

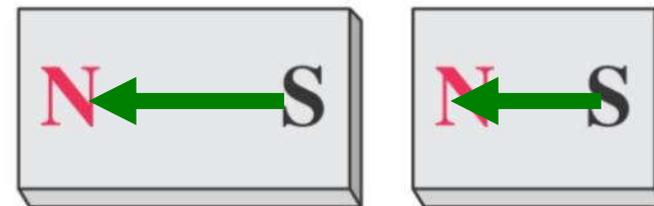
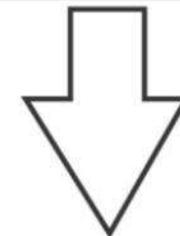
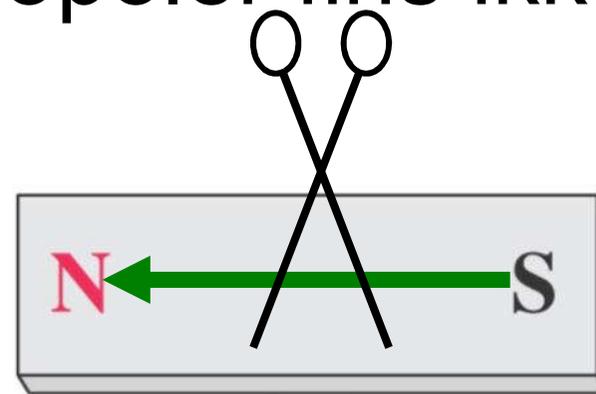
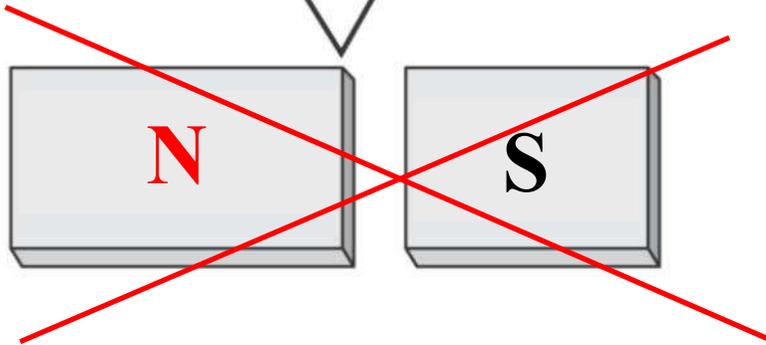
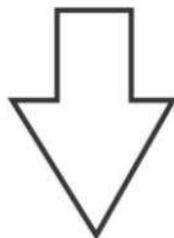
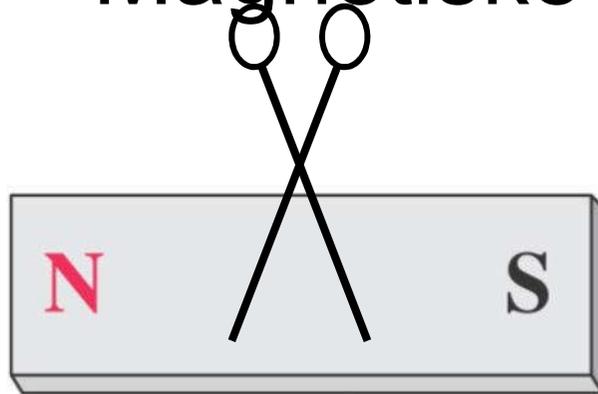
# Kap. 27

## Magnetisk felt og magnetiske krefter

### **Kortfatta målsetning:**

- Lære at permanente magneter og elektromagneter har samme årsak:
  - ladninger i bevegelse / strømsløyfer
- Bli kjent med formelapparatet i magnetostatikk, analogt til det i elektrostatikk
- Forstå at magnetiske monopoler ikke fins, kun dipoler.  
(mens elektriske monopoler fins, dvs.  $+q$ ,  $-q$ )

# Magnetiske monopoler fins ikke:



Magnet kan  
bedre  
representeres  
med en vektor<sup>2</sup>

# Kap. 27

## Kjapp historie



1000 f.Kr.: Kompass brukt i Kina og i Mexico

800 f.Kr: Magnetisk materiale i Magnesia i Hellas

Magnetitt:  $\text{Fe}_3\text{O}_4$

1270: Nord- og sydpol

1600: Jordmagnetisme beskrives

1750: Magnetisk kraft prop. med  $1/r^2$

1819-25: Vitenskapelig arbeid:

*Hans Christian Ørsted, André Ampere, Jean Baptist Biot,*

*Felix Savart, Michael Faraday, Joseph Henry*

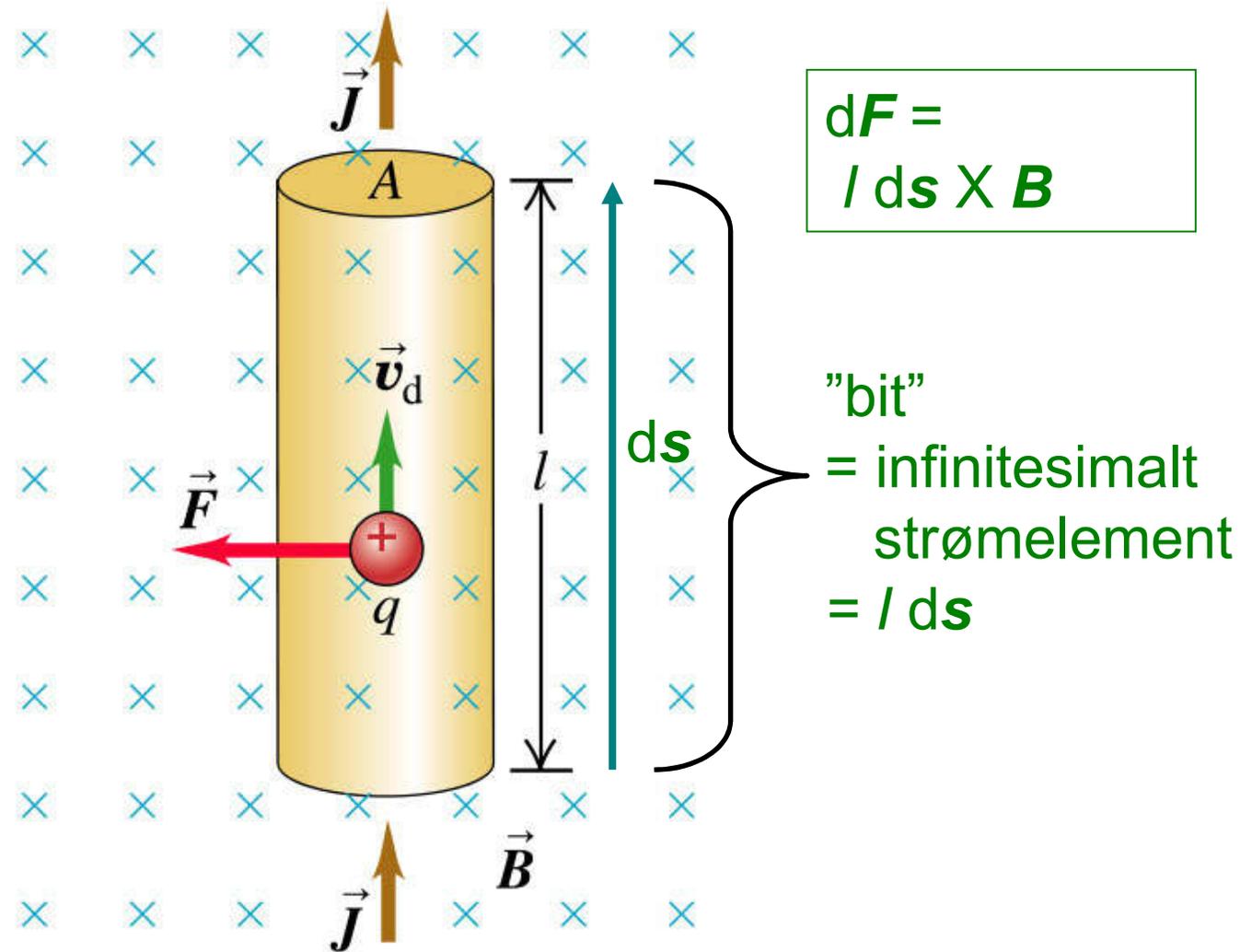
1864: Systematisering av teorien  
*v/James Clerk Maxwell.*

# Kap. 27

## Magnetisme

- **Magnetostatikk** (ingen tidsvariasjon):
  - Kap 27. Magnetiske krefter
  - Kap 28: Magnetiske kilder
- **Elektrodynamikk:**
  - Kap 29-32:
  - Tidsvariasjon: Induksjon mm.

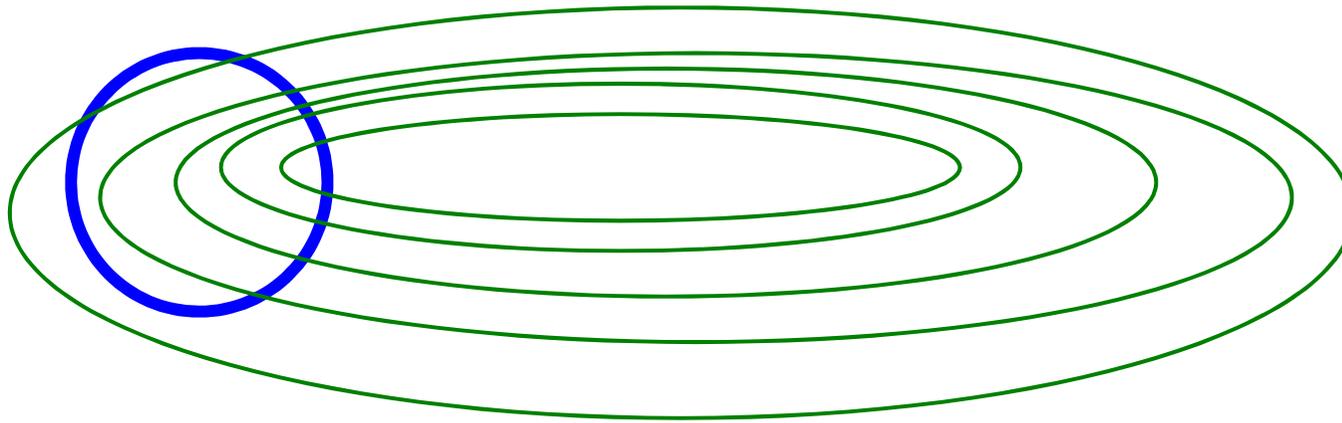
# Kraft på ledningsbit



# Gauss' lov for magnetfelt:

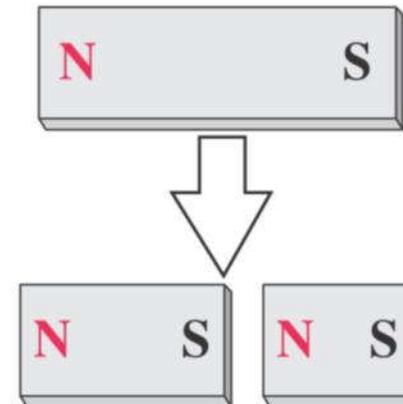
Nettofluks ut av lukka flate =  $\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$

ALLTID

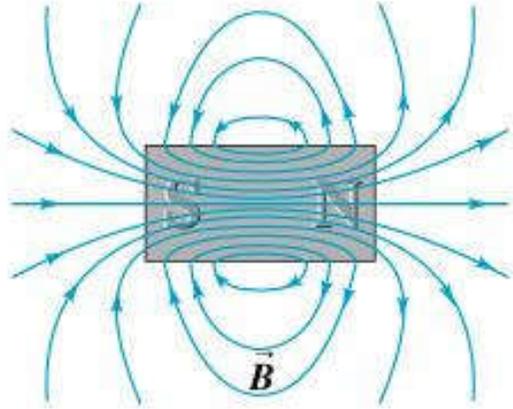


⇔ Feltlinjer er lukka kurver

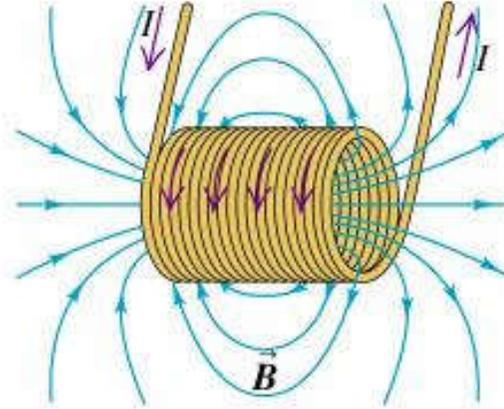
⇔ Magnetiske monopoler  
fins ikke:



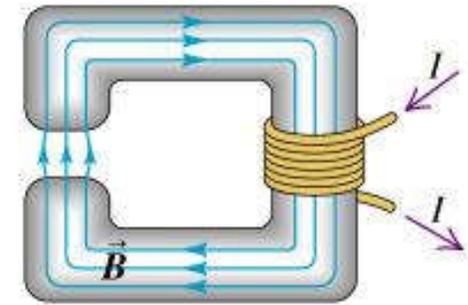
# Alle magnetiske feltlinjer er lukka kurver:



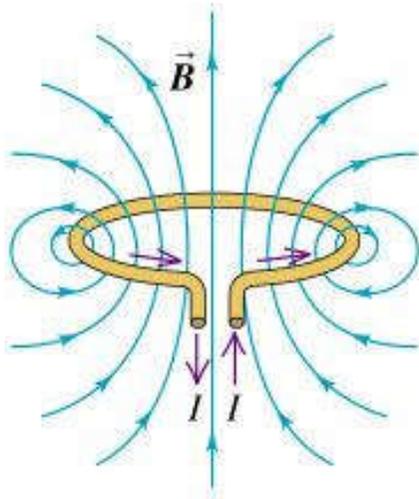
(a) Magnetic field lines through the center of a permanent magnet



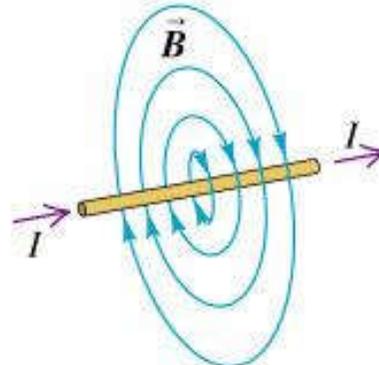
(b) Magnetic field lines through the center of a cylindrical current-carrying coil



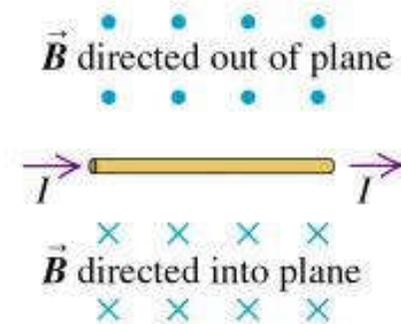
(c) Magnetic field lines through the center of an iron-core electromagnet



(d) Magnetic field lines in a plane containing the axis of a circular current-carrying loop



(e) Magnetic field lines in a plane perpendicular to a long, straight, current-carrying wire



(f) Magnetic field lines in a plane containing a long, straight, current-carrying wire

## Kap. 27: Magnetisk felt og magnetiske krefter

$$\mathbf{F}_B = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (27.2)$$

(magnetisk flukstetthet  $\mathbf{B}$  defineres fra denne kraftvirkningen)

Lorentzkrafta = elektrisk kraft + magnetisk kraft:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = \underbrace{q \mathbf{E}}_{\text{(i ro og i bevegelse)}} + \underbrace{q \mathbf{v} \times \mathbf{B}}_{\text{(i bevegelse)}} \quad (27.4)$$

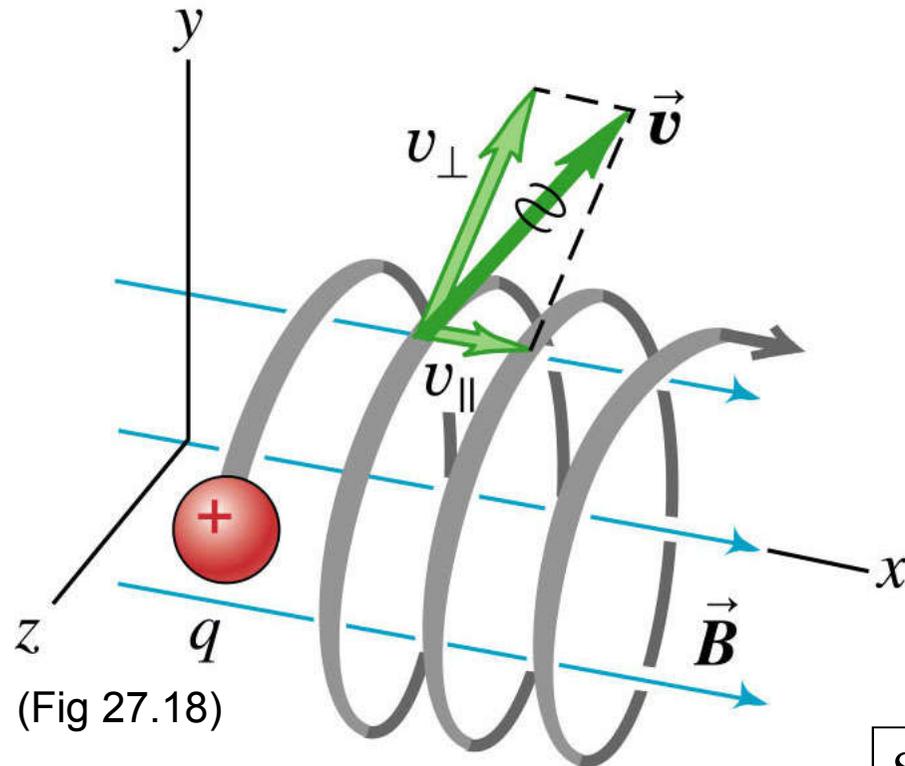
$\mathbf{E}$  kan øke farten (og energien).

