Oppgave 2 Lab i TFY4180

# *Ladning og kapasitans*

Institutt for fysikk, NTNU

## 1. Innledning

I denne laboratorieoppgaven skal vi studere sammenhengen mellom kapasitans, ladning og spenning. Det er ikke vanskelig å finne eksempler på fenomener i dagliglivet der elektrostatisk oppladning og kapasitans spiller en viktig rolle. Når en person beveger seg på et teppebelagt gulv kan vedkommende lett lades opp til flere tusen volt. Hvis forholdene ligger til rette for det (lav luftfuktighet, ledende kunststoffer i klærne, osv.) kan en plutselig jordkontakt medføre at det går en utladningsstrøm. Dette kan merkes som et lite (?) stikk i en finger, eller som et smell. Effekten er ufarlig fordi *kapasitansen* er lav. Den totale ladningen er liten og strømmen går bare et kort tidsrom.

Før vi presenterer det eksperimentelle oppsettet er det nødvendig med en rask gjennomgang av noen emner i elektrostatikk. Bruk av grenseflatebetingelser og enkle symmetriargumenter skal brukes for å finne de elektriske feltene. Vi tar utgangspunkt i kap. 21-24 i *University Physics* (12th ed) av Young og Freedman samt forelesningene i faget TFY4180 *Fysikk*.

## 2. Ladet kule

*Felt i fritt rom*

Elektrisk ladning måles i enheten coulomb, forkortet C. Det elektriske feltet rundt en punktladning $Q$ i vakuum er romlig isotropt og rettet i radiell retning;

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}. \qquad (1)$$

Vakuumpermittiviteten er gitt ved $\varepsilon_0 = 8.85\cdot 10^{-12}$ F/m. En punktladning er et eksempel på en elektrisk *monopol*. Gyldigheteten av (1) forutsetter at punktladningen befinner seg i fritt rom.

Gauss' lov gir uttrykk for en fundamental sammenheng mellom elektrisk fluks og ladning. I vakuum gjelder

$$\oint \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (2)$$

Dette betyr at den totale feltfluksen gjennom en lukket flate er proporsjonal med ladningen som flaten omslutter. Du ser lett at (1) er i samsvar med (2) ved å legge et kuleskall med vilkårlig radius omkring punktladningen $Q$ og deretter utføre flateintegralet i (2). Merk at så lenge integrasjonsflaten lukker ladningen inne kan flaten ha en vilkårlig form. Dessuten kan ladningen være vilkårlig fordelt over et endelig volum.

Det som i dagligtale kalles spenning er som regel *forskjellen* mellom verdiene til potensialfunksjonen $V(\mathbf{r})$. Denne funksjonen uttrykker potensiell energi *pr. ladningsenhet* på grunn av frastøtning/tiltrekning mellom ladninger. Det elektriske feltet er identisk med den negative *gradienten* til $V(\mathbf{r})$; dvs. $\mathbf{E} = -\nabla V$. Det sees at valget

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (3)$$

reproduserer (1).

Singulariteten $V \to -\infty$ i (3) når $r \to 0$ viser at det kreves uendelig mye arbeid for å presse en ladning sammen til ett *punkt*. Hvis du er mindre ambisiøs, og bestemmer deg for å samle sammen nok ladning til å bygge opp et uniformt ladet kuleskall med endelig radius $R$ og totalladning $Q$, kan en se at arbeidet blir $W(r) = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$, ut fra at $W=QV$ og at potensialet på kuleskallet er:

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad (4)$$

Etter Gauss' lov blir potensialet utenfor skallet fortsatt gitt ved (3). Merk at (4) også gjelder for en ledende, massiv kule fordi ladningen da vil fordeles isotropt på kuleoverflaten.

Anta nå at du har to ledere, f.eks. to elektroder, med vilkårlig størrelse, form og innbyrdes avstand. Lederne er ladet opp til verdien $\pm Q$ og isolert fra hverandre. Den tilhørende kapasitansen $C$ defineres da som *forholdet mellom ladningen på en av lederne, dividert med spenningsforskjellen mellom dem.* Dette kan skrives $Q = CV$ der $C$ måles i coulomb/volt, definert som farad (F).

