t) \mathbf{j} = B_0 \mathbf{j} \cos(kx + \omega t)$

**$E \times B$**   
peker i forplantingsretningen

### Faradays lov:

Integrasjonsveg  $efghe$ :  $\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -d\Phi_B/dt$   
 Endring i  $\Phi_B$  pga. fiolett felt:  $-E \cdot a = B \cdot a \cdot (c dt)/dt$

(a) In time  $dt$ , the wave front moves a distance  $c dt$  in the  $+x$ -direction  
 (b) Side view of situation in (a)

### Amperes lov:

Integrasjonsveg  $efghe$ :  $\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu\epsilon \cdot d\Phi_E/dt$   
 Endring i  $\Phi_E$  pga. fiolett felt:  $B \cdot a = \mu\epsilon \cdot E \cdot a \cdot (c dt)/dt$

(a) In time  $dt$ , the wave front moves a distance  $c dt$  in the  $+x$ -direction  
 (b) Top view of situation in (a)

### Ulike polariseringer

**Planpolarisert:**  
 vertikal  $E_y(x,t)$  eller horisontal  $E_z(x,t)$

**Sirkulærpolarisert:**  
 $E$  roterer  
 $|E_y(x,t)| = |E_z(x,t)|$  men  $90^\circ$  ute av fase.  
 $B$  roterer, retning  $90^\circ$  med  $E$ .

Circular polarization: The  $\vec{E}$  vector of the wave has constant magnitude and rotates in a circle.

**Upolarisert:**  
 Ingen ordning (like mye  $E_y(x,t)$  som  $E_z(x,t)$ )

### Kap. 32. Oppsummering, Elektromagnetiske bølger

- Elektromagnetisk bølge, eks.:**  $E_y(x,t) = E_0 \cos(kx \pm \omega t)$   
 og  $B_z(x,t) = B_0 \cos(kx \pm \omega t)$
- Bølgelikning:**  $\partial^2 E/\partial x^2 = 1/c^2 \cdot \partial^2 E/\partial t^2$  og  $\partial^2 B/\partial x^2 = 1/c^2 \cdot \partial^2 B/\partial t^2$ .
- Sammenheng  $E$  og  $B$ :  $E_0 = \pm c B_0$ .
- Bølgfart vakuum:  $\omega/k = f\lambda = c_0 = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2} = 3,00 \cdot 10^8$  m/s.
- Bølgfart annet medium:  $c = (\mu\epsilon)^{-1/2} = c_0 \cdot (\mu_r \epsilon_r)^{-1/2} < c_0$ .
- Permittiviteten  $\epsilon_r$  må beregnes for aktuell frekvens:  $\epsilon_r(\omega)$ .
- Frekvenser  $f$  fra  $10^5$  Hz (radiobølger) til  $10^{22}$  Hz ( $\gamma$ -bølger).
- Bølgelengder  $\lambda$  fra 1 km (radiobølger) til  $10^{-14}$  m ( $\gamma$ -bølger).