$\mathbf{B}$  kan kun endre *retningen* for  $\mathbf{v}$ , ikke energien, fordi  $\mathbf{F}_B \perp \mathbf{v}$

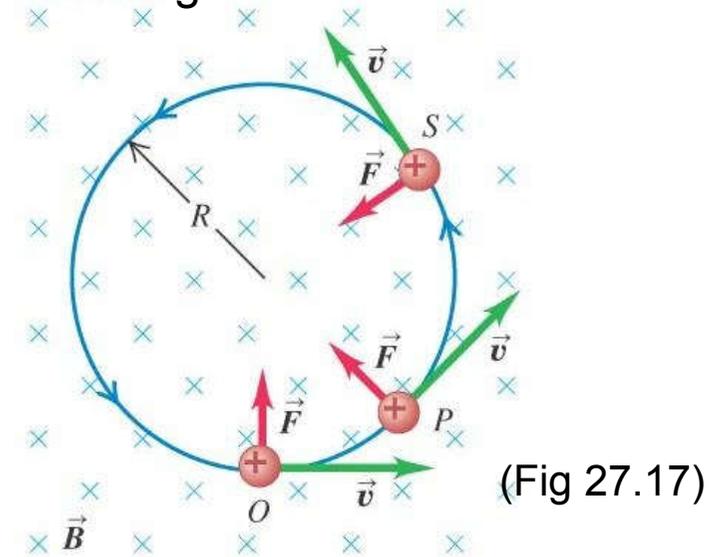
- Kraft på lederbit med lengde  $ds$ :  $d\mathbf{F} = I ds \times \mathbf{B}$
- Magnetiske feltlinjer
- Magnetisk fluks:  $\Phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$
- Gauss lov for  $B$ -feltet  $\Phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \Leftrightarrow$  magn. monopoler finnes ikke
- Bevegelser av ladninger i  $B$  og  $E$ -felt, med eksempler/anvendelser:
  - Hastighetsfilter
  - Thomsons  $e/m$ -eksperiment
  - Massespektrometer
- Kraftmoment på strømsløyfe
- Magnetisk moment  $\boldsymbol{\mu} = I \cdot \mathbf{A}$

# Heliksformet bane pga.

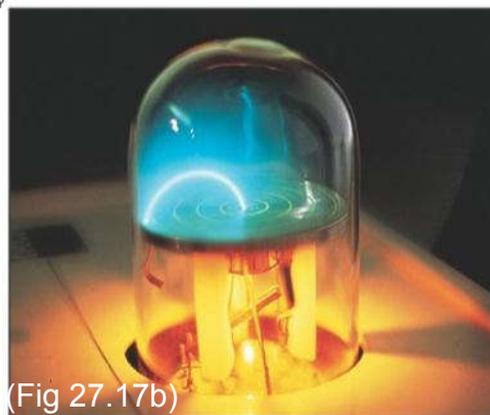
Lorentzkrafta  $F = (q E + ) q v \times B$



Sett langs x-akse:



Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley



Syklotronradius:  $R = mv_{0z}/qB$  (27.11)

Syklotronfrekvens:  $\omega = qB/m$  (27.12)

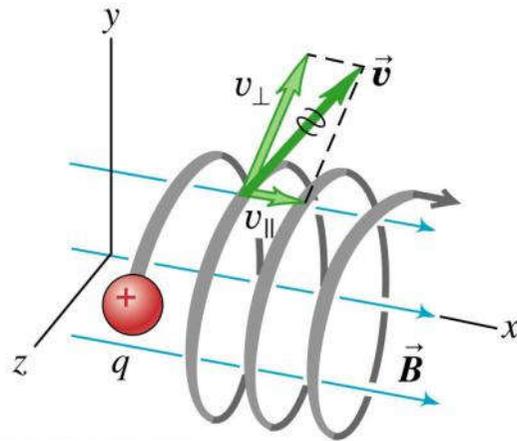
Syklotronperiode:  $T = 2\pi / \omega$

Elektronstråle i magnetisk felt

Laboppgave 3

# Heliksformet bane.

## Eksempel (Ex. 27.4)



Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison-Wesley

### Eksempel på tallstørrelser:

$$B_x = 0,50 \text{ T}$$

$$v_{0x} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{0z} = 2,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Proton:

$$q = +e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Finn:

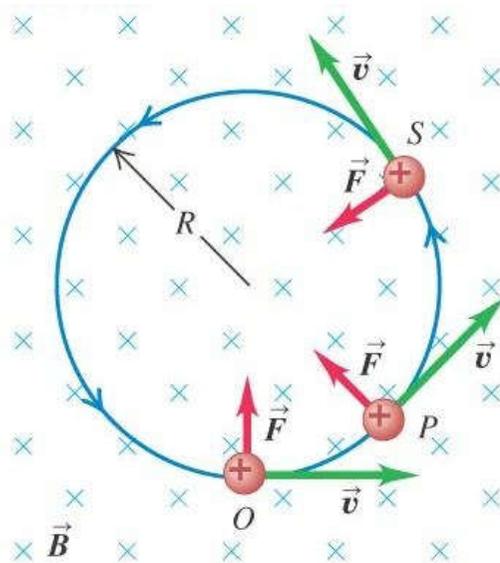
- Syklotronradius  $R$
- Syklotronfrekvens  $\omega$
- Heliksens stigning ( $\Delta x$  per omdreining)

$$\begin{aligned} \text{a) Syklotronradius (27.11): } R &= mv_{0z} / qB_x \\ &= 4,2 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Frekvens (27.12): } \omega &= v_{0z} / R \quad (= qB_x / m) \\ &= 4,8 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}, \end{aligned}$$

$$\text{dvs. periode } T = 2\pi / \omega = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$\text{c) } \Delta x = v_{0x} T = 20 \text{ mm per periode } T$$



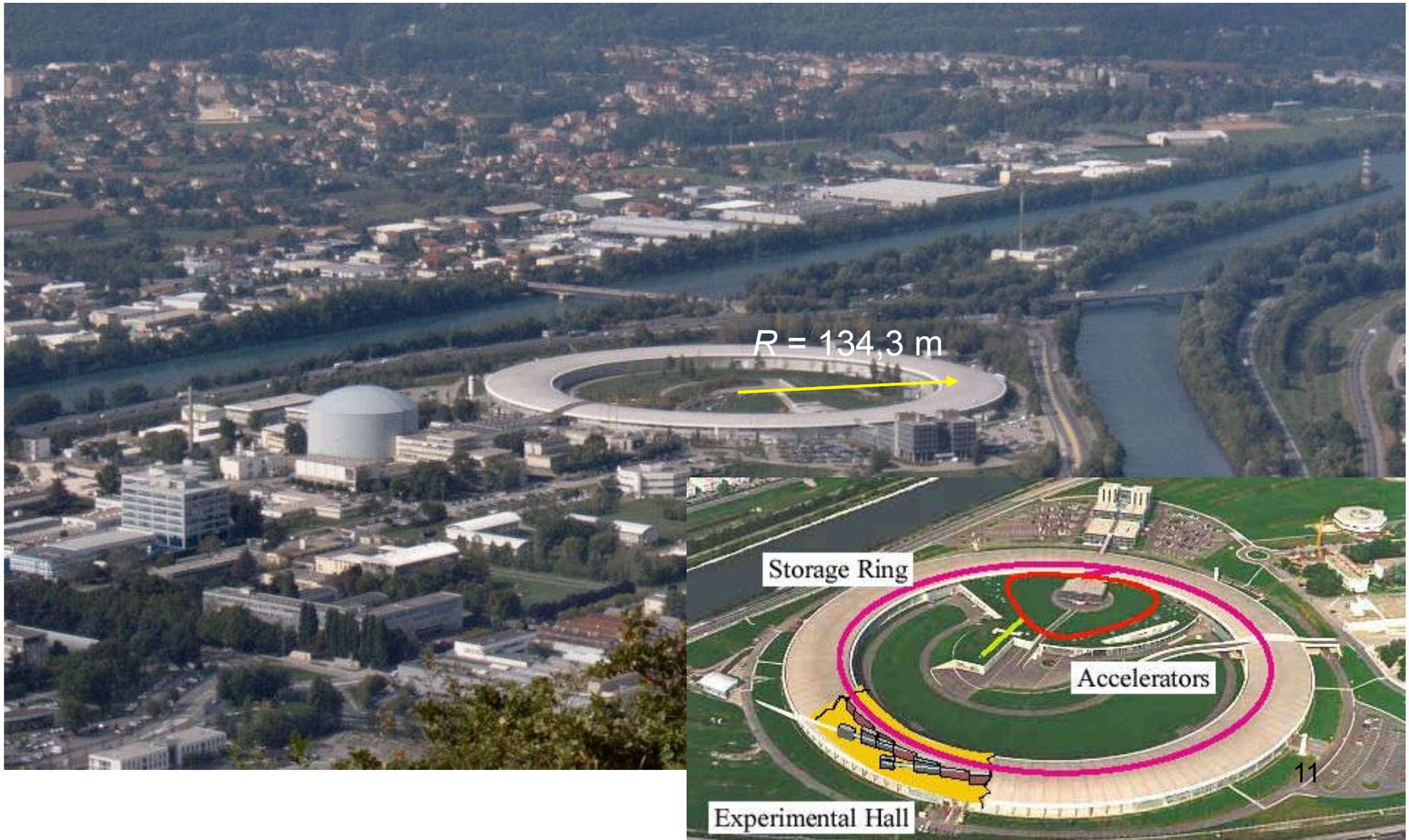
Kraft og aks.:

$$F = |\mathbf{F}| = qv_{0z} B_x = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

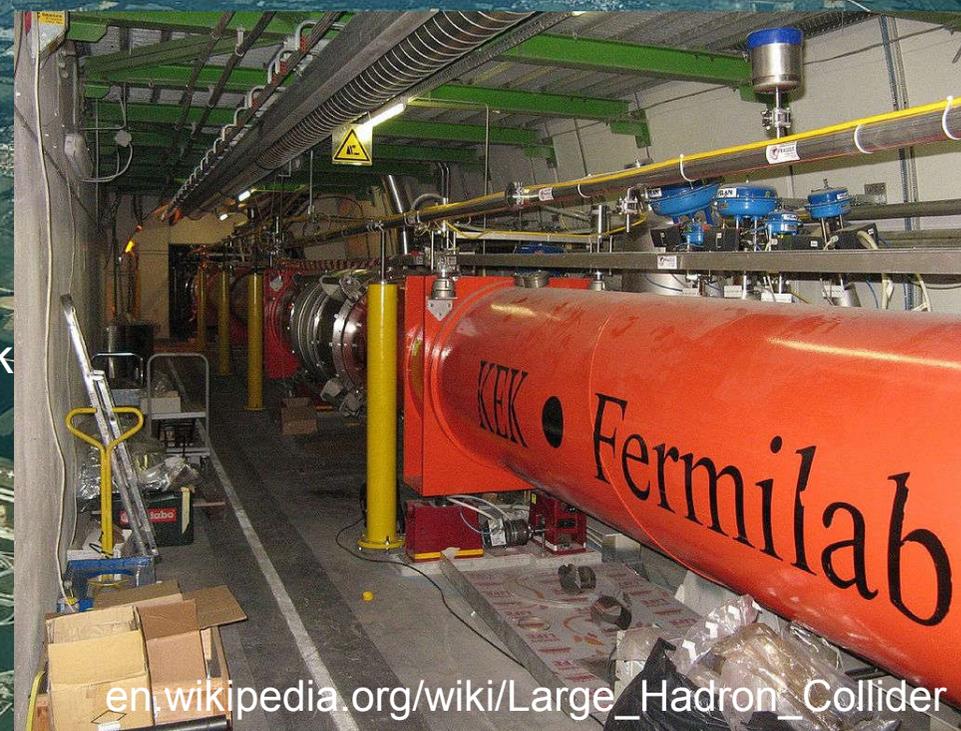
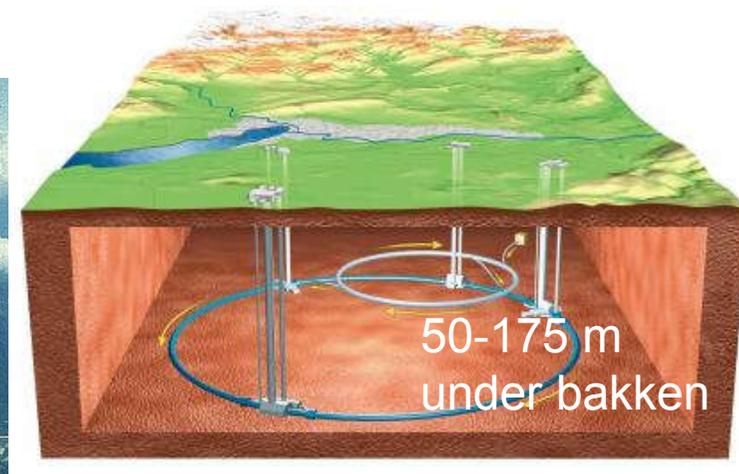
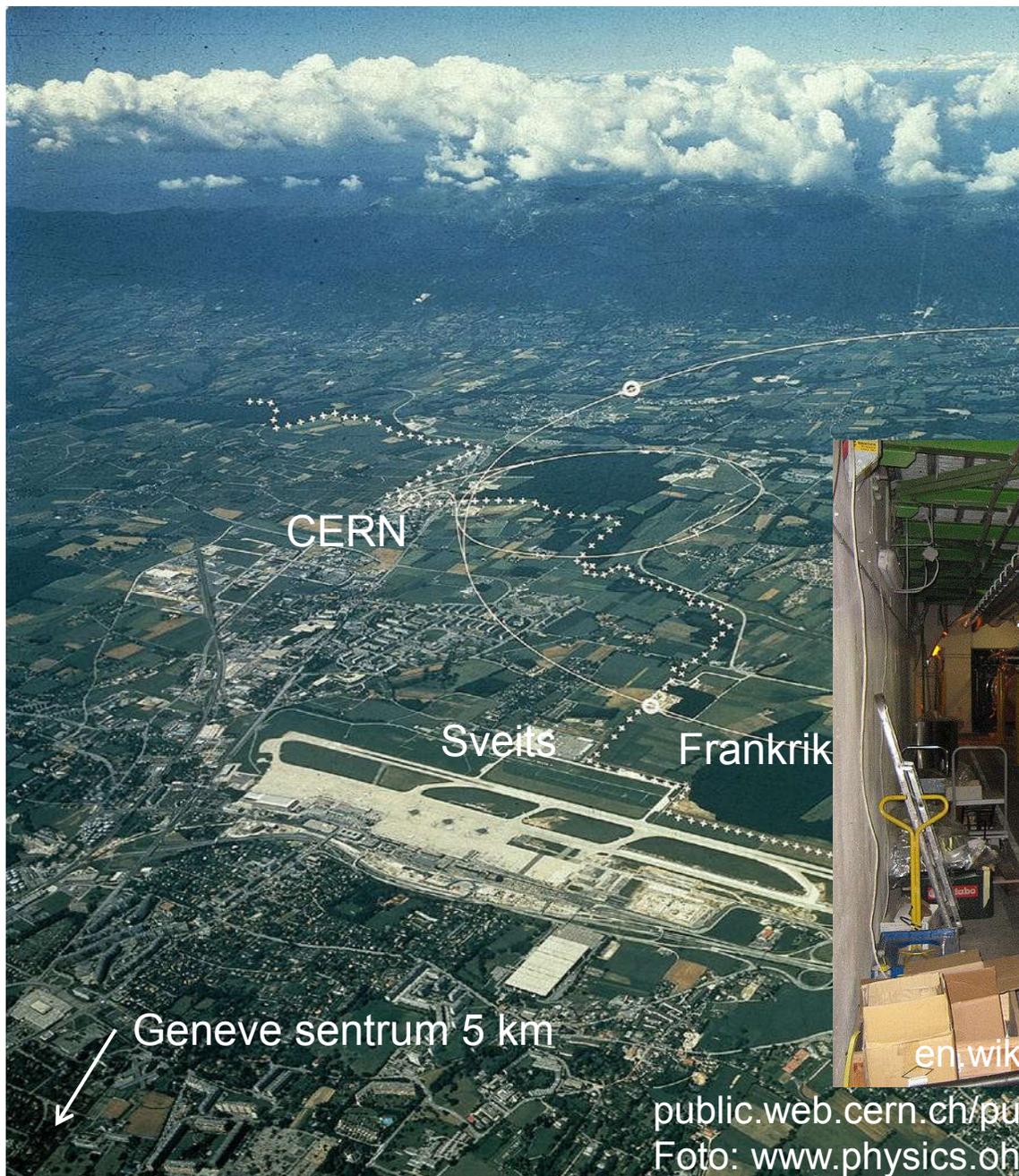
$$\text{Aksel} = a = F/m = 9,6 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$$

# ESRF

(European Synchrotron Radiation Facility)  
Grenoble, France.