Når $r \to \infty$ går $V$ i (3) mot null. Forestill deg nå at kula er omgitt av et fiktivt, ledende kuleskall med uendelig stor radius som ligger på null potensial. Av (4) går det fram at kapasitansen til kula må bli $C = 4\pi\varepsilon_0 R$. Det viser seg at dette er verdien man finner eksperimentelt hvis spenningen måles i forhold til jord. Forutsetningen er at kula holdes langt unna alle jordede og ujordede ledere.

*Speiling*

Vi tenker oss nå at en punktladning plasseres i nærheten av en jordet metallplate[1]. (Se fig. 1.) Vi skal argumentere for at de divergerende feltlinjene fra punktladningen bøyes av på en slik måte at de ved stasjonære forhold står normalt på metallplaten. (Merk: Her kan du alternativt benytte figurene 23.24 og 23.25 i *University Physics.*) For det første må parallellkomponenten *inne* i platen være lik null. For i motsatt fall ville det gå en strøm parallelt med overflaten, stikk i strid med vår antagelse om at det er blitt etablert et statisk felt. La oss teste påstanden om at feltlinjene utenfor platen har en ikke-null parallellkomponent $\mathbf{E}_{||}$: Ved stasjonære forhold følger det av Faradays lov at

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \qquad (5)$$

[1] Jording innebærer at platen er forbundet med en leder til et fjerntliggende ladningsreservoar, eller at platen er av uendelig utstrekning. I det første tilfellet må lederen være så tynn at den ikke påvirker feltgeometrien, men samtidig må ledningsevnen være høy. Potensialet på den jordete metallflaten settes definisjonsmessig lik null.

Da medfører Stokes' sats

$$\iint \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (6)$$

at $\mathbf{E}_{||} = 0$, for ellers ville en integrasjonsvei av den typen som er vist til venstre i fig. 1 i strid med (6) gi et bidrag som er forskjellig fra null!

Vi tenker oss nå en *virtuell* punktladning plassert symmetrisk i forhold til den opprinnelige, reelle punktladningen, men med motsatt fortegn. Feltlinjene for denne ladningskonstellasjonen oppfører seg som om de var en del av en fiktiv *dipol*, og står av symmetrigrunner alltid normalt på metallplaten. Dipollinjene over metallplaten tilsvarer de *reelle* feltlinjene. Denne "speilings"-effekten, som er vist skjematisk i fig. 1, skyldes i virkeligheten at de frie elektronene i metallet omgrupperer seg slik at det *tilsynelatende* blir en punktladning –*Q* i symmetrisk posisjon.

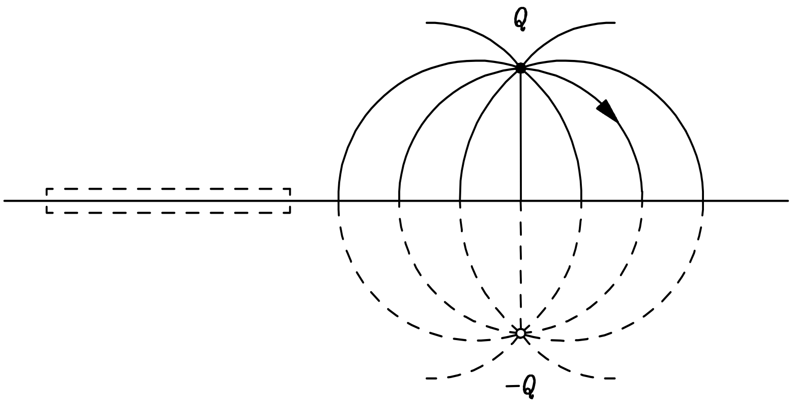



Fig 1 Feltlinjer (skjematisk) for en positiv ladning som speiler seg i en perfekt ledende metallplate. (Integrasjonsvei for anvendelse av Stokes' sats er vist til venstre).

