

Øving 7

Dielektrika.

Veiledning: To. 25. og fre. 26. feb. ifølge nettsider.

Innlevering: Mandag 29. feb. kl. 14:00

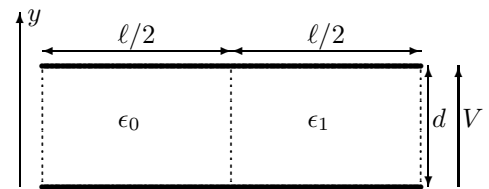
I denne øvingen bruker vi en del begreper som ikke står i boka, men som er blitt forelest og står i Notat1: "Dielektrikum og polarisasjon". Øvingen er svært viktig for å lære å forstå egenskapene til et dielektrikum.

Oppgave 1. Kondensator med luft og dielektrikum i parallell.

En parallellplatekondensator er satt sammen av to lederplater i avstand d og med areal $A = \ell^2$. Du kan anta at arealet er stort ift. d slik at du kan se bort fra randeffekter og anvende resultater utledet for uendelig store plater.

Som figuren viser består rommet mellom lederplatene halvparten av luft med permittivitet ϵ_0 og halvparten av et dielektrikum med permittivitet ϵ_1 . Lederplatene er koplet til en spenningskilde slik at det elektriske potensial mellom platene er lik V (øvre plate høyest potensial).

Oppgitte verdier: $V = 100 \text{ V}$
 $A = 10,00 \text{ cm}^2$
 $d = 2,00 \text{ mm}$
 $\epsilon_1 = \epsilon_{r1} \cdot \epsilon_0 = 5,00 \cdot \epsilon_0$



- Finne det elektriske feltet \vec{E}_0 og \vec{E}_1 i luft og i dielektrikumet. Skisser de elektriske feltlinjer gjennom kondensatoren.
- Finne den elektriske flukstetthet \vec{D}_0 og \vec{D}_1 i de to mediene. Skisser feltlinjer for \vec{D} .
- Finne den elektriske polariseringen \vec{P}_0 og \vec{P}_1 i de to mediene. Skisser feltlinjer.
- Finne overflateladningstettheten av fri ladninger (σ), totalladning (σ_t) og induerte ladninger (σ_i) ved alle grenseflater.
- Finne den totale kapasitansen til kondensatoren. Vis herunder at formelen for parallellkopling av to kondensatorer gir samme resultat som definisjonen $C = Q/V$ der Q er total ladning på hver plate.

TIPS TIL OPPGAVEN: $|V| = E \cdot d = \text{konstant}$ mellom platene. Feltlinjer for \vec{D} løper mellom frie ladninger, feltlinjer for \vec{E} mellom totalladninger, feltlinjer for \vec{P} mellom induerte ladninger.

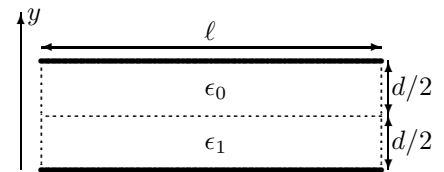
Oppgave 2. Kondensator med luft og dielektrikum i serie.

Gjør samme øvelsen som i Oppgave 1 for en kondensator som er delt motsatt vei, slik figuren viser. Tallverdier som ovenfor.

• Det viktigste for forståelsen er å tegne opp feltlinjer i figurer, så hvis du får dårlig tid kan du prioritere dette og utsette beregningen av størrelsene.

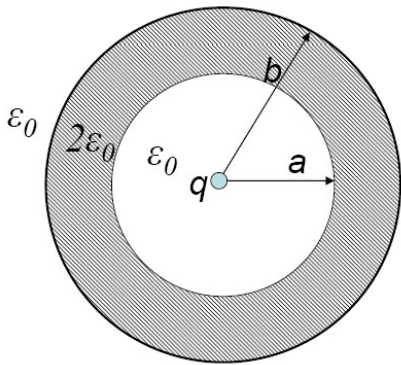
• Det er i denne oppgaven lurt å beregne i rekkefølgen D , E og P , dvs. b) a) c).

• I pkt. e) vis at formelen for seriekopling av to kondensatorer gir samme resultat som definisjonen $C = Q/V$.



(forts. neste side)

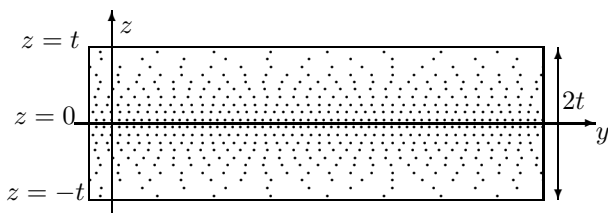
Oppgave 3. Dielektrisk kuleskall.



Et elektrisk nøytralt dielektrikum med permittivitet $\epsilon = 2\epsilon_0$ fyller et kuleskall med indre radius a og ytre radius b . I sentrum av hulrommet inni kuleskallet er det plassert en punktladning q . Rommet forøvrig består av luft (vakuum).

- Bestem den elektriske flukstettheten \vec{D} (i hele rommet).
- Bestem den elektriske feltstyrken \vec{E} (i hele rommet). Skisser $E(r)$ som funksjon av avstanden fra punktladningen.
- Hva blir tettheten av induert flateladning på innsida, $\sigma_i(a)$, og på utsida, $\sigma_i(b)$, av dielektrikumet?

Oppgave 4. Dielektrisk plate.



Figuren viser tverrsnitt av ei dielektrisk (elektrisk isolerende) plate med permittivitet ϵ , total tykkelse $2t$ i z -retningen og uendelig utstrekning i x - og y -retningene. Plata har romladningstetthet gitt ved

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi z}{2t}\right),$$

der z er avstanden fra midtplanet i plata og ρ_0 er en konstant. Ladningstettheten er visualisert med punktmarkeringer. Plata er omgitt av luft med permittivitet ϵ_0 .

- Beregn den elektriske feltstyrken \vec{E} utenfor og inne i den dielektriske plata. Begrunn fremgangsmåten. TIPS: Vær oppmerksom på forskjell i permittivitet inne i plata og utenfor. I Gauss' lov må permittiviteten for materialet på Gaussflata brukes.
- Lag en skisse av $|\vec{E}|$ som funksjon av z .
- Beregn det elektriske potensialet V utenfor og inne i plata. Velg nullreferansen for det elektriske potensialet midt inne i plata ($z = 0$).
- Lag en skisse av $V(z)$ som funksjon av z .

Utvalgte fasitsvar:

- 1a) 50,0 kV/m ; 1b) 0,443 $\mu\text{C}/\text{m}^2$, 2,22 $\mu\text{C}/\text{m}^2$; 1c) 0, 1,77 $\mu\text{C}/\text{m}^2$; 1e) 13,3 pF.
 2a) 83,3 kV/m, 16,7 kV/m ; 2b) 0,738 $\mu\text{C}/\text{m}^2$; 2c) 0, 0,590 $\mu\text{C}/\text{m}^2$; 2e) 7,38 pF.
 3c) $-q/8\pi a^2$, $q/8\pi b^2$.

4a) inni: $\vec{E}(z) = \frac{\rho_0 2t}{\pi \epsilon} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{z}{t}\right) \hat{\mathbf{k}}$, 3c) utenfor: $V(z) = \frac{\rho_0 2t}{\pi \epsilon_0} (t - |z|) - \frac{\rho_0 4t^2}{\pi^2 \epsilon}$