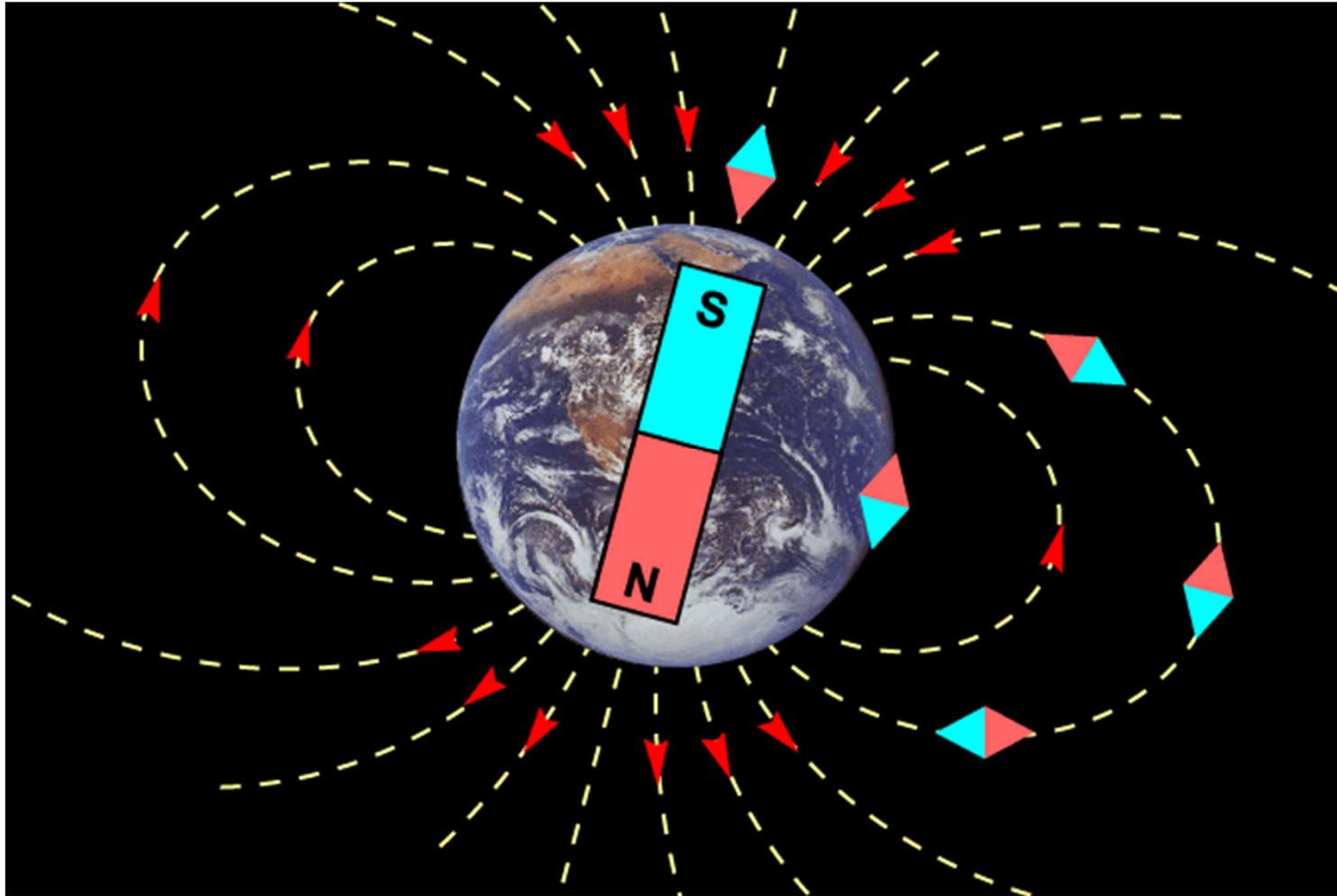


LHC = Large Hadron Collider, Cern, Geneve. 2008.

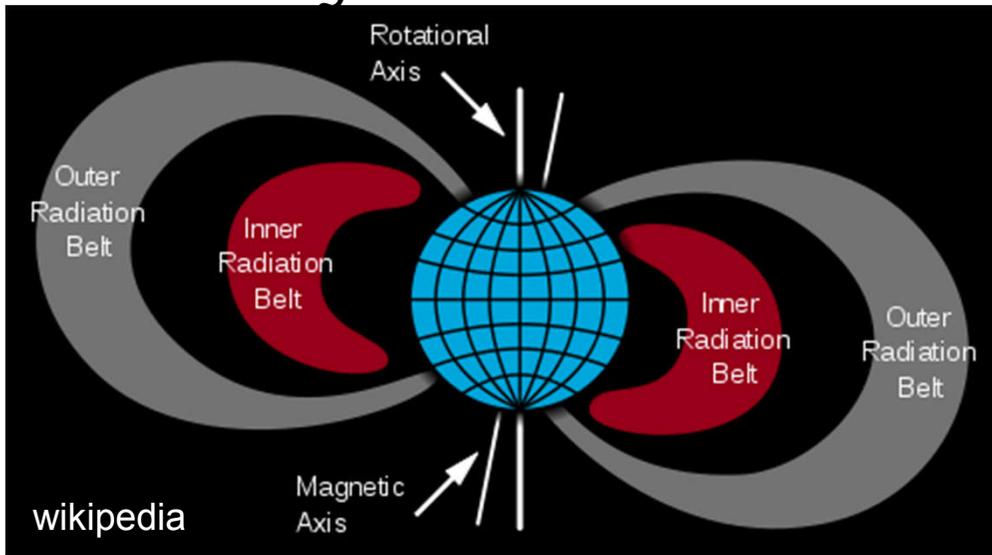


[en.wikipedia.org/wiki/Large\\_Hadron\\_Collider](https://en.wikipedia.org/wiki/Large_Hadron_Collider)  
[public.web.cern.ch/public/en/lhc/LHC-en.html](https://public.web.cern.ch/public/en/lhc/LHC-en.html)  
Foto: [www.physics.ohio-state.edu/~ling/group/cms.html](http://www.physics.ohio-state.edu/~ling/group/cms.html)

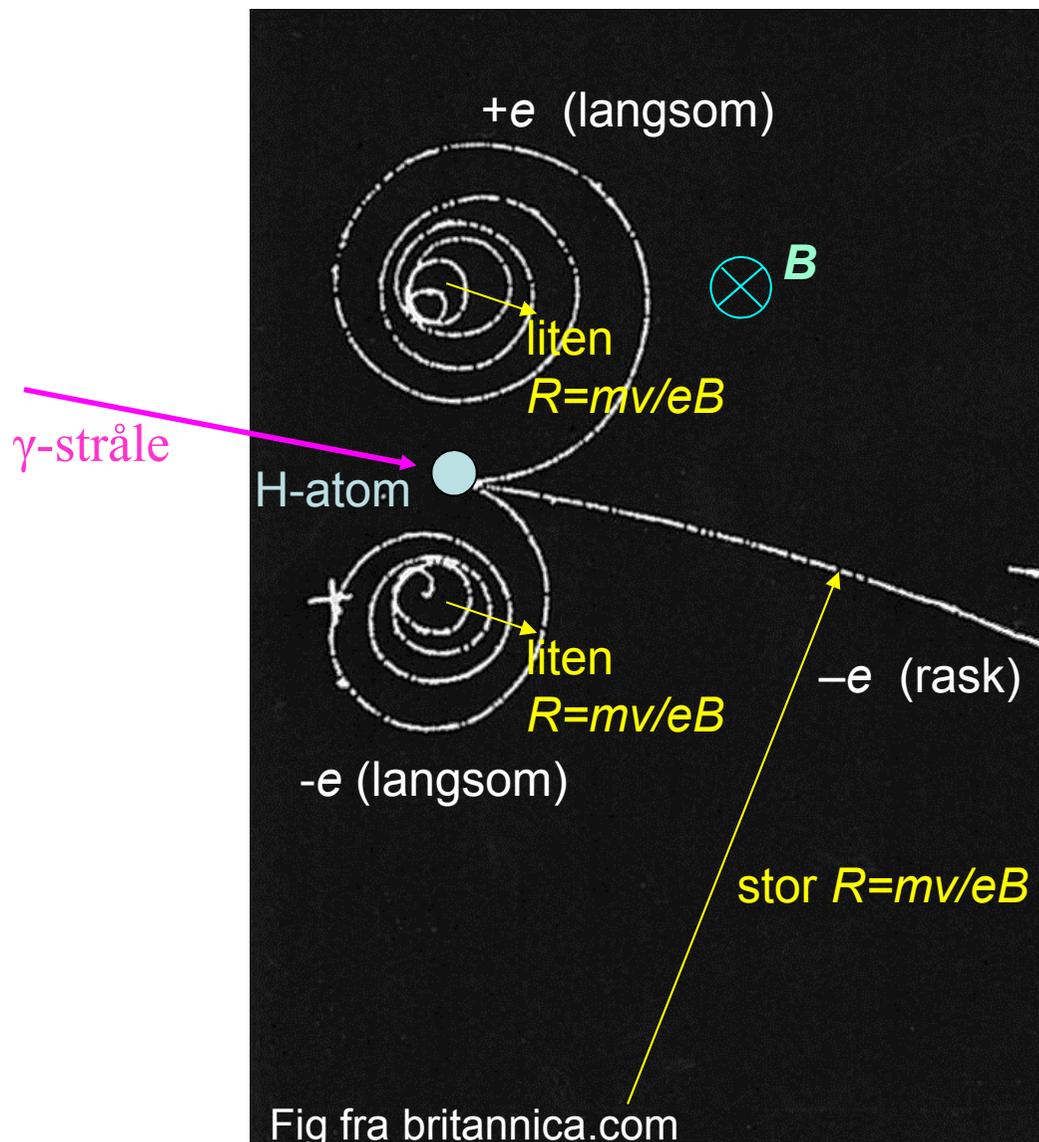
# Magnetfeltlinjer rundt jorda



# Nordlys i “van Allen strålingsbelter”

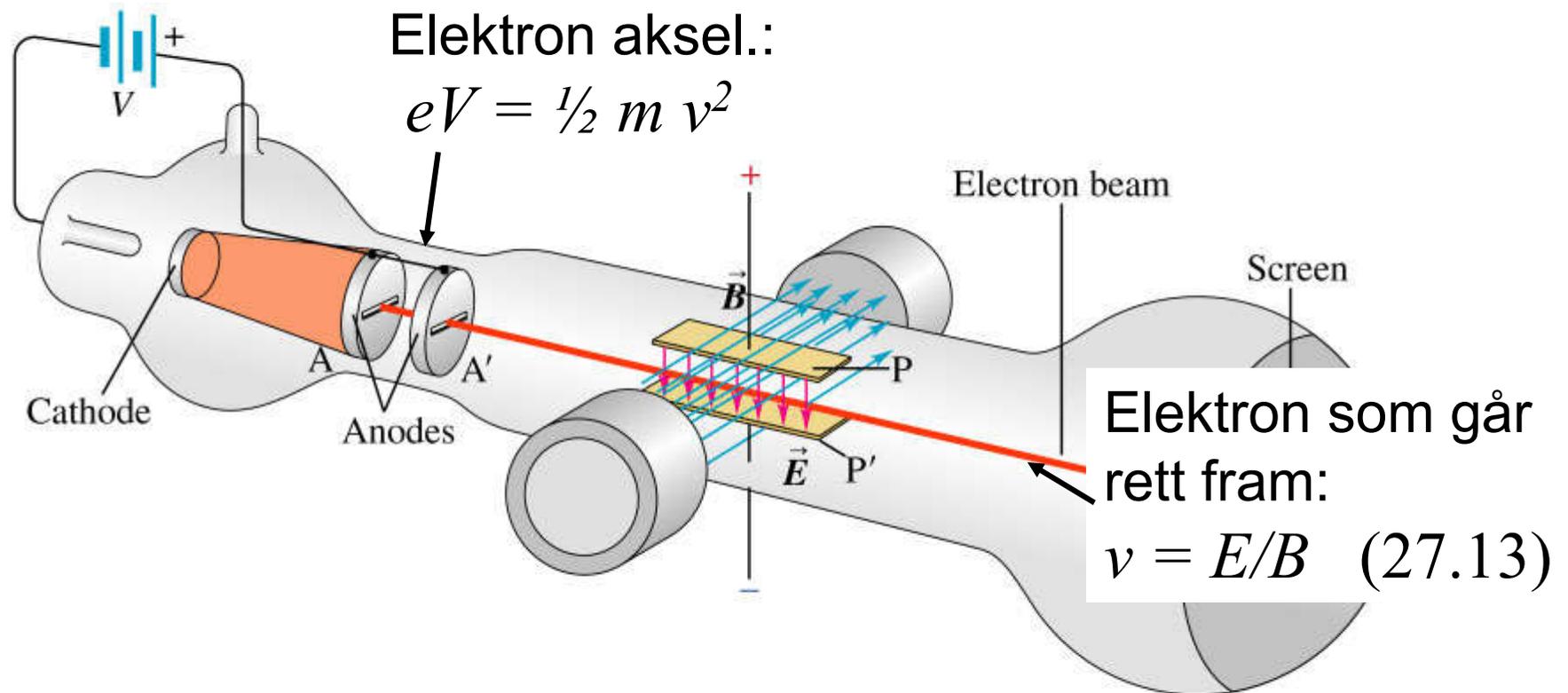


$\gamma$ -stråle + H-atom  $\rightarrow$   
 proton + elektron(rask) + elektron(langsom) + positron(langsom)



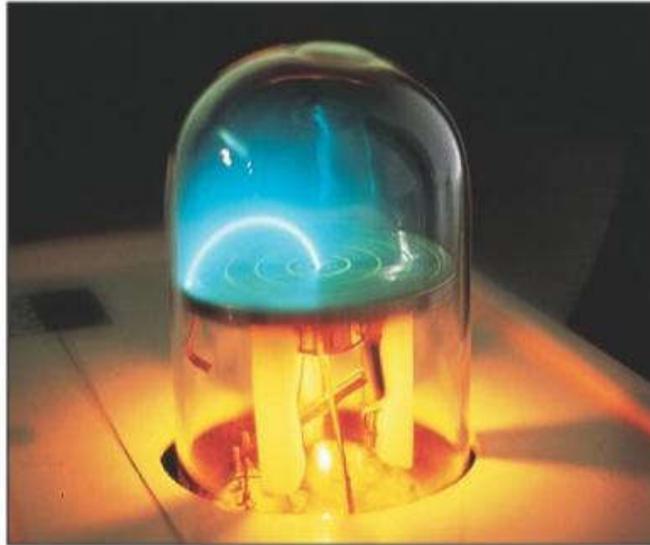
# Thomsons $e/m$ -eksperiment

Resultat («fasit»):  $e/m = 1,758820174 \cdot 10^{11}$  C/kg

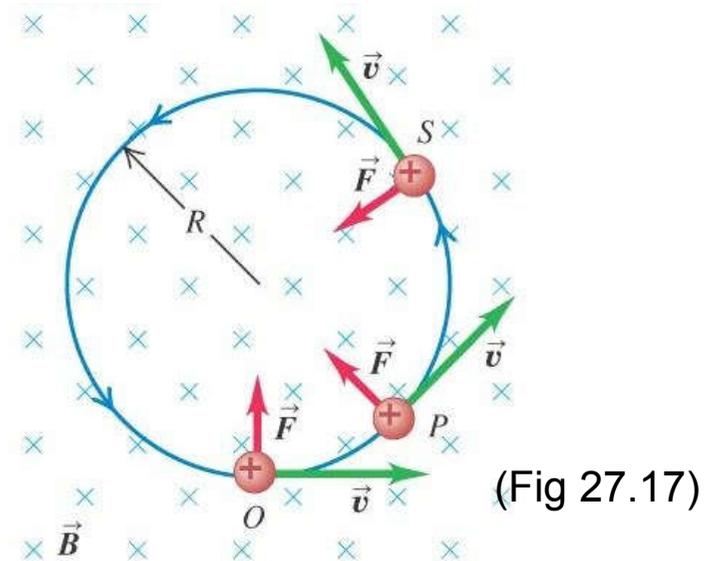


(Fig 27.23) Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

# Laboppgave 3: Lorenz-krafta: Bestemmelse $e/m$ for elektroner



(Fig 27.18)



(Fig 27.17)