Hvis punktladningen kommer tilstrekkelig nær metallplaten blir det etter Coulombs lov en målbar kraftvirkning mellom ladning og plate. Ioner og elektroner i nærheten av metalloverflater utsettes f. eks. for denne kraften.

Speilingseffekten vil være til stede også når den opprinnelige punktladningen erstattes av et uniformt ladet, dielektrisk objekt med vilkårlig størrelse og form. Det elektriske feltet kan da oppfattes som en superposisjon av bidrag fra et stort antall reelle og speilte punktladninger. Men merk at hvis objektet f. eks. er en ledende kule vil ladningene ikke lenger være isotropt fordelt over kuleoverflaten. Dette skyldes kraftvirkningene mellom ladninger og speilladninger.

### 3. Felt mellom kondensatorplater

*Vakuum*

Fig. 2a viser to ledende plater i vakuum som antas å være ladet opp til verdien $\pm Q$. Begge platene er parallelle med xy-planet. Den innbyrdes avstanden er *d* og plातearealet er *A*. Dette medfører en overflate-ladningstetthet $\sigma = \pm Q / A$. Mellom platene, og langt unna kantene, må det elektriske feltet av symmetrigrunner stå normalt på platene og være uniformt fordelt i hele volumet ($= Ad$). Tenker vi oss at en av platene skjærer gjennom en liten sylinder som har aksen normalt på platen gir (2)

$$(E\hat{\mathbf{e}}_z)\cdot(S\hat{\mathbf{e}}_z) = \sigma\frac{S}{\varepsilon_0} \tag{7}$$

Grunnflatearealet til sylinderen er *S*. Likning (7) medfører at $\mathbf{E} = -Q/(\varepsilon_0 A)\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{z}$. Vi har altså at $E = \sigma/\varepsilon_0$. Siden $E = V/d$ blir spenningen $V = Q/(\varepsilon_0 A/d)$ på platene. De to platene kan lagre ladning og virker følgelig som en *kondensator* med kapasitans $C = \varepsilon_0 A/d$.
Du lurer kanskje på hvorfor vi i (7) har forutsatt at feltet er null utenfor platene? Å neglisjere kanteffekter er ekvivalent med å anta uendelig store flater. I praksis kan kanteffekter neglisjeres hvis kravet $d << \sqrt{A}$ er oppfylt.

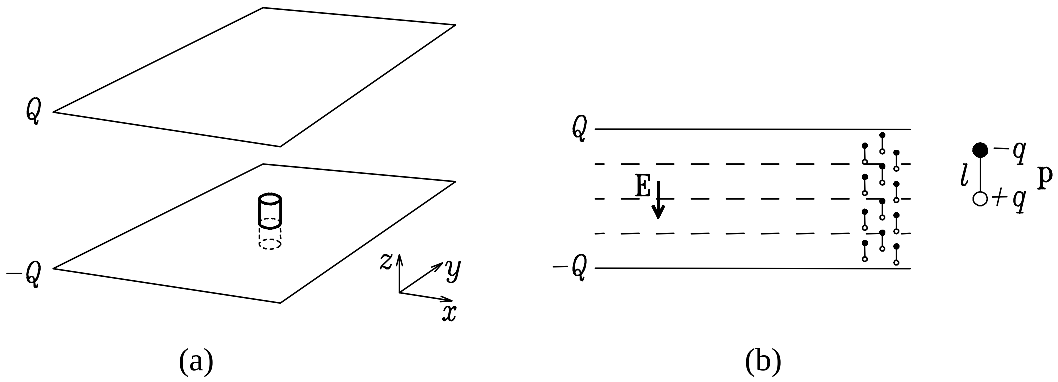



Fig. 2 (a) Skisse av to kondensatorplater. Den avbildete sylinderen kuttes i to like halvdeler av den ene kondensatorplaten. (b) Feltvektor og ekvipotensialflater. Utsnittet til høyre viser skjematisk effekten av polarisasjon, dvs. induserte dipoler.

