Inst. for fysikk 2016

TFY4155/FY1003 Elektr. & magnetisme

Øving 10

Magnetisk kraft på leder. Biot-Savarts lov.

Veiledning: To. 17. og fre. 18. mars ifølge nettsider.
Innlevering: **Onsdag 30. mars kl. 14:00** (etter påske)

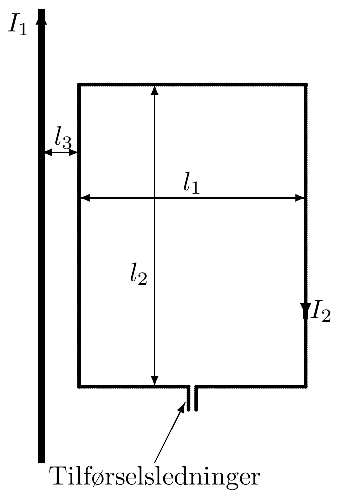
Oppgave 1. Halleffekt.

En sølvplate med rektangulært tverrsnitt (tykkelse $t = 1{,}00$ mm og høyde $d = 1,50$ cm) fører en strøm på $I = 10,0$ A i et område med konstant B-felt lik 0,80 T. B-feltet er normalt på plata og dermed normalt på strømretningen. Hallspenningen måles mellom øvre og nedre del av lederen (over avstanden d) til $V_{\rm H} = 0{,}55$ μV.

a) Tegn figur og forklar hva som skjer. Legg inn et kartesisk koordinatsystem med x langs strømretningen og $\vec{B}$ i y-retningen. Finn uttrykk for Hallspenningen gitt ved $v_{\rm d}$, B og d.

b) Beregn antallstettheten av ladningsbærere n. Sammenlign svaret med atomtettheten i sølv, som har massetetthet $\rho = 10,5\,{\rm g/cm^3}$ og en molmasse på $M = 107{,}9$ g/mol.

Oppgave 2. Kraft på strømførende sløyfe i ikke-homogent magnetfelt.

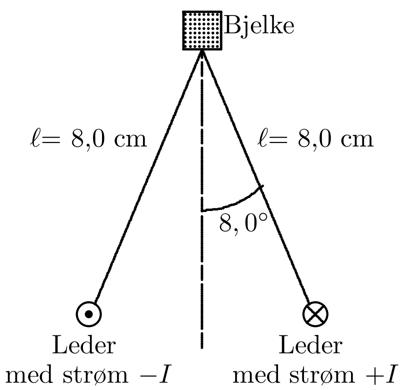


Figuren viser en svært lang, rett ledning som fører en strøm $I_1 = 50$ A i retning oppover. I avstand $\ell_3 = 1{,}00$ cm er plassert en rektangulær strømsløyfe med to sidekanter med lengde $\ell_2 = 20$ cm og to sidekanter med lengde $\ell_1 = 8{,}0$ cm. Den lengste sidekanten er parallell med den rette ledningen. Strømsløyfa fører en strøm $I_2 = 10{,}0$ A i retning med klokka.

Du kan ser bort fra det korte bruddet i strømsløyfa ved tilførselsledningene.

Hvor stor er nettokrafta på strømsløyfa?

Oppgave 3. Kraft mellom to strømførende ledere.



To parallelle, stive ledere henger i 8,0 cm lange tråder fra en bjelke. I figuren til venstre går bjelken og lederne loddrett ut av papirplanet. Lederne har masse per lengdeenhet lik 0,075 kg/m og fører den samme strømmen I, men i motsatt retning.

Hva må strømmen være for at trådenes vinkel med vertikalen skal bli 8,0°?

Oppgave 4. Biot-Savart på kvadratisk strømsløyfe.

