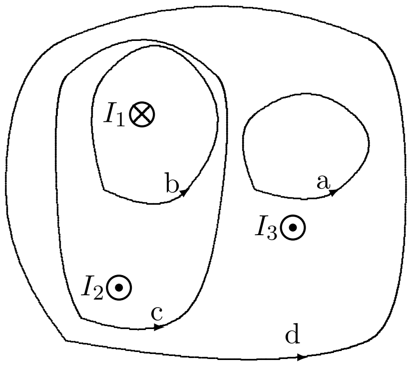
FY1003 Elektr. & magnetisme

Øving 11

Amperes lov og spoler.

Oppgave 1. Amperes lov.



Figuren viser et tverrsnitt av flere ledere som fører strøm gjennom planet (arket) og normalt på dette. Strømmene har størrelsene $I_1 = 4,0$ A, $I_2 = 6,0$ A og $I_3 = 2,0$ A. Retningene er vist. Fire veier, merket a, b, c og d er markert. Retningen på veien er for alle mot klokka.

Hva blir linjeintegralet $\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ for hver vei?

Oppgave 2. Ikke-homogen strømtetthet.

En lang, rett, massiv sylinder, orientert med aksen langs z-aksen, fører en strøm som har en strømtetthet $\vec{J}$. Strømtettheten har sylinderisk symmetri, men er ikke uniform, som gitt ved følgende uttrykk:

$$\vec{J}(r) = \begin{cases} \dfrac{2I_0}{\pi a^2}\left[1 - \left(\dfrac{r}{a}\right)^2\right]\hat{\mathbf{k}} & \text{når} \quad r \leq a \\ \vec{0} & \text{når} \quad r \geq a \end{cases}$$

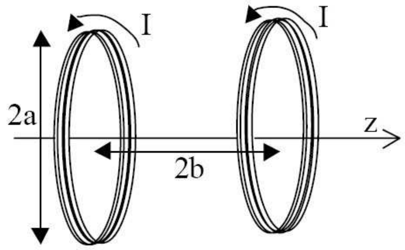
hvor a er radius i sylinderen, r er radiell avstand fra sylinderaksen og I_0 er en konstant med enhet ampere. Metallet i sylinderen har permeabilitet μ_0.

a) Finn et uttrykk for strømmen $I(r)$ innenfor et sirkulært tverrsnitt med radius $r \leq a$ sentrert på sylinderaksen. Vis fra resultatet at total strøm som går gjennom hele tverrsnittet av ledningen er I_0.

b) Bruk Amperes lov til å finne et uttrykk for størrelsen av magnetfeltet $\vec{B}(r)$ i området $r \geq a$ og i området $r \leq a$.

c) Er magnetfeltet kontinuerlig for $r = a$?

Oppgave 3. Helmholtzspoler.



For å lage svært homogene magnetfelt, benyttes to koaksiale spoler som vist på figuren. Slike spoler er også brukt i laboratorieoppgave.

Spolene er like, med radius a og viklingstall N, de fører samme strøm I i samme retning, og er plassert i avstand $2b$ fra hverandre.

a) Velg z-aksen langs spoleaksen med origo midt mellom spolene, anta at tykkelsen av spolene er neglisjerbar og vis at B-feltet langs aksen er retta langs aksen og gitt ved

$$B(z) = \frac{\mu_0 N I a^2}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{a^2 + (z+b)^2}\right)^{3/2} + \left(\frac{1}{a^2 + (z-b)^2}\right)^{3/2}\right].$$

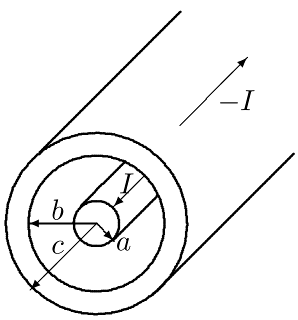
TIPS: Bruk resultat fra kap 28.5 og forelesning: B-felt fra en sirkulær strømsløyfe er
$B_z = \dfrac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$.

Den verdien av b som gir homogent felt over et størst mulig område er $2b = a$, dvs. avstand mellom spolene = radien. Konfigurasjonen kalles da helmholtzspoler, etter Hermann von Helmholtz (tysk, 1821-94).

b) Verifiser at magnetfeltet er best homogent for $a = 2b$ ved å skissere grafen til $B(z)$ for ulike verdier av a med fast b. Bruk Python eller et annet egnet kurvetegningsporgram og velg dimensjonsløse størrelser, der vi anbefaler $\zeta = z/b$, $\alpha = a/b$ og da plotte B/B_0, der du selv finner uttrykket for B_0. Vis kurva f.eks. i området $-\zeta \in [-1, +1]$ for ulike verdier av α rundt 2,0, og vis at kurva blir mest mulig flat for vilkåret gitt ovenfor.

c) En av de vanligste anvendelsene av helmholtzspoler er i eksperimenter hvor man ønsker å kompensere jordmagnetfeltet og dermed få $B_{\text{tot}} = 0$. Anta jordmagnetfeltet $B_{\text{jord}} = 50\,\mu\text{T}$ og bestem nødvendig NI ("amperevindingstall") for å nulle ut jordmagnetfeltet ved $z = 0$ når $b = a/2$ og $a = 0,25$ m.

Oppgave 4. Magnetfelt i koaksialkabel.



Bruk Amperes lov til å finne H-feltet i alle områder for en uendelig lang koaksialkabel som fører en strøm $+I$ i innerleder og $-I$ i ytterleder. Innerlederen er en massiv sylinder med radius a, ytterleder er en sylinder med innerradius b og ytterradius c. Mellom lederne er det elektrisk isolerende materiale med permeabilitet μ_0. Anta at kabelen ligger langs z-aksen og at strømmen er jamt fordelt over tverrsnittet.

Beregn $H(r)$ for alle r og lag en skisse av $H(r)$.

Oppgave 5. Magnetisering i jern.

I jern har hvert atom to uparede elektroner, hvert med magnetisk dipolmoment $\mu_e = 9,3 \cdot 10^{-24}$ Am^2.

Finn magnetisering M og magnetfelt B innenfor et domene der vi antar at alle dipolmomenter er parallelle. Jern har atommasse M_J= 56 g/mol og tetthet $\rho_J = 7,8 \cdot 10^3$ kg/m^3. Avogadros tall på formelark.

Utvalgte fasitsvar:
2a) $\dfrac{I_0 r^2}{a^2}\left(2 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)$; 2b) $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\hat{\phi}$; $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I_0 r}{2\pi a^2}\left(2 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)\hat{\phi}$;
3c) 14 A; 4) $H(r) = 0$ utenfor kabelen; 5) $1,56 \cdot 10^6$ A/m; 1,96 T .