*Dielektrikum*
Hvis du plasserer et ikke-ledende materiale i feltet mellom platene vil materialet *polariseres*. Denne prosessen er enklest å forstå når "materialet" er en polar væske, f. eks. vann. Ved tilstrekkelig høy feltstyrke vil vannmolekylene trosse termiske bevegelser og i tidsmiddel orientere dipolmomentene sine langs feltlinjene. (Hvis dielektrikumet derimot består av is vil denne prosessen naturligvis ikke finne sted.) I faste stoffer er den viktigste effekten vanligvis at atom- og molekylorbitaler blir ørlite "deformert", eller at ioner forskyves som følge av feltpåvirkningen. I tidsmiddel blir det da generert et lite indusert og opplinjert dipolmoment $p = ql$ for hvert atom eller molekyl. Effekten er skissert til høyre i fig. 2b. Den resulterende dipoltettheten *P*, eller polariseringen, avtar med økende temperatur, men er proporsjonal med *E*;

$$P \equiv \frac{Np}{Ad} = (\varepsilon_0\chi_e)E. \tag{8}$$

Proporsjonalitetskonstanten innenfor parentesen inneholder den dimensjonsløse størrelsen $\chi_e$ som kalles elektrisk susceptibilitet. *N* er antall dipoler mellom kondensatorplatene. Det er viktig å være klar over at nettoladningen er uendret overalt *unntatt* på grenseflaten dielektrikum/kondensatorplate. Dette skyldes at inne i dielektrikumvolumet vil ladningen $\pm q$ på hver "ende" av de små *p*-dipolene alltid oppveies av ladningen $\mp q$ til nabodipolene. Denne effekten finner ikke sted i et sjikt med tykkelse *l* nærmest selve kondensatorplatene. Her blir det følgelig en forandring i ladningstettheten. Vi kaller antall ekstra ladninger i dette sjiktet *n*. Fordi polarisasjonen P er uniform, må vi da (i samsvar med ligning (8)) i dette sjiktet ha

$$P = \frac{np}{Al} = \frac{nql}{Al} = \frac{nq}{A} \qquad (9)$$

Legg merke til at dimensjonen til P i ligning (8) og (9) er C/m$^2$. Dette tilsvarer dimensjonen til overflatetettheten av ladning, og representerer følgelig et *fradrag* i den opprinnelige overflatetettheten på kondensatorplatene. Årsaken er at fortegnet på den delen av dipolsjiktet som ligger nærmest kondensatorplaten må være det motsatte av fortegnet til plateladningen. Den modifiserte overflateladningstettheten blir

$$\sigma' = \sigma - P. \qquad (10)$$

Det første leddet på høyre side kalles *frie* ladninger. På tilsvarende måte som ovenfor er det ved hjelp av Gauss' lov lett å vise at kapasitansen i dette tilfellet blir

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} \qquad (11)$$

der $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ er den relative permittiviteten, og $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ er elektrisk permittivitet.

Selv om de individuelle induserte dipolene i et dielektrikum er små kan virkningen være stor for kapasitansen. Dette skyldes at antall atomer i et makroskopisk volum er høyt; av størrelsesorden Avogadros tall. Plastmaterialer har for eksempel en statisk relativ permittivitet som ligger i området 2 – 4. Vann har en permittivitet i nærheten av 80. For krystallen strontiumtitanat er det rapportert en verdi på 233 - som dessuten kan øke vesentlig ved avkjøling til 4.2 K.

Hva skjer hvis du øker spenningen på en kondensator? Siden feltet *E* er proporsjonalt med spenningen, øker polarisasjonen ifølge (8). Hvis spenningen blir tilstrekkelig stor kan en dessuten få overslag. Dette innebærer transport av ladning mellom kondensatorplatene, og kondensatoren blir utladet. I luft kan en få gnistdannelse. I et dielektrikum kan det dannes ledende kanaler, som kan ødelegge kondensatorvirkningen. Den dielektriske *holdfastheten* angir den kritiske feltstyrken som dielektrika og isolatorer tåler. I isolatormaterialet porselen er holdfastheten typisk 50 kV/cm, som tilsvarer et relativt sterkt elektrisk felt.

