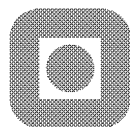


Oppgave 1 Lab i TFY4180

Foroppgave i usikkerhetsanalyse – Viskositet i glyserol

Institutt for fysikk, NTNU



1. Innledning

Hensikten med denne oppgaven er først og fremst å få øvelse i analyse av feilkilder og feilforplantning. Måling av viskositet i glyserol er valgt fordi apparaturen er enkel og rimelig. Formålet med oppgaven er ikke først og fremst å bestemme viskositeten i glyserol så nøyaktig som mulig. Derfor er denne apparaturen ikke laget slik at all måleusikkerhet minimaliseres.

Selv om formålet med denne oppgaven først og fremst er å lære usikkerhetsanalyse, må det likevel påpekes at Stokes lov, som en her stifter bekjentskap med, er sentral. Oppgaven illustrerer også en enkel måte å måle viskositet i en væske når viskositeten er tilstrekkelig høy.

2. Teori

Når en kule synker i en væske under påvirkning av tyngdekraften, vil den oppnå konstant hastighet etter å ha falt et lite antall diametre¹. For tilstrekkelig liten fallhastighet er friksjonskraften, F_F , som virker på kulen, gitt ved Stokes lov²:

$$F_F = 6\pi\eta r v \quad (1)$$

der

η = væskens viskositet

r = kulens radius

v = kulens hastighet

Kraftlikevekt gir da

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_k - \rho_v) g = 6\pi\eta r v \quad (2)$$

der

g = tyngdens akselerasjon

ρ_k = tettheten til kulen

ρ_v = tettheten til væsken

Fra (2) får vi:

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho_v) g r^2}{9v} \quad (3)$$

Vi ser av lign. (3) at vi kan finne viskositeten til en væske ved å måle en kules fallhastighet i denne væsken.

En betingelse for at lign. (1) og dermed lign. (3) skal være gyldig, er at fallhastigheten er tilstrekkelig lav. Denne betingelsen kvantifiseres ved hjelp av det dimensjonsløse Reynolds tall, R_e , definert ved³:

$$R_e = \frac{2r\rho_v v}{\eta} \quad (4)$$

Det er vist³ at Stokes lov holder med en nøyaktighet på bedre enn 1% for:

$$R_e < 0,05 \quad (5)$$

Det er også en forutsetning for å kunne bruke lign. (3) at kula faller i en væske med uendelig utstrekning. I praktiske tilfeller må vi korrigere for vegg-effekter. I det tilfelle at kula faller vertikalt langs sentrum i en sylinder er følgende korreksjon funnet⁴ for korrigering av viskositeten gitt ved lign. (3):

$$\eta_{\text{korr}} = \eta_m \left(1 - 2,10 \frac{r}{R}\right) \quad (6)$$

der

R = radius av sylindren

η_m = viskositet beregnet etter lign. (3)

Resultater korrigert med denne faktor er funnet⁴ å ha bedre enn 1% nøyaktighet når $r/R < 0,1$ og $R_e < 0,05$.

Kombinasjon av lign. (3) og (6) gir:

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho_v)gr^2}{9\nu} \cdot \left(1 - 2,10 \frac{r}{R}\right) \quad (7)$$

3. Apparat og utførelse

Det fallkuleviskosimeteret som skal brukes i denne oppgaven er vist i figur 1. Det er forsynt med en trakt som senterer kule i fallrøret. Det har 4 målestreker. Avstanden mellom nabomålestreker er $(10,0 \pm 0,1)$ cm. NB! Pass på at du observerer kule med synsretning normalt på sylinderoverflaten!

Kulen som nyttes, er av stål og kan løftes opp i røret ved hjelp av en utvendig magnet. Fallrøret skal ikke åpnes under forsøket.

Væsken som nyttes i dette forsøket er glyserol. Viskositeten i glyserol er sterkt temperaturavhengig. Ved siden av fallrøret har vi derfor plassert et lignende rør fylt med glyserol der en kan avlese temperaturen.