Måler syklotromradius  $R$  med linjal

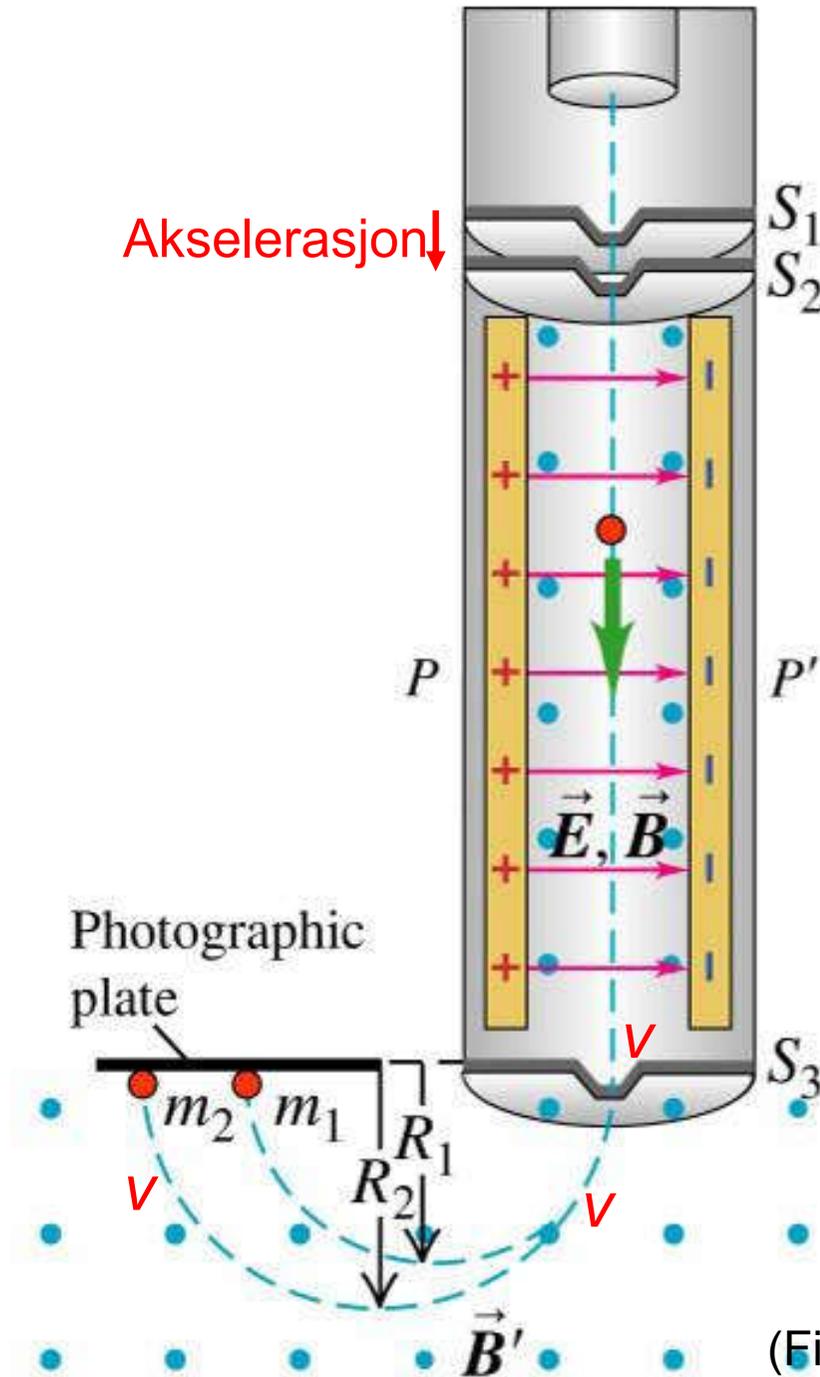
$$R = mv_0/qB \quad (27.11) \quad \text{og} \quad eV = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$\Rightarrow$

$$e/m = 2V/(R^2B^2)$$

Masse-  
spektrometer  
=  
hastighetsfilter  
+  
sirkelbaner  
for IONER

(Øving 9, opg. 3)



(Fig 27.24)

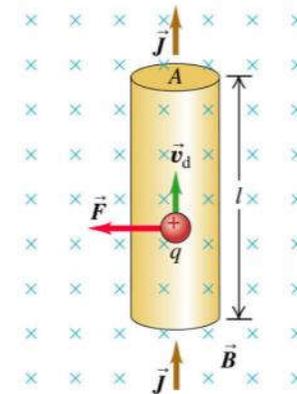
## 27.2 Kraft og moment på strømsløyfe

- Kraft på lederbit med lengde  $ds$ :

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B} \quad (27.20)$$

- Kraft på ledning i homogent felt:

$$\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (27.19)$$



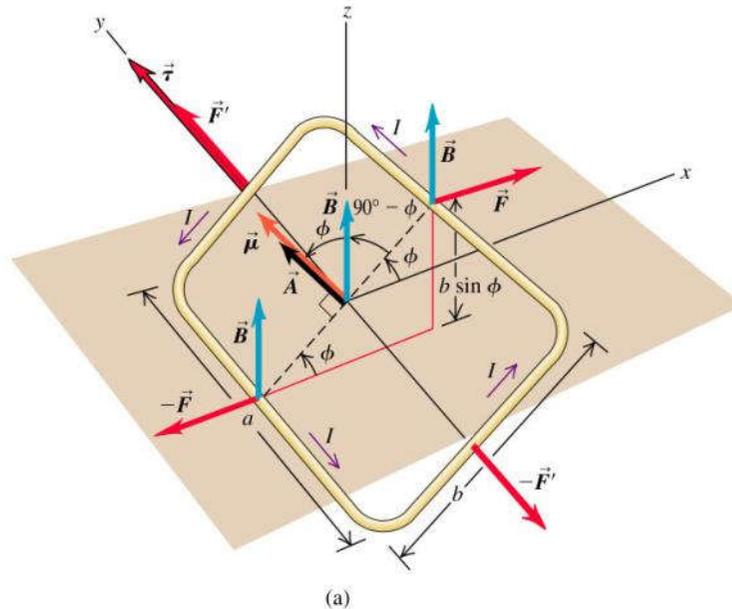
### Koherente SI-enheter med egne symboler

Fra Angell og Lian:

Symbol	Navn (uttale)	Definisjon	Enhet for
A	ampere (ampær)	s. 11	elektrisk strøm
Bq	becquerel (bekkrell)	$Bq = s^{-1}$	radioaktivitet
C	coulomb (kulåmm)	$C = As$	elektrisk ladning
cd	candela (kanndela)	s. 11	lysstyrke
F	farad	$F = C/V = A^2s^4/(kg m^2)$	kapasitans
Gy	gray (grei)	$Gy = J/kg = m^2/s^2$	absorbert dose
H	henry	$H = Vs/A = Wb/A = kg m^2/(s^2A^2)$	induktans
Hz	hertz	$Hz = s^{-1}$	frekvens
J	joule (jul)	$J = Nm =Ws = kg m^2/s^2$	energi
K	kelvin (kellvinn)	s. 11	termodynamisk temperatur
kg	kilogram	s. 11	masse
lm	lumen	$lm = cd sr$	lysfluks
lx	lux	$lx = lm/m^2 = cd sr/m^2$	belysning
m	meter	s. 11	lengde
mol	mol	s. 11	stoffmengde
N	newton (njutn)	$N = kg m/s^2$	kraft
Pa	pascal (paskall)	$Pa = N/m^2 = kg/(m s^2)$	trykk, spenning
rad	radian (radian)	$rad = m/m = 1$	vinkel
S	siemens (simens)	$S = A/V = \Omega^{-1} = s^3A^2/(kg m^2)$	konduktans
Sv	sievert (sivert)	$Sv = J/kg = m^2/s^2$	doseekvivalent
s	sekund	s. 11	tid
sr	steradian	$sr = m^2/m^2 = 1$	romvinkel
T	tesla (tessla)	$T = Wb/m^2 = kg/(s^2 A)$	magnetisk flukstetthet
V	volt	$V = W/A = J/C = kg m^2/(s^3 A)$	elektrisk potensial
W	watt (vatt)	$W = J/s = kg m^2/s^3$	effekt
Wb	weber (veber)	$Wb = Vs = kg m^2/(s^2 A)$	magnetisk fluks
$\Omega$	ohm (om)	$\Omega = V/A = S^{-1} = kg m^2/(s^3 A^2)$	resistans
1	en	1	antall, forholdet mellom to

Siste =  
ved grunn-  
enheter

# Kraft og kraftmoment på rektangulær ledersløyfe



Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

(Fig 27.31)

Nettokraft:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

Kraftmoment:

$$\tau = I a b B \sin \Phi = \mu B \sin \Phi$$

der magnetisk moment:

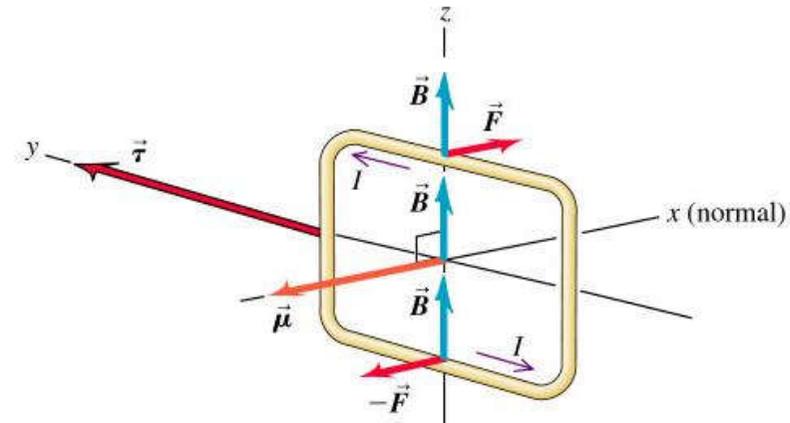
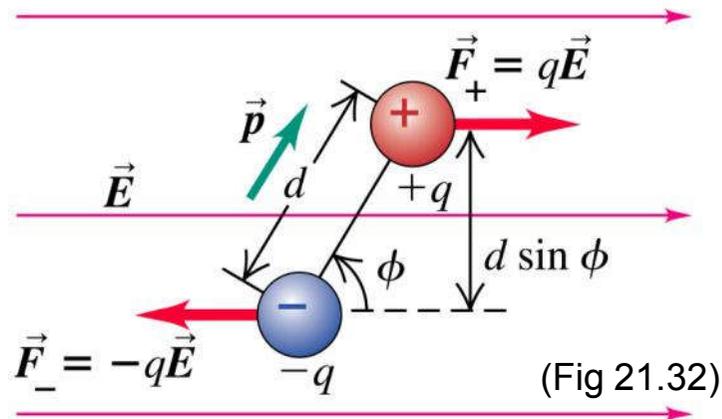
$$\mu = I \cdot (\text{areal}) = I \cdot ab$$

Med vektorer:

$$\tau = \mu \times B$$

der  $\mu = I \cdot A$

# Analogi mellom elektrisk dipol $\mathbf{p}$ og magnetisk dipol $\boldsymbol{\mu}$



Kraft  $\mathbf{F} = q \mathbf{E}$

Kraft  $\mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$

Kraftmoment  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$

Kraftmoment  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$

Pot.energi  $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$

Pot.energi  $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$

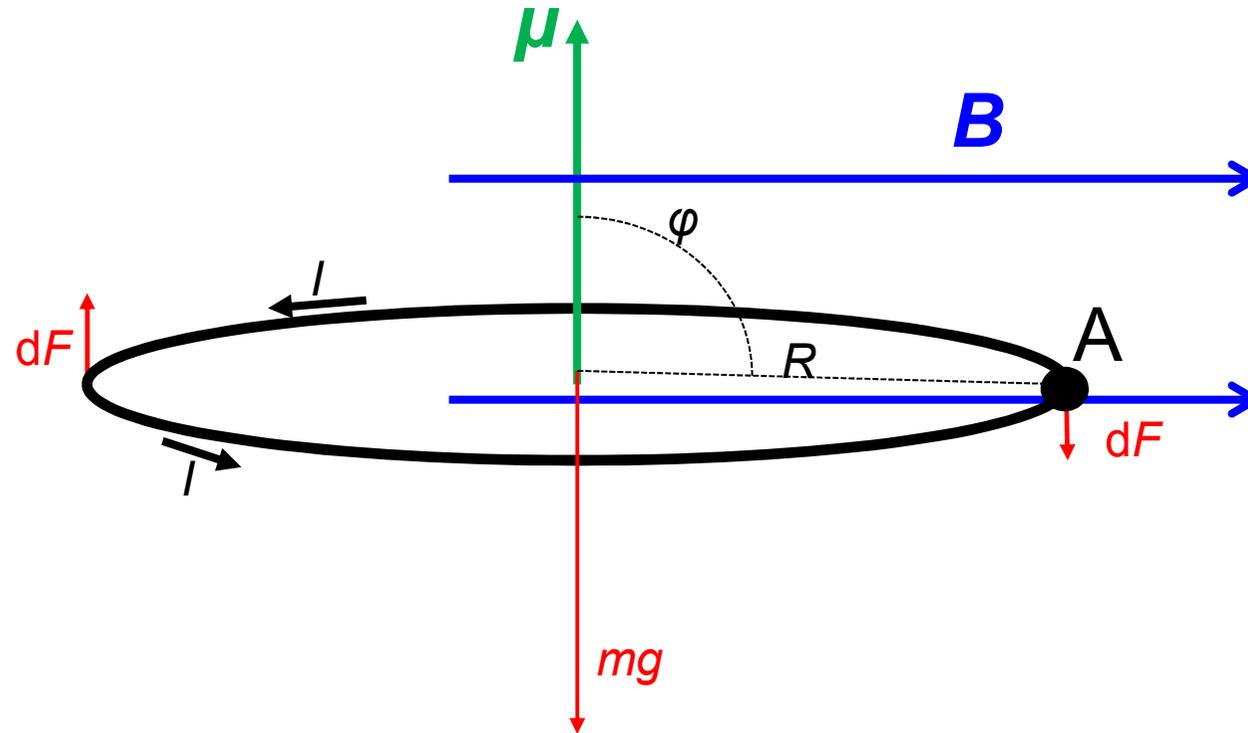
$\mathbf{p}$  søker seg paral. med  $\mathbf{E}$   
(lavest energi)

$\boldsymbol{\mu}$  søker seg paral. med  $\mathbf{B}$   
(lavest energi)

Elektrisk monopol OK.

Magnetisk monopol utenkelig.

Eks. 1. Horizontal strømsløyfe med  $I = 30\text{ A}$   
Hvor sterk horizontal  $\mathbf{B}$  for å vippe strømsløyfa?

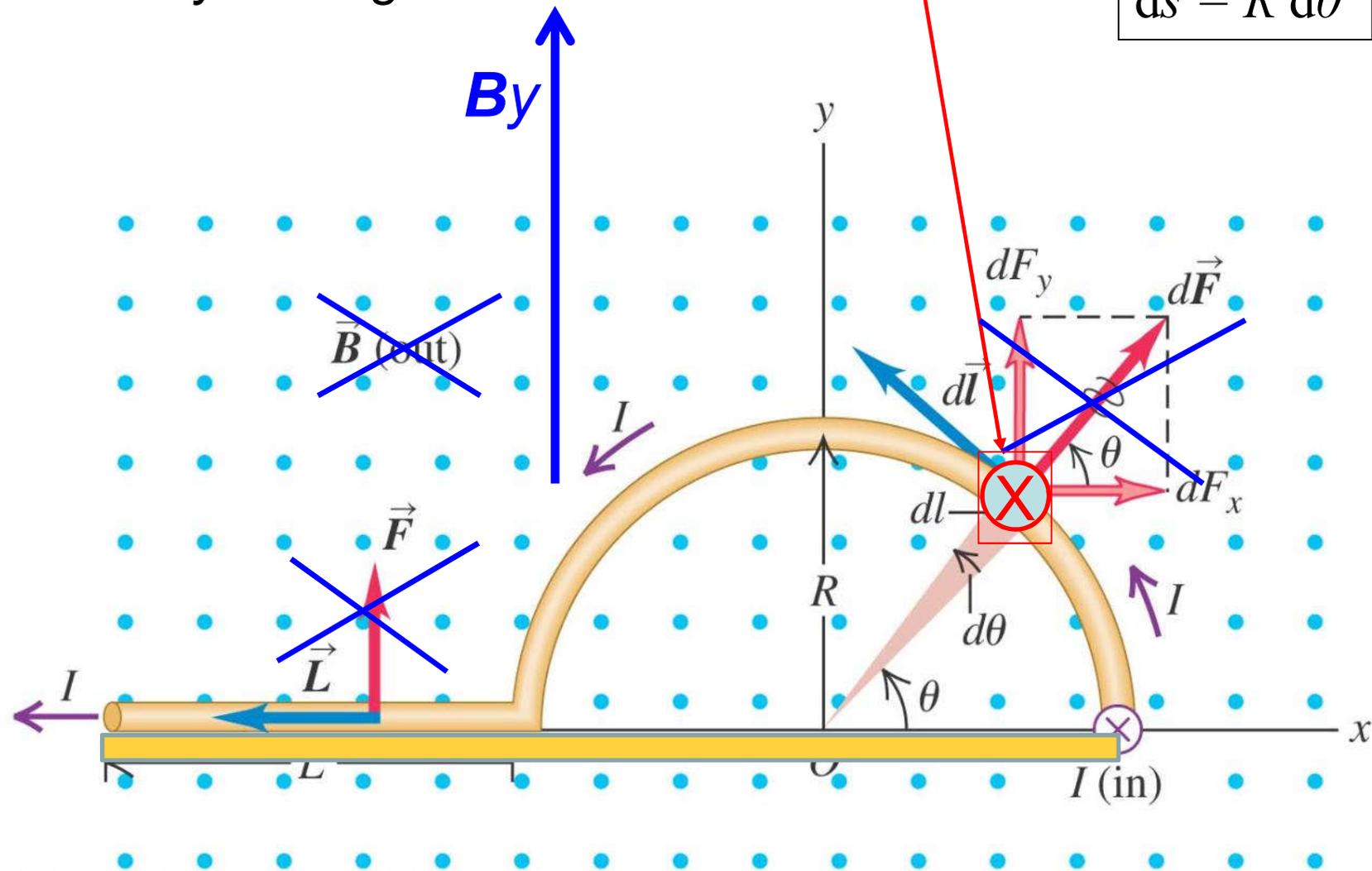


Eks. 2 Halvsirkel.  
 Y&F Ex. 27.8:  $\mathbf{B}$  normalt papirplan  
 her:  $\mathbf{B}$  i y-retning

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

$$\Rightarrow dF_z = -I ds B \sin \theta$$

$$ds = R d\theta$$



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

Figure 27.30

Eks. 2 Halvsirkel:  $\mathbf{B}$  i y-retning  
 Y&F Ex. 27.8:  $\mathbf{B}$  normalt papirplan