Det er også lett å vise ved hjelp av Gauss' lov at feltet *E* er gitt ved

$$E = \frac{\sigma - P}{\varepsilon_0} \qquad (12)$$

som gir $\sigma = \varepsilon_0 E + P$. Det er praktisk å innføre vektorfeltet $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$. Dette feltet kalles elektrisk flukstetthet men av historiske årsaker kalles det ofte for *elektrisk forskyvning*. Det kan da vises at Gauss' lov kan skrives

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{fri} \qquad (13)$$

Her refererer $Q_{fri}$ til "vanlige" ladninger; bidrag fra mikroskopiske, induserte dipoler er inkludert i **D**-feltet.

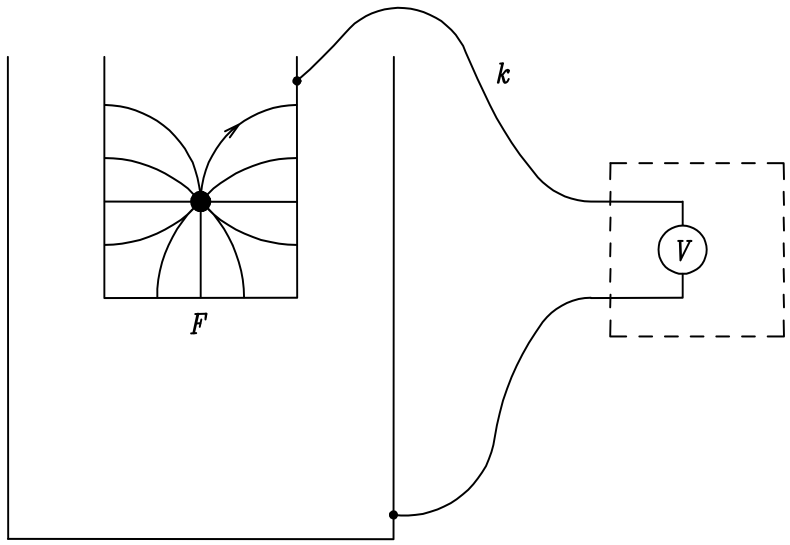
## 4. Eksperimentell framgangsmåte

I forsøkene skal vi generere målbare nettoladninger ved etter tur å gni tre små skiver, bestående av ulike (og ukjente) materialer, mot hverandre. Som kjent har atomer forskjellige ioniseringsenergier. Elektronaffiniteten, som er et mål for tiltrekningskraften mellom et atom og ett ekstra elektron, avhenger også av atomnummeret. Ved gnidning blir det en netto transport av elektroner fra det ene materialet til det andre. Selv om den totale ladningen er bevart medfører dette at den ene overflaten blir positiv og den andre negativ.

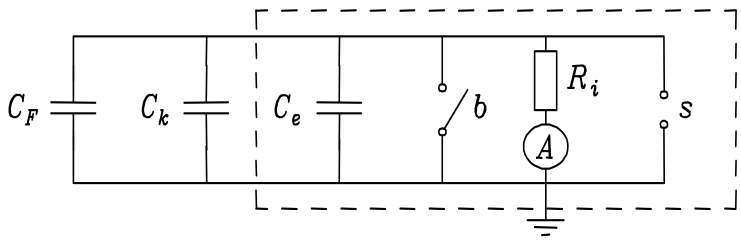
Hvis du berører et område på et oppladet legeme med et stykke metall vil en del av ladningen rundt berøringsområdet flyte over på metallstykket. Hvis metallstykket er isolert kan vi benytte effekten til å flytte ladning fra det ladete legemet. På denne måten kan den lokale ladningsfordelingen kartlegges.

For å måle ladninger skal vi benytte et *faradaybur* og et *elektrometer* (elektrometeret er et følsomt voltmeter). Faradayburet i fig. 3a består av en ledende nettingsylinder som er åpen i en ende. Sylinderen er isolert fra jord, og den er skjermet av en annen nettingsylinder som er jordet. Sylinderne definerer en kapasitans $C_F$. En koaksialkabel er koblet mellom sylinderne og elektrometeret. Kabelen består av en leder med en koaksial, jordet og sylindrisk kappe, og har en kapasitans $C_k$. Som vist i ekvivalensskjemaet i fig. 3b har elektrometeret en indre kapasitans $C_e$. Denne kapasitansen er koblet i parallell med $C_F$ og $C_k$.