Vi har i forelesning Kap.28-Eks.2 (eller Y&F kap. 28.5) funnet at magnetfeltet på aksen (sammenfallende med x-aksen) til en sirkulær strømsløyfe med radius a er

$$B_x^{(\text{sirk})}(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} \,. \tag{1}$$

Vi har også i forelesning Kap.28-Eks.1 (eller Y&F kap. 28.3) vist at B-feltet i avstand ρ fra midtaksen på en rett leder med lengde $2a$ er asimutal (ϕ) og lik

$$B_\phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{\rho\sqrt{\rho^2 + a^2}} \tag{2}$$

a) Bruk resultat (2) til å finne uttrykk for magnetfeltet $\vec{B}^{(\text{kvad})}(x)$ på midtnormalen til en kvadratisk strømsløyfe med sidekant $2a$. Legg origo i sentrum av kvadratet med x-aksen langs normalen etter høyrehåndsregel for strømmen.
TIPS: Se på bidraget til B fra to og to motstående sidekanter samtidig.

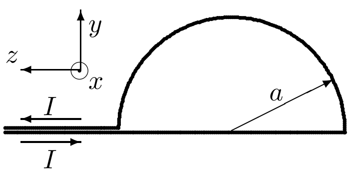
b) Vis at følgende sammenheng gjelder i sentrum av strømsløyfene (dvs. $x = 0$):

$$B_x^{(\text{kvad})} = B_x^{(\text{sirk})} \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \qquad \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \approx 0,90\right) .$$

(Og dermed har du en sjekk av svaret ditt i a)).

c) Finn uttrykk for $\vec{B}^{(\text{sirk})}(x \gg a)$ og $\vec{B}^{(\text{kvad})}(x \gg a)$. Uttrykk disse ved de respektive strømsløyfers magnetiske moment $\vec{\mu} = I\vec{A}$. Til slutt sammenlikn disse med uttrykket for elektrisk felt på aksen til en elektrisk dipol, langt unna[1]: $\vec{E}(x) = \dfrac{1}{2\pi\epsilon_0} \dfrac{\vec{p}}{x^3}$.

Ekstraoppgave (5). Biot-Savart halvsirkel.



En ledning ligger i yz-planet og er formet som en halvsirkel med radius a som vist i figuren. Ledningen fører en strøm I og tilførselsledningene ligger svært tett og langs z-aksen. x-aksen er normal til papirplanet og går opp av papiret og origo er i sentrum av halvsirkelen. (For å synes godt er koordinatsystem i figuren lagt utenfor halvsirkelen).

Finn uttrykk for magnetfeltet B i et punkt P(x) som ligger på x-aksen i høyden x over yz-planet.

TIPS: Bio-Savarts lov. For den rette lederen (diameteren) kan du bruke resultat fra forelesningene Kap.28-Eks.1 (eller Y&F kap. 28.3) for en rett leder med lengde $2a$, referert til i likn. (2) over, nå med avstand $\rho = x$.

For halvsirkelen kan du dra nytte av Kap.28-Eks.2 (aksen av sirkulær strømsløyfe), men for en halvsirkel kansellerer ikke y-komponentene. Avstanden fra et bueelement $I\mathrm{d}\vec{s}$ på halvsirkelen til punktet P(x) er $r = \sqrt{a^2 + x^2}$. Du må passe veldig godt på de ulike komponenter som følge av vektorkryssproduktet.

Denne oppgaven er nok hakket vanskeligere enn hva blir gitt til eksamen og er av den grunn anført som ekstraoppgave. Men hvis du mestrer såpass vanskelige oppgaver har du bedre kontroll på det som er lettere.

Utvalgte fasitsvar: 1b) $9,1 \cdot 10^{28}\,\mathrm{m}^{-3}$ og $5,86 \cdot 10^{28}\,\mathrm{m}^{-3}$. 2) 1,78 mN. 3) 107 A. 4c) $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{\mu}}{x^3}$
5) $B_x = \frac{\mu_0 I}{4} \cdot \frac{a^2}{r^3}$, $B_y = -\frac{\mu_0 I}{2\pi\, x} \cdot \frac{a^3}{r^3}$, $B_z = 0$, med $r = \sqrt{x^2 + a^2}$.

[1] Beregnet i Øving 6, oppgave 2e ($\theta = 0$).