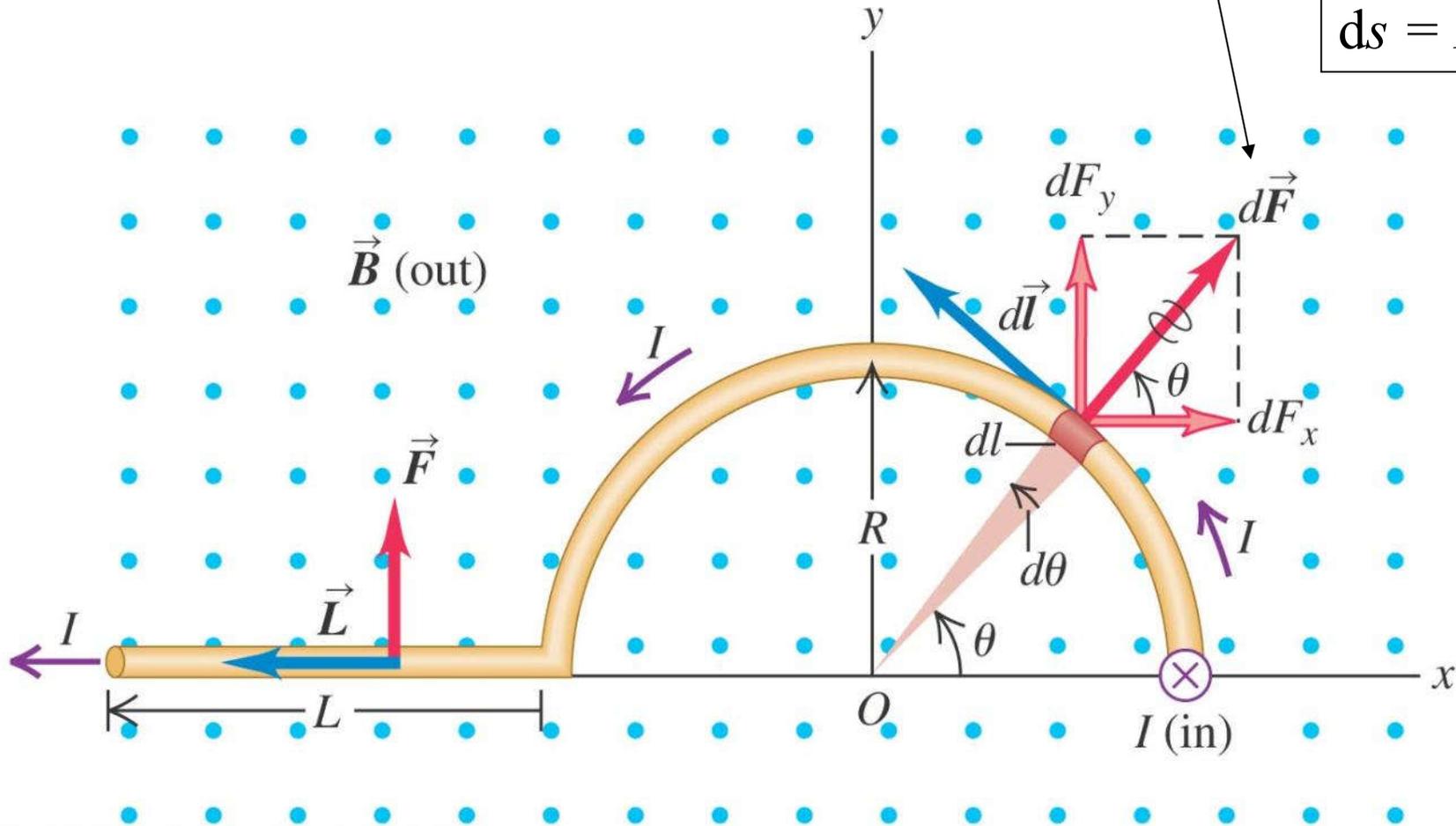
$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

$$d\mathbf{s} \perp \mathbf{B}$$

$$dF_x = I ds B \cos \theta$$

$$dF_y = I ds B \sin \theta$$

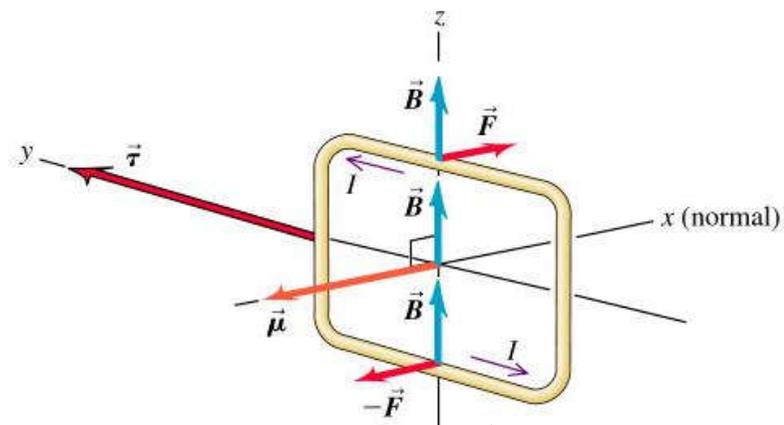
$$ds = R d\theta$$



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

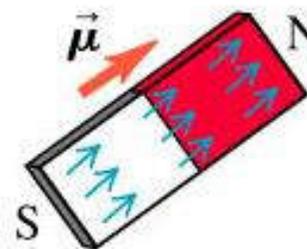
Figure 27.30

Strømsløyfe innrettes i et magnetisk felt,

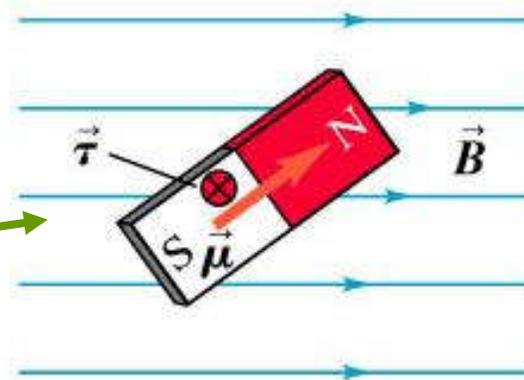


Magnetisk moment  $\mu$  innrettes langs  $B$

slik vil også magnet (f.eks. kompassnål) innrettes i et magnetisk felt

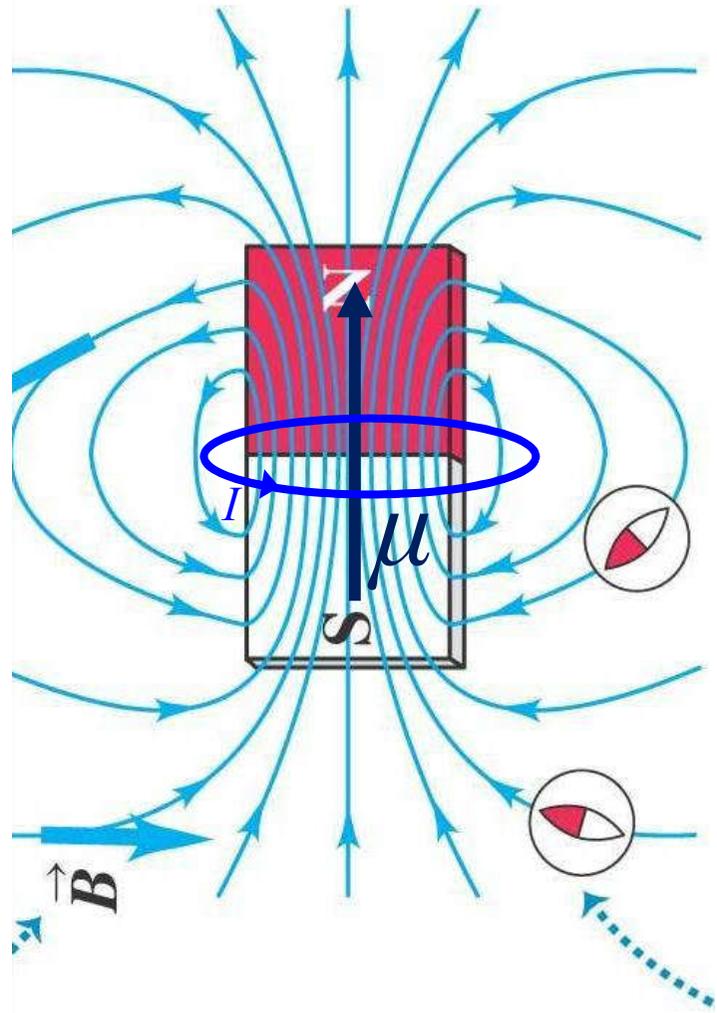


(b)



(c)

(Fig 27.37)



(Fig 27.11)<sup>27</sup>

# Kap. 27: Magnetisk felt og magnetiske krefter

- Lorentzkrafta = elektrisk kraft + magnetisk kraft:

$$\mathbf{F} = q \mathbf{E} + q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

(magnetisk flukstetthet  $\mathbf{B}$  defineres fra denne kraftvirkningen)

- Kraft på lederbit med lengde  $ds$ :  $d\mathbf{F} = I ds \times \mathbf{B}$
- Magnetiske feltlinjer
- Magnetisk fluks:  $\Phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$
- Gauss lov for  $B$ -feltet
- Bevegelser av ladninger i  $B$  og  $E$ -felt, med eksempler/anvendelser:

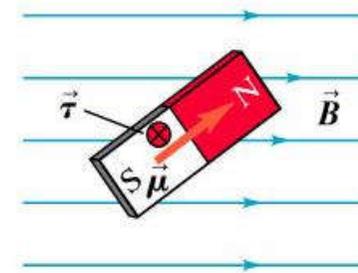
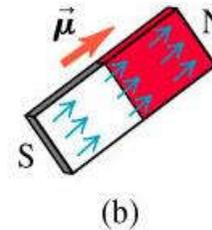
- Hastighetsfilter
- Thomsons  $e/m$ -eksperiment
- Massespektrometer

- Kraftmoment på strømsløyfe
- Magnetisk moment  $\boldsymbol{\mu} = I \cdot \mathbf{A}$
- 2 eksempler

- Kraft i **inhomogene  $B$ -felt** ←

- DC-motorer
- Hall-effekt

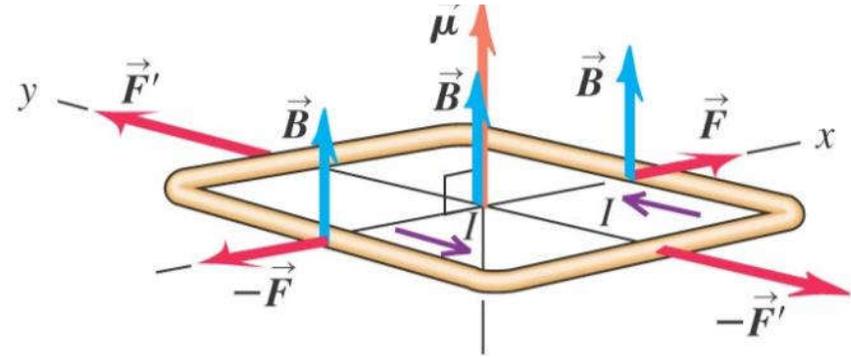
- Tips øving; diverse oppgaver.



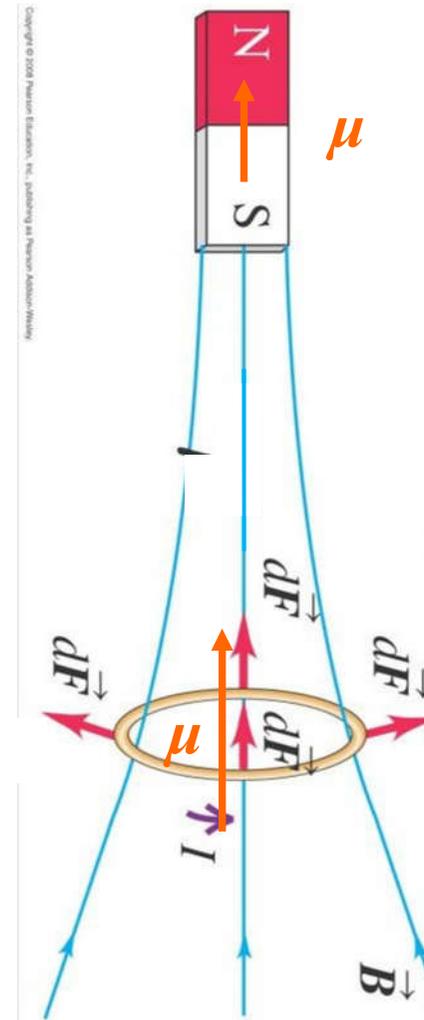
(c) (Fig 27.37)

Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

Homogent magnetfelt:  
 Dreiemoment  $\tau$ , men  
 ingen nettokraft  
 (translasjonskraft)

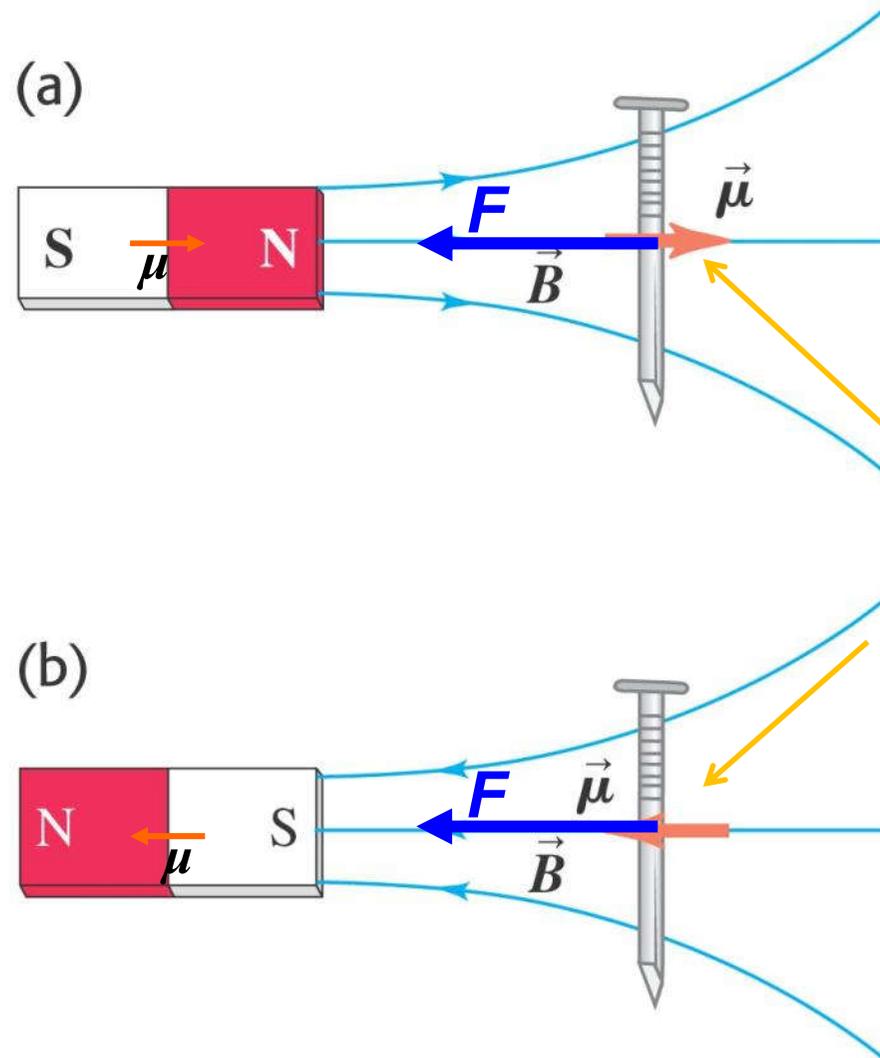


Inhomogent magnetfelt:  
 Nettokraft på strømsløyfe  $\neq 0$  :



(Fig 27.36)

Jern tiltrekkes både S-pol og N-pol.  
Feltet må være inhomogent.