Hvis en ladet kule føres inn i buret vil feltlinjene søke å innrette seg normalt mot hver enkelt av nettingtrådene. Dette medfører omgruppering av ladning, helt analogt den mekanismen som lå til grunn for speilingsprosessene diskutert i kap. 2. Med henblikk på bruk av Gauss lov viser det seg at veggene i faradayburet kan oppfattes som om de var sammenhengende, ledende sylinderflater.




(a)




(b)

Fig. 3 (a) Uniformt ladet dielektrisk kule i faradaybur (skjematisk). Elektrometer er angitt med stiplet linje. Overskuddsladning, med samme fortegn som kuleladningen, strømmer inn i elektrometeret og genererer et spenningsfall ved å lekke langsomt til jord. (b) Ekvivalensskjema.

Oppladningen av faradayburet og de parallellkoplede kapasitansene medfører at vi får satt opp en spenning $V$ over $s$ i fig. 3b. Ladningen er da gitt ved $Q = (C_F + C_k + C_e)V$ der $V$ er målt spenning på elektrometeret.

Legg merke til at elektrometerspenningen måles ved å registrere den lille strømmen som flyter gjennom den indre motstanden $R_i$. Dette betyr at etter oppladning vil faradayburet langsomt utlades gjennom elektrometeret. Elektrometeret er også utstyrt med en kortslutningsbryter $b$.

Hvis den ladete kula skyves tilstrekkelig langt inn i buret vil alle feltlinjene ende opp på buret. Dette er tilfelle også om du bytter ut kula med f. eks. en skive; så lenge ladningen er den samme vil den geometriske formen ikke bety noe for den *totale* fluksen.

## 5. Forhåndsoppgaver.

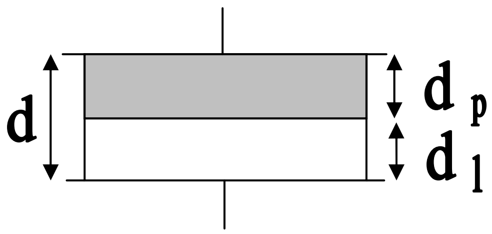
1 Anta at du skal måle permittiviteten $\varepsilon_0$ for vakuum (som bare skiller seg 0,6 ‰ fra den for luft med atmosfæretrykk) ved å måle kapasiteten $C_1$ mellom to parallelle kondensatorplater med areal $A$ og avstand $d$ der $d << A^{1/2}$. $\varepsilon_0$ er da med god tilnærmelse gitt ved (se lign.(11)):

$$\varepsilon_0 = \frac{C_1 d}{A} \tag{14}$$

Finn ved hjelp av feilforplantningsloven (Ligning (5) i notatet "En liten innføring i usikkerhetsanalyse" utlagt på labfagets hjemmeside) et uttrykk for den resulterende relative usikkerheten $\frac{\Delta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}$ i $\varepsilon_0$, som funksjon av $\frac{\Delta C_1}{C_1}$, $\frac{\Delta d}{d}$ og $\frac{\Delta A}{A}$. $\Delta C_1$, $\Delta d$ og $\Delta A$ er usikkerhetene henholdsvis i $C_1$, $d$ og $A$.

2 Svekkes eller forsterkes det elektriske feltet hvis du plasserer et dielektrisk materiale mellom to ladete kondensatorplater?

3 Anta at kapasitansen for to parallelle kondensatorplater i avstanden $d$ i luft er målt til $C_1$. Et plastdielektrikum med relativ permittivitet $\varepsilon_r$ og tykkelse $d_p$ plasseres mellom platene på en slik måte at det blir et luftgap $d_l = d - d_p$. Den tilhørende kapasitansen måles nå til $C_2$. Utled et uttrykk for $\varepsilon_r$.




