

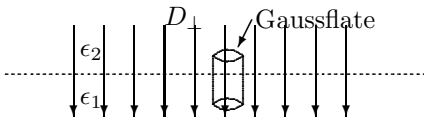
Notat 6: Grensflatevilkår ("boundary conditions")

Grensflatevilkår for \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} og \vec{H} er ikke behandlet i Young & Freedman. Lillestøl, Hunderi og Lien har en kort presentasjon i kap 28.2, Griffiths bl.a. i kap. 7.3.6. Her følger et sammendrag, omtrent så langt som i forelesninger. Anvendes bl.a. i oppgaver i regneøving 7 (D og E -felt) og regneøving 12 (B og H -felt). A.Mikkelsen 17. mars -14.

I overflata mellom to ulike medier med ulike $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ og/eller $\mu = \mu_r \mu_0$ følger vi normalkomponenten og tangential(parallell)komponenten til de ulike feltstørrelser \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} og \vec{H} , betegnet henholdsvis E_{\perp} , E_{\parallel} etc. Vi tar først de enkleste tilfellene med grensflater uten (frie) ladninger og uten overflatestrømmer:

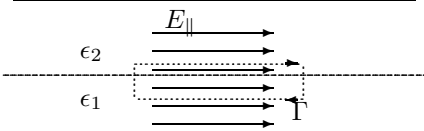
Grensflate uten ladninger og uten strømmer på overflata:

$$D_{\perp} = \text{kontinuerlig} \quad (E_{\perp} = D_{\perp}/\epsilon)$$



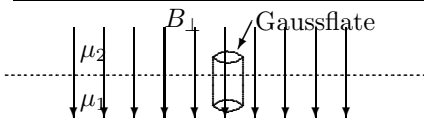
Bevis: \vec{D} har kilde/sluk i frie ladninger. Uten frie ladninger er det ingen nye feltlinjer, D_{\perp} må være kontinuerlig. Evt. ved Gauss' lov: $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = 0$ på en sylinder normalt på grensflata med en endeflate i hvert medium.

$$E_{\parallel} = \text{kontinuerlig} \quad (D_{\parallel} = \epsilon E_{\parallel})$$



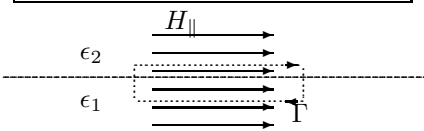
Bevis: Sirkulasjonsloven $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$. Legg inn et rektangel normalt på overflata med en langsideside (lengde ℓ) på hver side av grensflata. Se figur: $E_{\parallel,2} \cdot \ell + 0 - E_{\parallel,1} \cdot \ell + 0 = 0 \Leftrightarrow E_{\parallel,1} = E_{\parallel,2}$

$$B_{\perp} = \text{kontinuerlig} \quad (H_{\perp} = B_{\perp}/\mu)$$



Bevis: \vec{B} har ingen kilder/sluk, feltlinjene er kontinuerlige og derfor B_{\perp} kontinuerlig. Evt. ved Gauss' lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ på en sylinder normalt på grensflata med en endeflate i hvert medium.

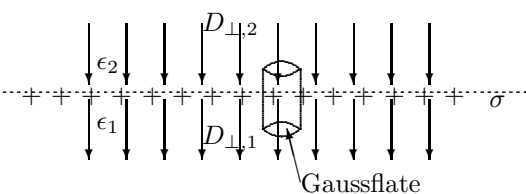
$$H_{\parallel} = \text{kontinuerlig} \quad (B_{\parallel} = \mu E_{\parallel})$$



Bevis: Sirkulasjonsloven $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I = 0$ (ingen strøm). Legg inn et rektangel normalt på overflata med en langsideside (lengde ℓ) på hver side av grensflata. Se figur: $H_{\parallel,2} \cdot \ell + 0 - H_{\parallel,1} \cdot \ell + 0 = 0 \Leftrightarrow H_{\parallel,1} = H_{\parallel,2}$

Grensflate med overflateladning σ :

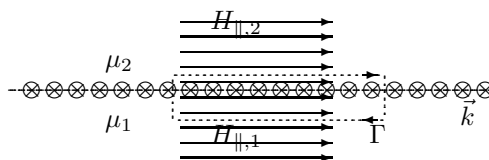
$$\Delta D_{\perp} = \sigma$$



Bevis: \vec{D} har kilde/sluk i frie ladninger. Gauss' lov: $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$ på en sylinder normalt på grensflata med en endeflate (areal A) i hvert medium: Fluks(ut) - Fluks(inn) = Q_{encl}
 $\Leftrightarrow D_{\perp,1}A - D_{\perp,2}A = \sigma A \Leftrightarrow \Delta D_{\perp} = D_{\perp,1} - D_{\perp,2} = \sigma$.
 Hvis \vec{D} -feltet i området er kun fra flateladningen σ (ingen ytre felt) må $D_{\perp,2}$ og $D_{\perp,1}$ ha motsatt fortegn (peke i hver sin retning ut fra flata) og ha størrelse $D_{\perp,2} = D_{\perp,1} = \sigma/2$.

Grensflate med overflatestrøm k (A/m) langs overflata:

$$\Delta H_{\parallel} = k \quad (H \text{ parallell med overflata og normal på overflatestrømmen } k)$$



Bevis: Sirkulasjonsloven $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$. Legg inn integrasjonsveg $\Gamma =$ rektangel normalt på overflata med en langsideside (lengde ℓ) på hver side av grensflata. Se figur:
 $H_{\parallel,1} \cdot \ell + 0 - H_{\parallel,2} \cdot \ell + 0 = k \cdot \ell \Leftrightarrow \Delta H_{\parallel} = H_{\parallel,1} - H_{\parallel,2} = k$.
 Hvis \vec{H} -feltet i området er kun fra flatestrømmen k (ingen ytre felt) må $H_{\parallel,2}$ og $H_{\parallel,1}$ ha motsatt fortegn (hver sin retning) og ha størrelse $H_{\parallel,2} = H_{\parallel,1} = k/2$.