P.g.a. indusert  $\mu$   
parallellt med  $B$

# Kap. 27: Oppsummering: Magnetisk felt og magnetiske krefter

- Lorentzkrafta = elektrisk kraft + magnetisk kraft:

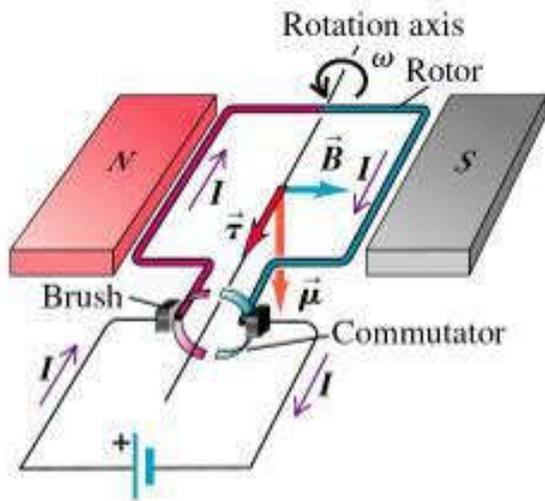
$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

(magnetflukstetthet  $\mathbf{B}$  defineres fra denne)

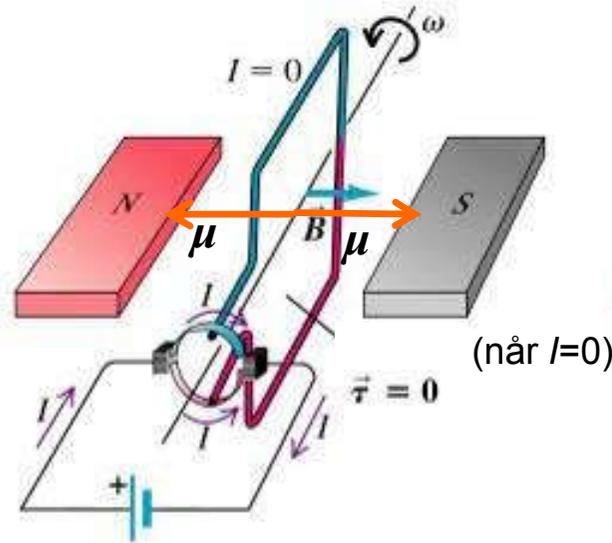
- Kraft på lederbit med lengde  $d\mathbf{s}$ :  $d\mathbf{F} = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$
- Magnetisk fluks:  $\Phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$
- Magnetisk kilde ("magnet") angis ved alternativt:
  - 1) **N/S-pol** Monopol (separat S eller N) fins ikke.
  - 2) **Feltlinjer**: Lukka kurver, fra N→S ytre og S→N indre.
  - 3) **Magnetisk moment**  $\mu$ . Høyrehåndsregel, eller: i retning S→N.
- $\mu = I\mathbf{A}$ ,  $N$  strømsløyfer med areal  $A$ :  $\mu = N I \mathbf{A}$
- Kraftmoment på magnetisk moment i  $B$ -felt,  $\tau = \mu \times \mathbf{B}$ , innretter momentet langs  $B$ -feltet og momentet har potensiell energi:  $U = -\mu \cdot \mathbf{B}$
- Jern tiltrekkes både S-pol og N-pol.  $B$ -feltet må være inhomogent.
- Anvendelser:

Hastighetsfilter, Thomsons e/m-eksperiment, katodestrålerør, massespektrometer, syklotron, DC-motor, Hall-effekt.

# 27.8. Likestrømsmotor (DC-motor)

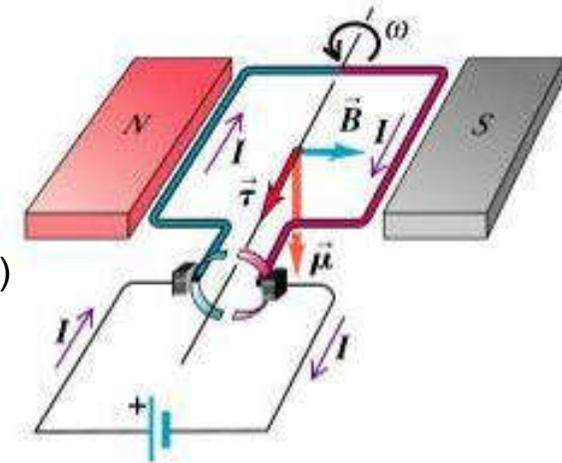


$\mu$  dreies mot  $B$   
Maks. dreiemoment  $\tau$



$\mu \parallel B$   
Null dreiemoment  $\tau$   
(flyter på tregheten).

Strømretning endres



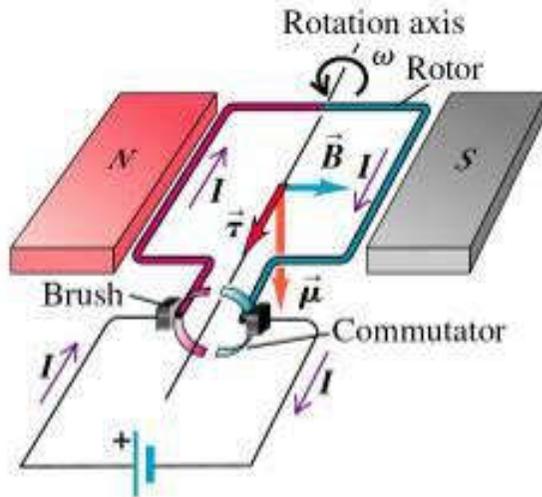
Maks. dreiemoment  $\tau$

(Fig 27.39)

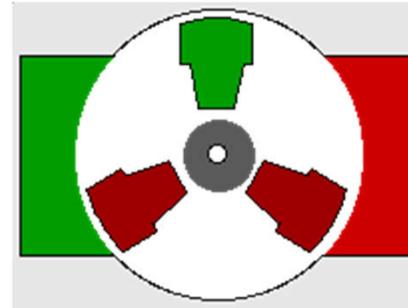
Simulering:

<http://www.walter-fendt.de/ph14e/electricmotor.htm>

# DC-motor



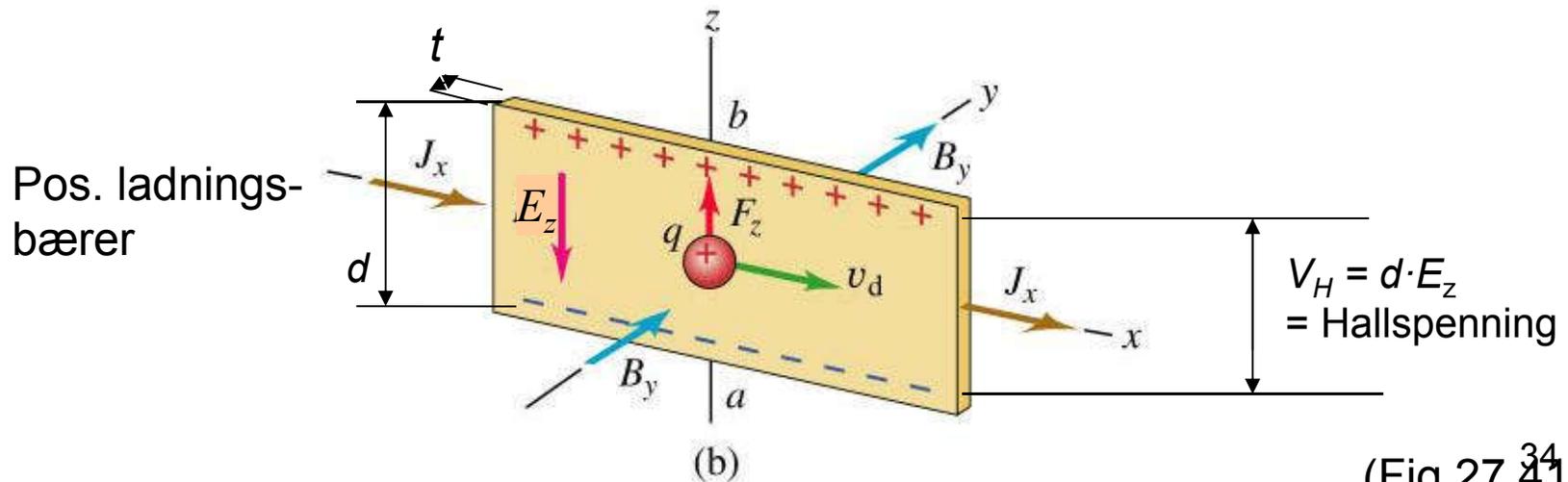
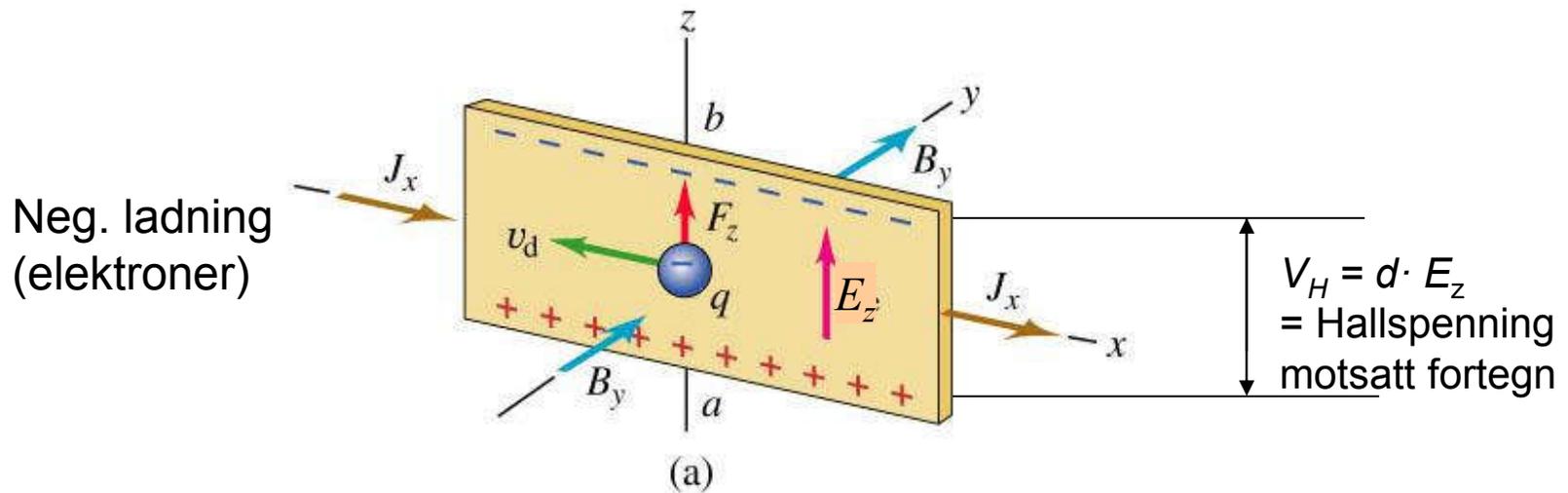
Én strømsløyfe



Tre sett strømsløyfer: jammere gange

[solarbotics.net/starting/200111\\_dcmotor/200111\\_dcmotor2.html](http://solarbotics.net/starting/200111_dcmotor/200111_dcmotor2.html)

# 27.9 Hall-effekt



(Fig 27.41)

# Kap. 27: Oppsummering: Magnetisk felt og magnetiske krefter

- Lorentzkrafta = elektrisk kraft + magnetisk kraft:

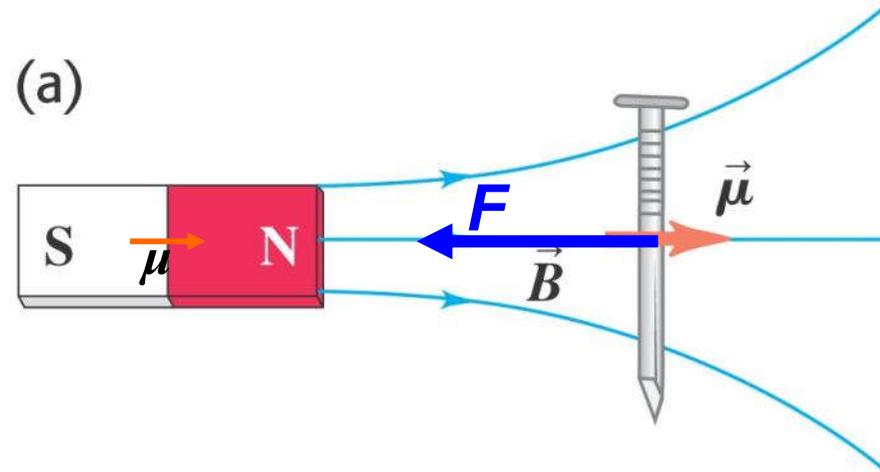
$$\mathbf{F} = q \mathbf{E} + q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

(magnetflukstetthet  $\mathbf{B}$  defineres fra denne)

- Kraft på lederbit med lengde  $d\mathbf{s}$ :  $d\mathbf{F} = I d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$
- Magnetisk fluks:  $\Phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$
- Magnetisk kilde ("magnet") angis ved alternativt:
  - 1) **N/S-pol** Monopol (separat S eller N) fins ikke.
  - 2) **Feltlinjer**: Lukka kurver, fra N→S ytre og S→N indre.
  - 3) **Magnetisk moment**  $\mu$ . Høyrehåndsregel, eller: i retning S→N.
- $\mu = I \mathbf{A}$ ,  $N$  strømsløyfer med areal  $A$ :  $\mu = N I \mathbf{A}$
- Kraftmoment på magnetisk moment i  $B$ -felt,  $\boldsymbol{\tau} = \mu \times \mathbf{B}$ , innretter momentet langs  $B$ -feltet og momentet har potensiell energi:  $U = -\mu \cdot \mathbf{B}$
- Jern tiltrekkes både S-pol og N-pol.  $B$ -feltet må være inhomogent.
- Anvendelser:

Hastighetsfilter, Thomsons e/m-eksperiment, katodestrålerør, massespektrometer, syklotron, DC-motor, Hall-effekt.

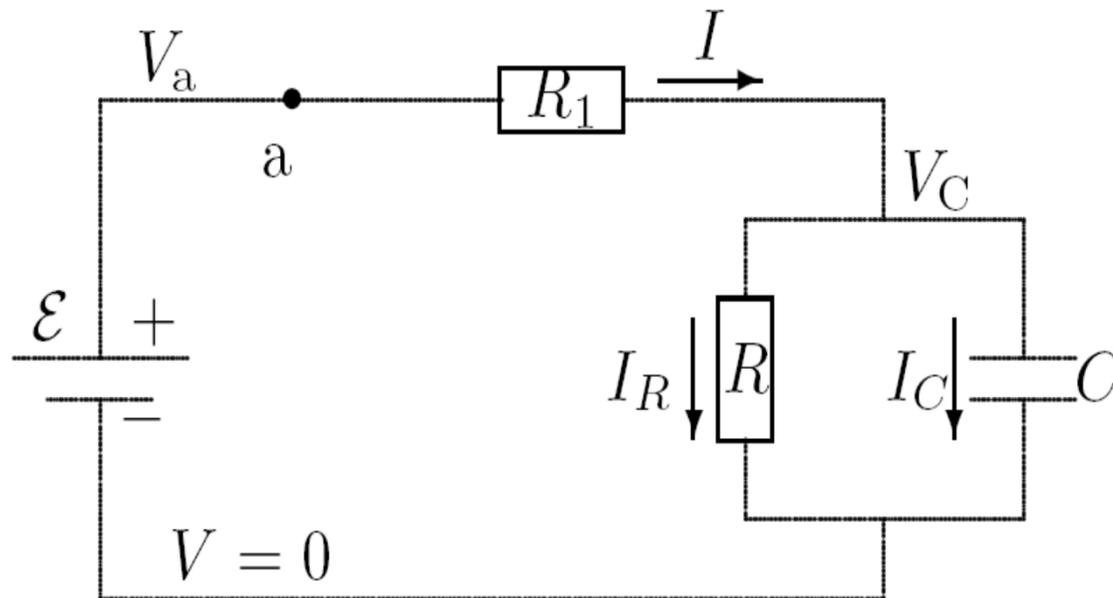
Jern tiltrekkes både S-pol og N-pol.  
Feltet må være inhomogent.





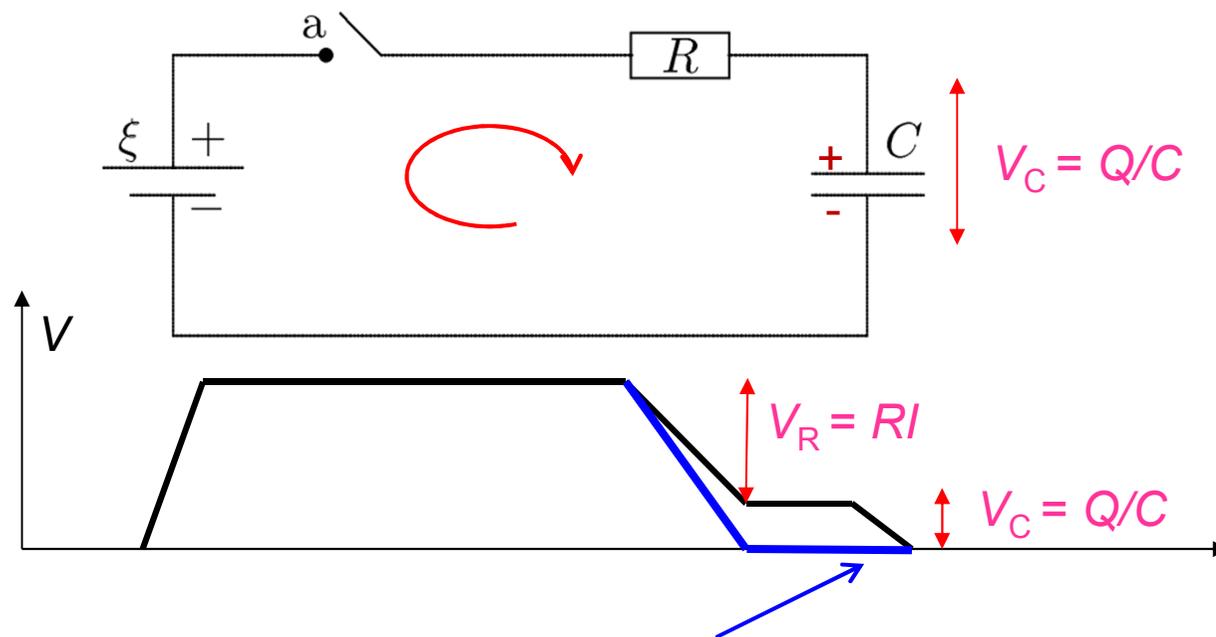
Øving 8, opg. 6.