4 En ladning $Q_0$ bringes så dypt inn i et faradaybur at ingen feltlinjer "slipper ut". Vis at dette gir opphav til strømmen

$$I = \frac{Q_0}{\tau}\exp(-\frac{t}{\tau}) \tag{15}$$

gjennom den indre motstanden i elektrometeret. Tidskonstanten er

$$\tau = R_i(C_F + C_k + C_e). \tag{16}$$

Den totale kapasitansen er 140 pF, og $R_i = 10^{14}$ ohm. Anta at du vil måle *før* 1 % av ladningen er lekket ut. Hvor lenge kan du vente før målingen må utføres?

## 6. Obs før du starter med laboratorieoppgavene!

Det legges vekt på forståelse av grunnleggende prinsipper. Forsøk å jobbe rolig og metodisk. Vi forventer at du sitter ut hele labtida. Det er *ikke* et krav at alle oppgavene utføres. Stress ned.

- Bruk garderobehyllene. Sett ryggsekker til side.
- Spising og drikking er ikke tillatt inne på laben. Du kan bevilge deg en pause på opptil 20 minutter.
- Utstyret og instrumentene du skal bruke er skjøre og må behandles forsiktig.
- Ikke berør ladningsskiver og den isolerende overgangen mellom ladningsskiver og håndtak: Fingrene dine avsetter fett og olje på overflaten, noe som medfører lekkasjestrømmer. Unngå likeså all berøring av ladningskuler og kondensatorplater, samt holdere. Benytt gjerne hansker! Bruk isopropanol til rengjøring ved mistanke om lekkasjestrøm. Ladningsøse og ladningsgivere skal ligge på stativet.
- Ikke bruk makt på BNC-ene.
- Elektrometeret må ikke utsettes for spenninger over 100 volt. Ikke berør inngangen uten å være skikkelig utladet!
- Gjør det til en vane å kortslutte kondensatoren før du prøver å måle kapasitansen.
- *Lat* som om spenningsutgangen på likespenningskilden er livsfarlig. (Selv om den indre utgangsresistansen på kilden er 100 megaohm.)
- Det <u>er</u> livsfarlig og absolutt ikke tillatt å plugge bananledninger i nettkontakter.
- Rydd opp etter deg før du går. Slå av alle instrumenter. Sett alt utstyr tilbake i samsvar med fotografiet på labplassen.

## 7. Laboratorieoppgaver.

1 Sett deg inn i bruk av ladningsgivere (blå og hvit skive), ladningsøse (metallisk skive), elektrometeret og faradayburet. Pass på at elektrometeret er jordet.

Generer, flytt og mål ladninger. Ladninger genereres ved å gni de to ladningsgiverne mot hverandre. Observer, forklar og diskuter det som skjer. Finn ut hva som bestemmer fortegnet på den målte spenningen. Regn ut en typisk numerisk verdi for ladningene som du genererer. Oppgi verdien både i coulomb og elementærladningsenheter.

Koaksialkabelen skal kobles mellom faradayburet og elektrometeret. (Gjennom koaksialkabelen er da også det ytre buret jordet via elektrometeret.) Bruk den tilnærmede verdien $C = 140$ pF for totalkapasitansen. Elementærladningsenheten er $1.602 \cdot 10^{-19}$ C.

2 Følg nøye med økningen i viserutslaget på elektrometeret når du fører et ladet objekt *langsomt* inn i faradayburet. Gi en diskusjon med utgangspunkt i (2).

3 Kommenter også det du observerer hvis du *berører* den indre sylinderen i faradayburet med ladningsgiverne og ladningsøsa. Synker elektrometerspenningen etter oppladning, dvs. etter berøringen? Stemmer dette med forhåndsoppgave 4? Hvordan vil du undersøke om *all* ladning føres over til buret ved berøring? Er det forskjell mellom ladningsøsa og ladningsgiverne?

4 Sett deg inn i bruk av likespenningskilden, kuleelektroden og platekondensatoren. Bruk de to stillskruene til å stille platene i platekondensatoren parallelle.

