

# Notat 1: Dielektrikum og polarisering

En del viktige begrep som ofte brukes i forbindelse med dielektriske materialer nevnes i læreboka (Young & Freedman, Ed. 13 = Y&F) i kapittel 24.4, 24.5 og 24.6, men en presentasjon av størrelser unnlates å ta med. Alle som studerer elektromagnetisme bør ha hørt om dem, derfor foreleses noe utover boka. Dette gjelder f.eks. begrepene elektrisk polarisering  $\vec{P}$  og elektrisk flukstetthet  $\vec{D}$ . Kapittel 20.5 i den norske læreboka Lillestøl, Hunderi og Lien går omtrent så langt som i forelesningene. Spesielt henvises til regneøving nr. 7. A. Mikkelsen 11. mars 2014.

## Oppsummering av definisjoner og noen likninger:

$\vec{P}$  = elektrisk polarisering (“electric polarization”), også kalt dipoltetthet fordi den kan defineres:  $\vec{P} = \frac{N\vec{p}}{\tau}$ , der  $N$  er antall dipoler  $\vec{p}$  i volumet  $\tau$ . I Y&F brukes symbolet  $\sigma_i$ . Enhet:  $[P] = C/m^2$

$\chi_e$  = elektrisk susceptibilitet. Definert ved  $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$  ( $\vec{P}$  øker proporsjonalt med  $\epsilon_0 \vec{E}$ ). Enhet:  $[\chi_e] = 1$  (dimensjonsløs)

$\epsilon$  = elektrisk permittivitet. Definert ved  $\epsilon = (1 + \chi_e)\epsilon_0$ , der  $\epsilon_0$  er tomromspermittiviteten ( $\chi_e = 0$  i tomrom). Enhet:  $[\epsilon] = C^2/Nm^2 = F/m$ .

$\epsilon_r$  = relativ permittivitet (også kalt dielektrisitetetskonstanten), definert  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0 = 1 + \chi_e$ . I Y&F brukes navnet “dielectric constant” og symbolet  $K$ . Størrelsen  $\chi_e$  brukes ikke i Y&F, men er bortgjemt som  $K - 1 = \epsilon_r - 1$ . Enhet:  $[\epsilon_r] = 1$  (dimensjonsløs, dvs. et tall).

$\vec{D}$  = elektrisk flukstetthet. Også kalt elektrisk forskyvningsvektor, men flukstetthet er et standardisert og dessuten mye bedre navn og harmoniserer med tilsvarende størrelse i magnetismen (magnetisk flukstetthet  $B$ ). Definert ved  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ , og det er mange alternative uttrykk:  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi_e \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0(1 + \chi_e)\vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$ .

## Gauss’ lov (integralform) på ulike former

Gauss’ lov med elektrisk flukstetthet blir 
$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad (1)$$

der  $Q$  er alle frie ladninger innenfor den lukkede Gaussflata. Iblant noteres høyre side  $Q_{\text{encl}}$  for å presisere ladninger innenfor Gaussflata. Og iblant også  $Q_{\text{encl, fri}}$  for å presisere at det er frie ladninger, men i forelesningene og ellers i elmagen forstås med  $Q$  (og romladninger  $\rho$ , flateladninger  $\sigma$  osv.) uten indeks, alltid frie ladninger.

Loven gjelder både for fritt rom, ledere og dielektrika. Dersom vi setter inn  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  får vi:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon} \quad (2)$$

med spesialtilfellet i luft (vakuum) når  $\epsilon = \epsilon_0$ , som vi har regnet på utallige ganger.

Med  $Q_i$  lik induerte ladninger blir Gauss’ lov for elektrisk polarisering (merk minustegnet)

$$\oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_i. \quad (3)$$

Setter vi inn sammenhengen  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  i likning (1), finner vi

$$Q = \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} + \oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \frac{Q}{\epsilon} - Q_i.$$

Siden  $Q$  er fri ladning kan  $\epsilon_0 \frac{Q}{\epsilon} = Q + Q_i = Q_{\text{tot}}$  betraktes som *total* ladning. Gauss’ lov for total ladning vil fra likning (2)  $\epsilon_0$  lyde

$$\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \frac{Q}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon_r} = Q_{\text{tot}}. \quad (4)$$

På denne formen (som er lite brukt) skal det stå  $\epsilon_0 \vec{E}$  både for vakuum og dielektriske media.

## Gauss’ lov (differensialform) på ulike former

Likningene (1)-(4) vil på differensialform lyde

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad \text{div} \vec{E} = \rho/\epsilon \quad \text{div} \vec{P} = -\rho_i \quad \text{div} \epsilon_0 \vec{E} = \rho_{\text{tot}} = \rho + \rho_i \quad (5)$$