Alltid er  
 $V_a = \mathcal{E}$



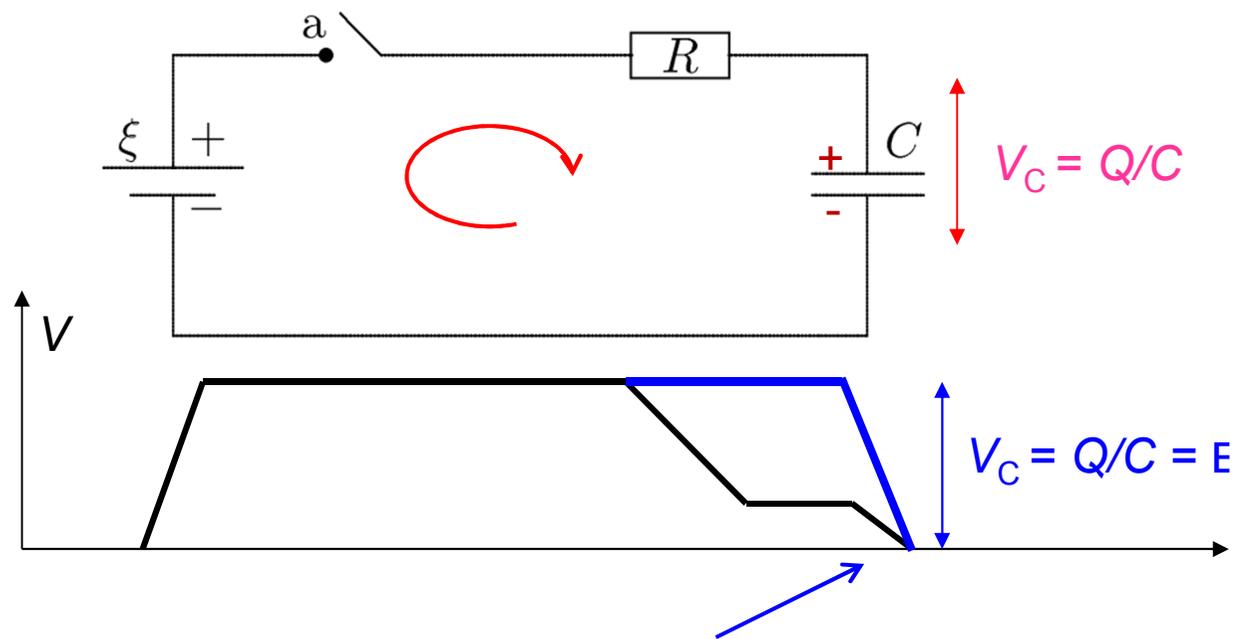
- a)  $t=0^+$  (kond. som kortsluttet):  $I = \mathcal{E}/R_1$  og  $I_C = I$
- b)  $t \rightarrow \infty$  (kond. som åpen grein):  $I = \mathcal{E}/(R_1 + R)$  og  $I_C = 0$
- c) alle  $t$  Enklest å løse likning for  $I_C$ , som ifølge ovenfor må ha form:  
$$I_C(t) = I_C(0) \exp(-t/\tau)$$

# Fra kap. 26: RC-kretser



$t = 0^+$ :  $V_C = Q/C = 0$   
ingen spenningsfall over kondensator,  
dvs. kondensator er som KORTSLUTNING

# Fra kap. 26: RC-kretser

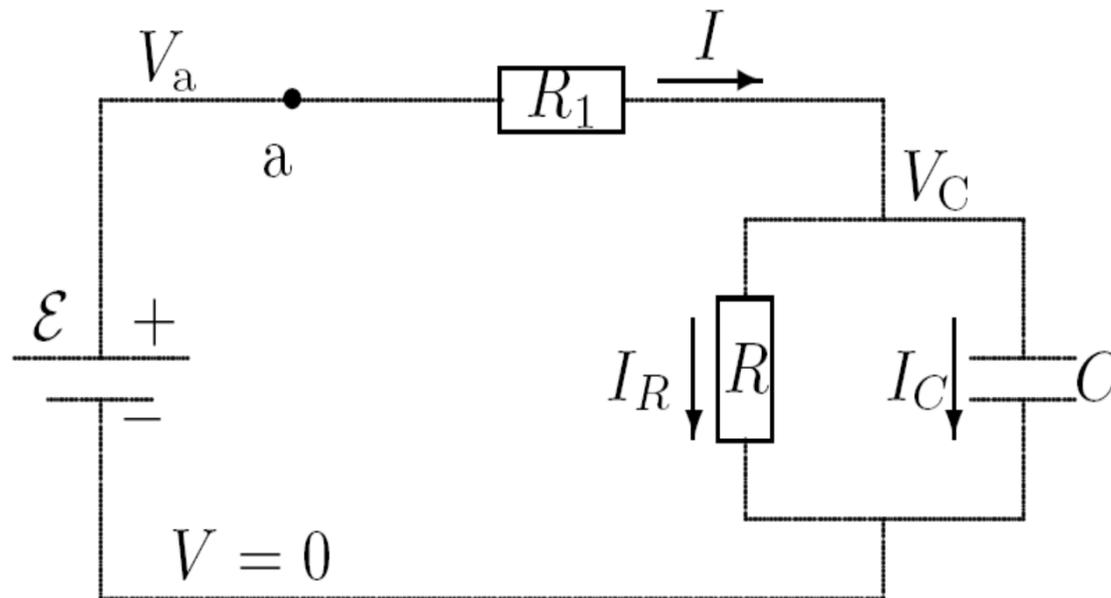


$$t = \infty: V_C = E$$

Hele spenningsfall over kondensator,  
ingen strøm,  
dvs. kondensator er som ÅPEN KRETS

Øving 8, opg. 6.

Alltid er  
 $V_a = \mathcal{E}$



c) alle  $t$  Enklest å løse likning for  $I_C$ , som ifølge ovenfor må ha form:

$$I_C(t) = I_C(0) \exp(-t/\tau)$$

5 ukjente:  $V_C, Q_C, I, I_C, I_R$

5 likninger:  $Q_C = C V_C$  (1)

$$I_C = dQ_C/dt$$
 (2)

$$V_C = V_R = I_R R$$
 (3)

(K2):  $E = R_1 I + V_C$  (4)

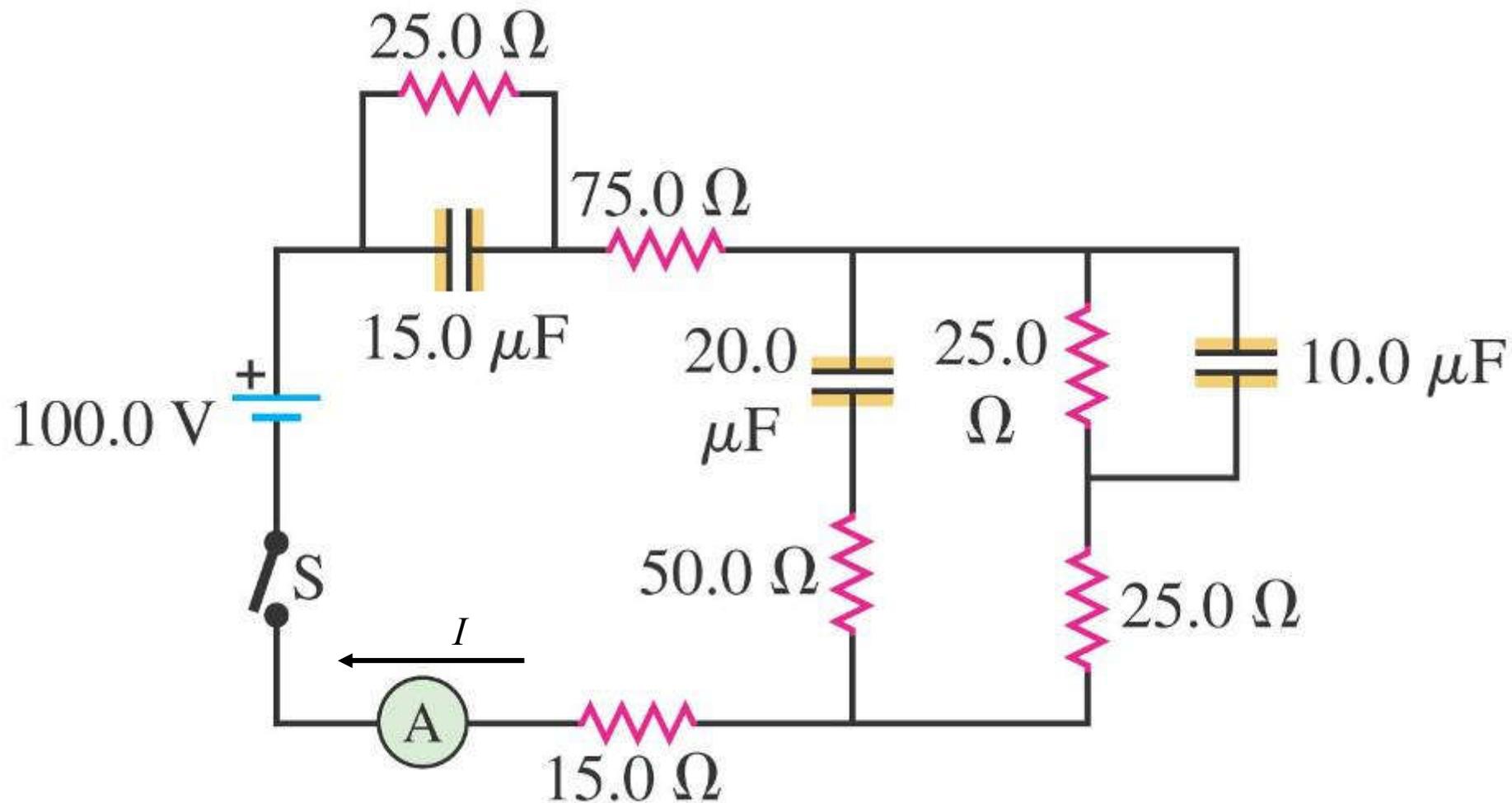
(K1):  $I = I_C + I_R$  (5)

Opg. 26.49 i Young & Freedman. Kondensatorer initielt uladd.

Finn strøm  $I$  i amperemeter A

a) umiddelbart etter bryter slått på:  $I(t=0^+)$ ,

b) etter svært lang tid:  $I(\infty)$ .



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

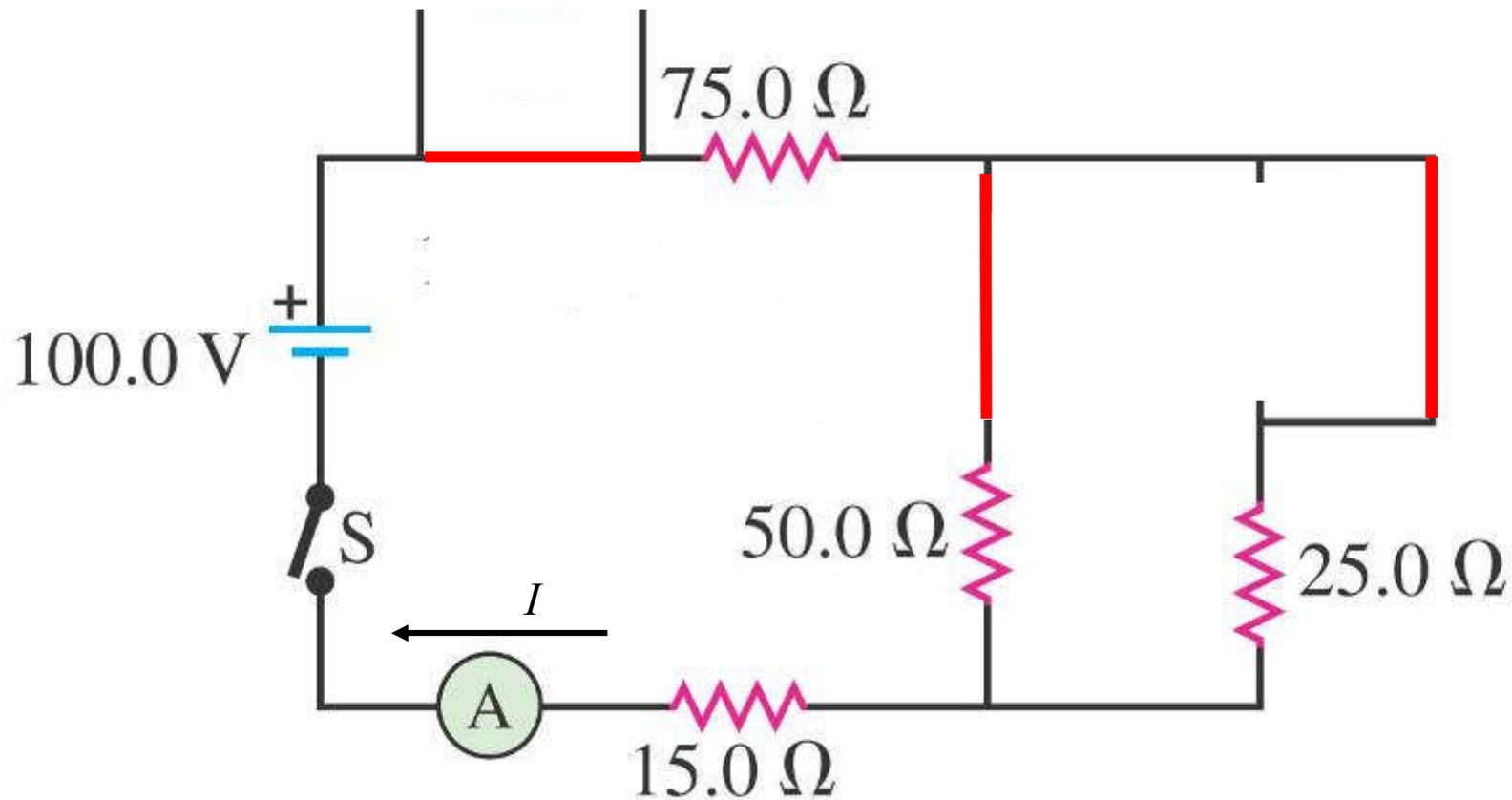
Figure 26.60

Opg. 26.49 i Young & Freedman. Kondensatorer initielt uladd.

Finn strøm  $I$  i amperemeter A

a) umiddelbart etter bryter slått på:  $I(t=0^+)$ ,

kondensatorer som kortslutning



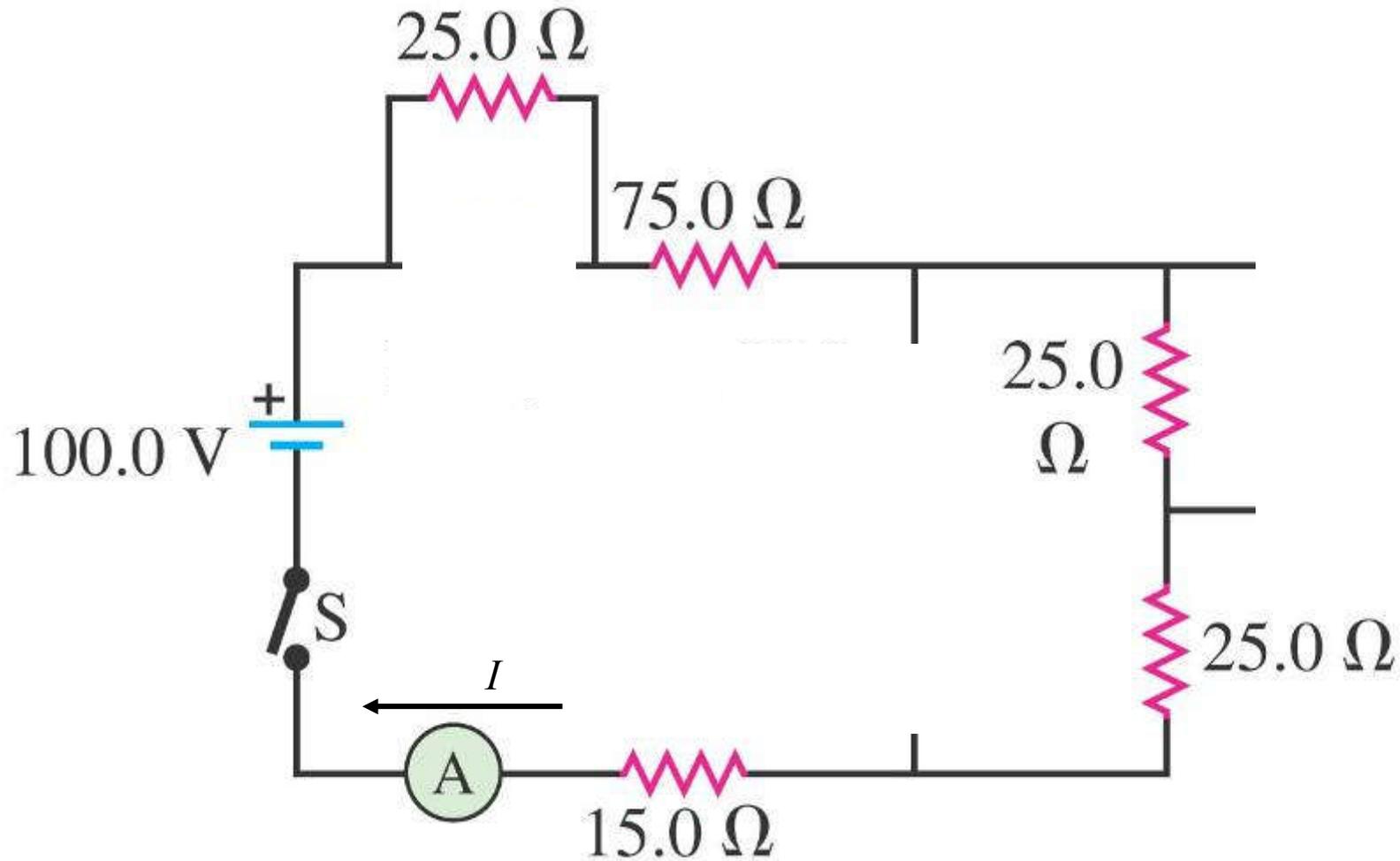
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