Oppgitte data:

Tetthet for glyserol:	$\rho_v = (1,26 \pm 0,01) \text{ kg/dm}^3$
Tetthet for stålkule:	$\rho_k = (7,8 \pm 0,1) \text{ kg/dm}^3$
Radius for stålkule:	$r = (1,00 \pm 0,02) \text{ mm}$
Radius innvendig for fallrør:	$R = (10,7 \pm 0,1) \text{ mm}$
Tyngdens akselerasjon:	$g = (9,822 \pm 0,005) \text{ m/s}^2$

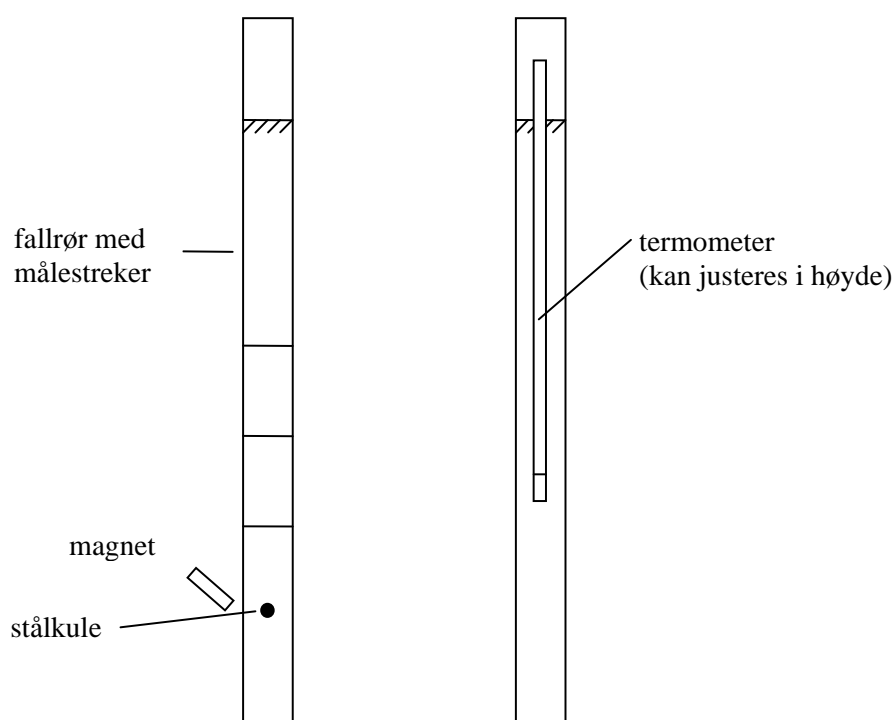


Fig. 1. Skisse av fallkuleviskosimeter

Merk at ditt strålende ansikt og/eller friske pust til og med kan varme glyserol. Hold dere derfor lengst mulig unna fallrøret mens dere gjør målingene.

4. Forhåndsoppgave

Finn et uttrykk for relativ usikkerhet i fallhastigheten v , dvs. finn $\frac{\Delta v}{v}$ som funksjon av falllengden l og måletiden τ og de tilsvarende usikkerheter Δl og $\Delta \tau$. Merk at det er nødvendig å lese notatet om "Usikkerhetsanalyse" utlagt på fagets hjemmeside før denne oppgaven løses.

5. Obs før du starter med laboratorieoppgaven

- Det legges vekt på forståelse av grunnleggende prinsipper. Forsøk å jobbe rolig og metodisk for å lære mest mulig. Vi forventer i alle fall at du sitter ut hele labtida. For denne oppgaven er labtida satt til 4 timer. Det er ikke et krav at alle oppgavene utføres.
- Bruk garderobehyllene. Sett ryggsekker til side. Spising og drikking er dessverre ikke tillatt inne på laben.
- Apparaturen for denne oppgaven er oppsatt der andre oppgaver vanligvis kjøres. Vennligst ikke rør annen apparatur enn den som tilhører denne oppgaven. (Noe av utstyret tilhørende de andre oppgavene kan være både skjørt og kostbart.)

6. Laboratorieoppgave

- 1 Utfør 30 målinger av falltiden τ for stålkulen mellom høyeste og laveste målestrek. Del målingene i 3 serier med 10 målinger i hver. Les av temperaturen t før og etter hver måleserie. Måleseriene utføres fortløpende for å minimalisere eventuelle temperaturendringer under forsøket. La termometrets følsomme område (væskebeholderen) være plassert midt mellom øverste og nederste målestrek. Da kan en håpe på å avlese middeltemperaturen over fallstrekningen, også for det tilfelle at det skulle være små temperaturgradienter i vertikalretningen.
- 2 Beregn $\overline{\tau_1}$, $\Delta \tau_1$ og $\overline{\Delta \tau_1}$ for første måleserie og tilsvarende for måleserie 2 og 3. Anta for beregningene at statistisk usikkerhet i tidsmålingene dominerer. Besvar så følgende spørsmål:
 - a) Er $\overline{\tau_1}$, $\overline{\tau_2}$ og $\overline{\tau_3}$ forskjellige utover den statistiske måleusikkerheten? Bør en bruke standardavvikene $\Delta \tau_1$, $\Delta \tau_2$ og $\Delta \tau_3$ for enkeltmålinger eller standardavvikene $\overline{\Delta \tau_1}$, $\overline{\Delta \tau_2}$ og $\overline{\Delta \tau_3}$ for middelerverdier for å avgjøre dette?
 - b) I "Handbook of Chemistry and Physics"⁵ er det oppgitt følgende data for glyserol ved forskjellige temperaturer (1 cp (centipoise) = $1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$):

Temperatur t (°C)	Viskositet η (cp)
15	2330
20	1490
25	954
30	629

Rimer eventuell forskjell i midlere falltid mellom måleseriene med eventuell temperaturendring mellom måleseriene?