Figure 26.60

Opg. 26.49 i Young & Freedman. Kondensatorer initielt uladd.  
Finn strøm  $I$  i amperemeter A

b) etter svært lang tid:  $I(\infty)$ .

kondensatorer som åpen krets



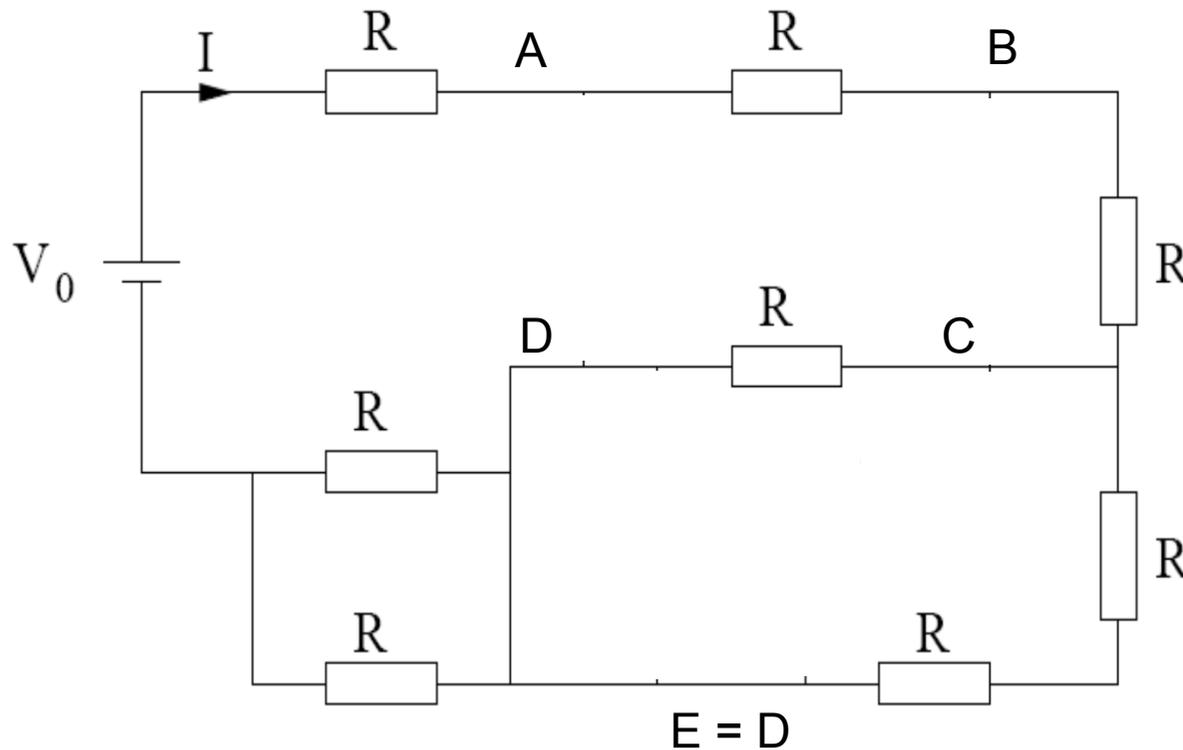
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

Figure 26.60

# Eksamen juni 2007, oppg. 3 a)

Finn  $I$ , samt  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  etter «lang tid»

Lang tid: Kondensatorer oppladd og kan "tas bort".



$$R = 1.0 \text{ M } \Omega$$

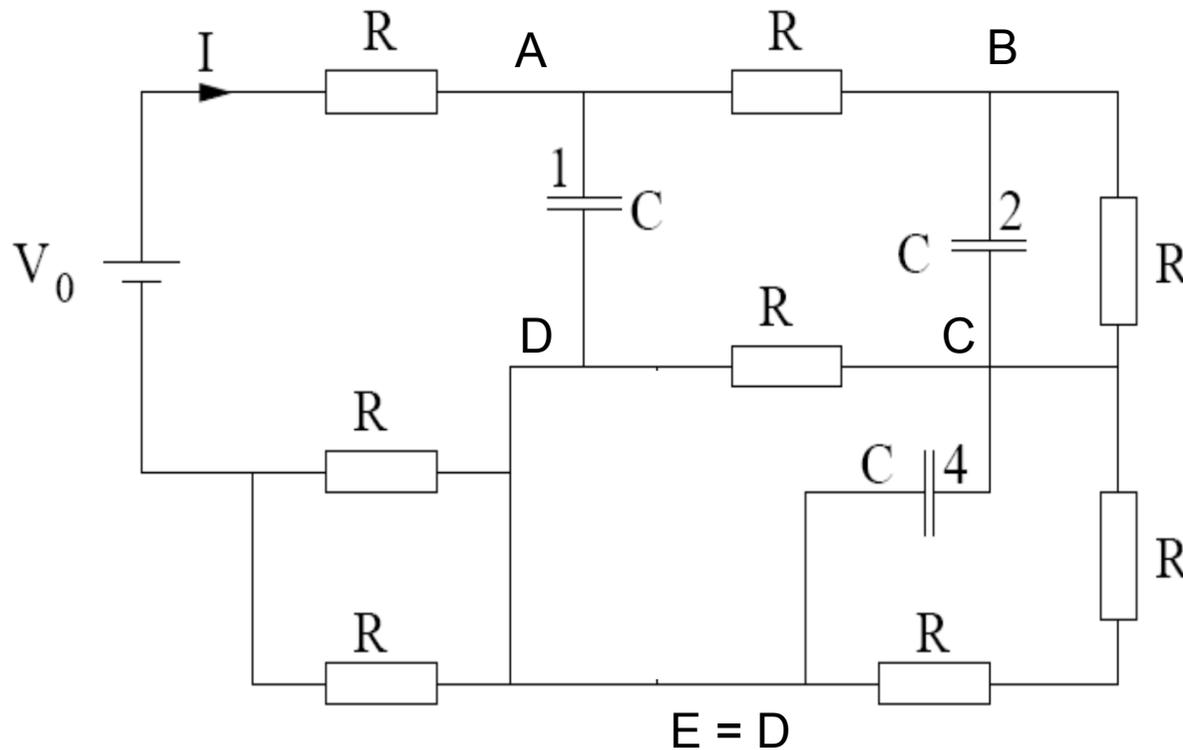
$$C = 1.0 \text{ nF}$$

$$V_0 = 1.25 \text{ kV}$$

# Eksamen juni 2007, oppg. 3 a)

Finn  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  etter «lang tid»

Da må kondensatorene tegnes inn igjen!



$$R = 1.0 \text{ M } \Omega$$

$$C = 1.0 \text{ nF}$$

$$V_0 = 1.25 \text{ kV}$$

$$Q_1 = C V_1 = C (V_A - V_D) \quad \text{etc.}$$

## Fra Eksamen juni 2009:

**OPPGAVE 1** (Elektrostatikk. Vekt: **a** teller 10%, **b** teller 20%. Totalt 30%.)

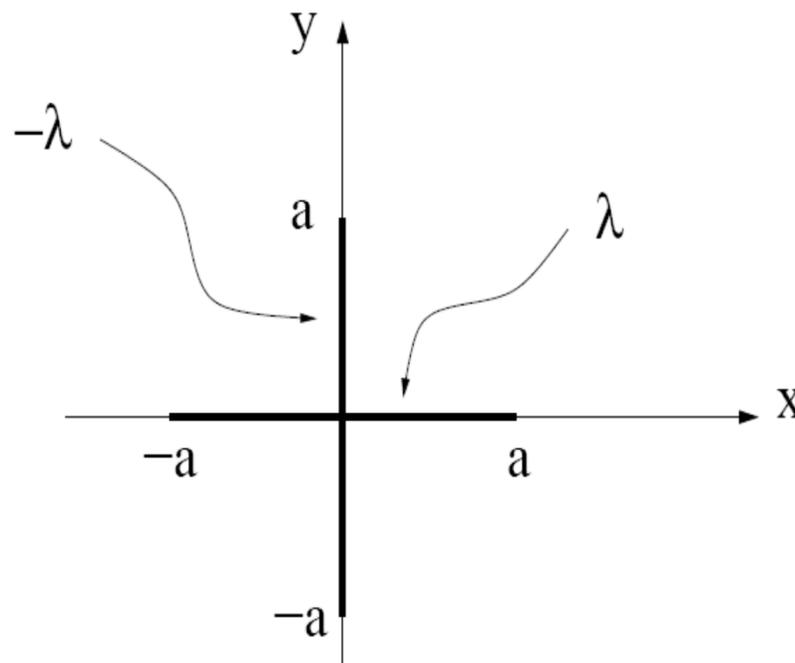
**a.** To punktladninger er plassert på  $x$ -aksen,  $Q$  i  $x = a$  og  $-Q$  i  $x = 0$ .

*i)* Hva er systemets netto ladning?

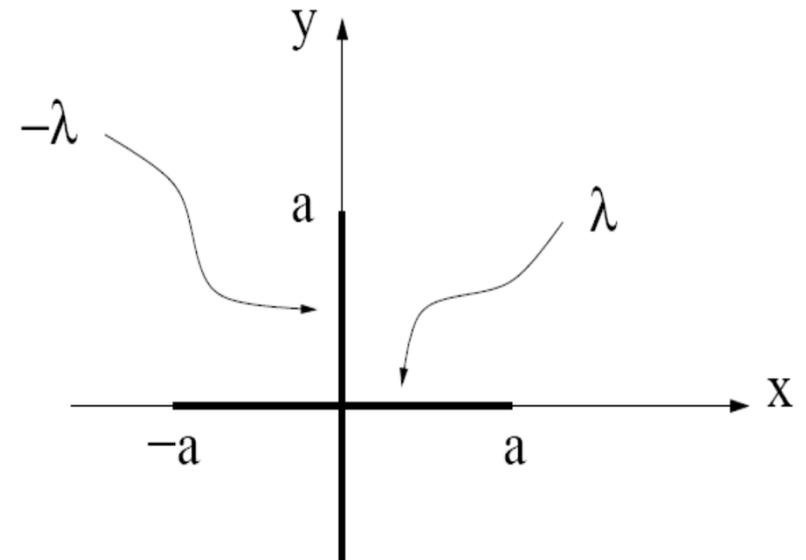
*ii)* Hva er systemets elektriske dipolmoment?

*iii)* Bestem den elektriske feltstyrken  $E(x)$  på  $x$ -aksen. (Anta at  $x > a$ .)

**b.** De to punktladningene erstattes nå av to linjeladninger, slik at en positiv ladning  $Q$  ligger jevnt fordelt på  $x$ -aksen mellom  $x = -a$  og  $x = a$ , og en negativ ladning  $-Q$  ligger jevnt fordelt på  $y$ -aksen mellom  $y = -a$  og  $y = a$ :



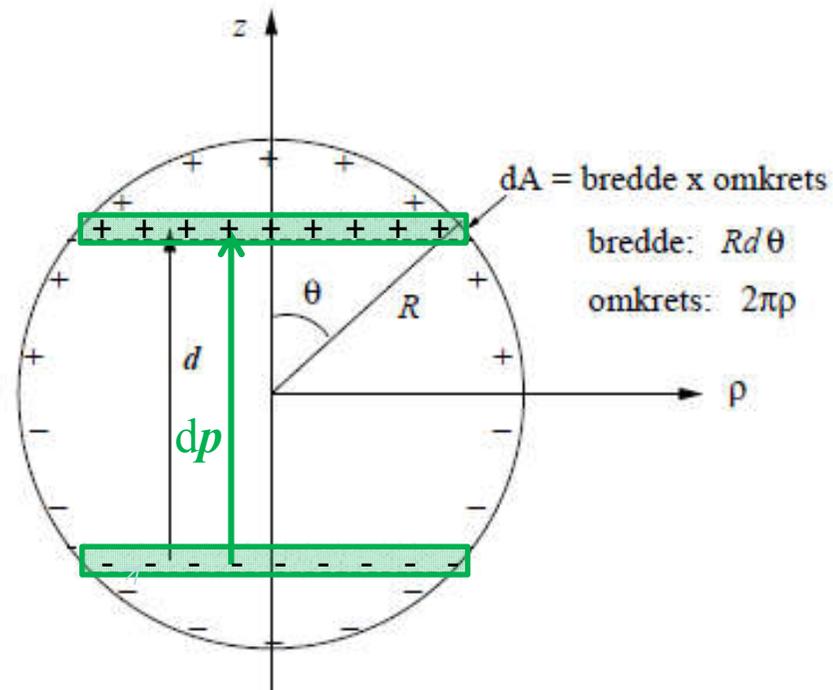
Fra Eksamen juni 2009:



b.

- i) Hva er ladningen pr lengdeenhet, henholdsvis  $\lambda$  mellom  $-a$  og  $a$  på  $x$ -aksen og  $-\lambda$  mellom  $-a$  og  $a$  på  $y$ -aksen?
- ii) Hva er dette systemets elektriske dipolmoment?

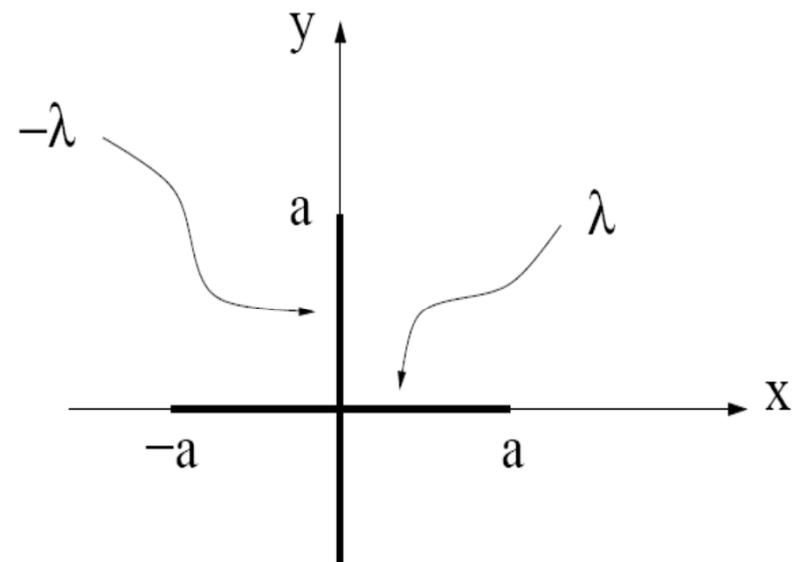
## Øv. 5 opg. 5. Dipolmoment halvkule



Beregnet ved symmetri

$$\vec{p} = \int_{\text{kula}} d\vec{p} = \int_0^{\pi/2} 4\pi R^3 \sigma \cos \theta \sin \theta d\theta \hat{\mathbf{k}}$$

Fra Eksamen juni 2009:



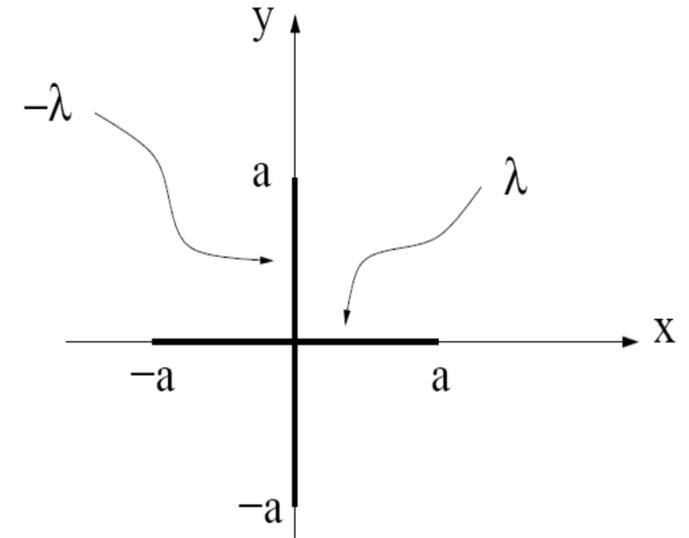
b.

i) Hva er ladningen pr lengdeenhet, henholdsvis  $\lambda$  mellom  $-a$  og  $a$  på  $x$ -aksen og  $-\lambda$  mellom  $-a$  og  $a$  på  $y$ -aksen?

ii) Hva er dette systemets elektriske dipolmoment?

Oppgitt: 
$$\mathbf{p} = \int \mathbf{r} dq$$

Fra Eksamen juni 2009:



b.

*iv)* Langt ute på  $x$ -aksen kan  $E(x)$  tilnærmet skrives på form

$$E(x) \simeq \beta x^{-n}.$$

Vis dette og fastlegg derved  $\beta$  og  $n$ . ( $n$  er heltallig.)

[Med "tilnærmet" menes her til såkalt "ledende orden" i den lille dimensjonsløse størrelsen  $a/x$ , dvs første ledd i en polynomutvikling i  $a/x$ . Merk at punkt *iv)* i stor grad kan besvares med utgangspunkt i punkt *ii)*, i tilfelle du ikke har fått til punkt *iii)*.]

Oppgitt:

$$(1 + \alpha)^j \simeq 1 + j\alpha \quad (\alpha \ll 1) \quad , \quad \mathbf{p} = \int \mathbf{r} dq$$

$$\int \frac{dz}{(z+c)^2} = -\frac{1}{z+c} \quad , \quad \int \frac{dz}{(z^2+c^2)^{3/2}} = \frac{z}{c^2(z^2+c^2)^{1/2}}$$