Merk at glyserolen vi måler på har et vanninnhold på ca. 2%, og at viskositeten på glyserol er sterkt avhengig av vanninnholdet. Det er ikke oppgitt vanninnhold for dataene som er hentet fra referanse 5.

- c) Vær oppmerksom på at systematisk temperaturendring kan føre til at verdiene for $\overline{\Delta\tau_1}$, $\overline{\Delta\tau_2}$ og $\overline{\Delta\tau_3}$ blir vesentlig større enn de ville ha vært dersom en bare hadde tilfeldige feil. Synes dette å ha vært tilfelle i ditt eksperiment? I tilfelle ja, diskutér mulige konsekvenser av dette med veilederen din.
- d) Kunne det tenkes en bedre metode for å påvise om det har vært vesentlig systematisk forandring i τ på grunn av temperaturendring under målingene enn det å dele opp i intervaller og sammenligne middelerverdier og standardavvik?
- e) Ville det føre til en vesentlig mindre usikkerhet i $\bar{\tau}$ dersom temperaturen kunne holdes konstant ved for eksempel å senke viskosimeteret ned i et vannbad?
- 3 Dersom en ikke er overbevist om at τ har variert vesentlig pga. temperaturendring, beregnes verdier for $\bar{\tau}$ og $\Delta\bar{\tau}$ felles for alle målingene. Disse verdiene brukes i fortsettelsen av oppgaven. I motsatt tilfelle velges ett sett verdier fra en enkelt måleserie.
- 4 Bestem midlere fallhastighet med usikkerhet, $v \pm \Delta v$. Avstanden mellom øverste og nederste strek settes lik $(30,0 \pm 0,1)$ cm. (Husk at resultatet fra forhåndsoppgaven kan benyttes her, men husk og å vurdere om det er usikkerhet for en enkeltmåling eller usikkerhet for middelerverdi som bør benyttes for falltiden.)
- 5 Beregn tallverdier for η og R_e ved angitt middeltemperatur under forsøket. Er R_e liten nok til at Stokes lov gjelder med nøyaktighet bedre enn 1%?
- 6 Finn et uttrykk for relativ usikkerhet i η , $\frac{\Delta\eta}{\eta}$, som funksjon av r , R , ρ_k , ρ_v , v , g og de tilsvarende usikkerhetene. Prøv så langt det er mulig å bruke relativ usikkerhet, for eksempel $\frac{\Delta r}{r}$. Det kan også være nyttig å bruke former som $\frac{\Delta\rho_k}{\rho_k - \rho_v}$. Merk at avhengig av hvordan du regner, kan denne oppgaven bli litt arbeidsom. Spør veilederen om hjelp dersom du setter deg fast.

- 7 I punktet ovenfor fant du et uttrykk for usikkerheten i η , $\Delta\eta$, basert på usikkerhetene Δg , Δr , ΔR , $\Delta\rho_k$, $\Delta\rho_v$ og Δv . Hvilke av disse usikkerhetene er uvesentlige for beregning av $\Delta\eta$ og kan neglisjeres når tallverdi for $\frac{\Delta\eta}{\eta}$ skal bestemmes?
- 8 Beregn tallverdi for $\frac{\Delta\eta}{\eta}$, og før opp sluttsvaret for $\eta \pm \Delta\eta$. Angi hvilken temperatur resultatet gjelder for.

7. Referanser

1. A. C. Merrington, Viscometry, Edvard Arnold & Co, London 1949, s. 49.
2. L. D. Landau og E. M. Lifshitz, Fluid Mechanics, Pergamon press, Oxford 1959, s. 66.
3. A. C. Merrington, Op.cit., s. 45.
4. A. C. Merrington, Op.cit, kapittel IV.
5. R. C. Weast, Ed., Handbook of Chemistry and Physics, CRC Press, Cleveland 1974, s. F-53.

Knut Arne Strand 2005
Revidert 06.01.2006, AB/LMA/EH/KAS
Revidert 27.01.2007 HH/KAS
Revidert 27.11.2007 RS/LEW/KAS