5 Varier spenningen på kuleelektroden fra 100 V til 1000 V i trinn på 100 V. Koble fra spenningskilden etter hver innstilling. Øs så ladning en gang fra kula til faradayburet og mål ladningen. (Husk å nulle ut elektrometeret for hver øsing, og pass på å holde øsa i samme stilling i forhold til kula ved hver berøring.) Plott så målt ladning på faradayburet som en funksjon av ladning på kulen. (Ladningen på kuleelektroden regnes ut etter ligning 4 i oppgaveteksten, med kuleradien 6,5cm, og ladningen på øsa beregnes som i punkt 1.)

Argumenter for at målingene bør ligge fordelt om en rett linje, og legg inn en rett linje ved visuell tilpasning[2]. Bruk stigningstallet til den rette linjen til å beregne forholdet mellom ladning på øsa og ladning på kula.

6 Legg så kuleelektroden på 1000 V i forhold til jord, og la den være tilkoblet spenningskilden i hele dette punktet.

*Øs* nå ladning fra kula til den faste kondensatorplaten og mål kondensatorspenningen som funksjon av antall overføringer ved hjelp av elektrometeret. Det røde/svarte ledningsparet med endelig kapasitans (ca 36 pF) skal være koblet mellom kondensatorplatene og elektrometeret. Legg den bevegelige kondensatorplaten på jord og la plateavstanden være et sted mellom 1 og 4 cm.

7 Lad opp den faste kondensatorplaten, uten plastdielektrikum, til 6 V i forhold til den jordete bevegelige platen. La platene være helt sammen. Etter oppladning skal likespenningskilden kobles fra igjen. Mål kondensatorspenningen som funksjon av avstand mellom platene. Ta tett med målepunkter ved små plateavstander. Plott invers spenning som funksjon av invers avstand og diskuter kurven. Forklar hvorfor kurven avviker fra formen $U^{-1} \propto d^{-1} + const.$ ved store plateavstander.

8 Sett deg inn i bruk av kapasitansmålingsfunksjonen på multimeteret. Øv deg ved å måle på et par kjente kapasitanser. (Spør læreren.)

9 Mål kapasitansen $C_1$ til platekondensatoren ved avstand $d = 3{,}0\,\mathrm{mm}$ og luft mellom platene. Denne avstand kan innstilles ved først å stille platene parallelle og så å sette platene så nær hverandre som mulig med plastskiva mellom. Plastskive tar en så forsiktig ut. (Plastplaten er ca. 2 mm tykk og filtknottene ca 1 mm.) Beregn verdi for $\varepsilon_0$ med usikkerhet ut fra måling av $C_1$ og ved hjelp av det du fant i forhåndsoppgave 1. For areal og plateavstand kan følgende verdier nyttes[3]:

$$A = (255 \pm 3)\,\mathrm{cm}^2 \qquad \text{og} \qquad d = (3{,}0 \pm 0{,}3)\,\mathrm{mm}$$

---

[2] Hvis du velger å skrive rapport om denne oppgaven bør du legge inn den rette linjen ved lineær regresjon.

[3] De som vil nytte eget anslag for usikkerhet i *d*, har full frihet til det. Veilederen kan låne ut et skyvelær for nøyaktigere måling.

Av bruksanvisningen for multimeteret følger det at usikkerheten er $\pm 0{,}01\,\text{nF}$ for de målinger vi skal gjøre.

Gir din måling samsvar med tabellverdien $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m innenfor usikkerhet?

10 Mål kapasitansen $C_2$ til platekondensatoren med plastdielektrikum mellom. Beregn så den relative permittiviteten til plastmaterialet ved hjelp av uttrykket for $\varepsilon_r$ du fant i forhåndsoppgave 3. For tykkelsen av henholdsvis plastplate og mellomrom med luft kan følgende verdier nyttes:

$$d_p = (2{,}0 \pm 0{,}1)\ \text{mm} \qquad \text{og} \qquad d_l = (1{,}2 \pm 0{,}3)\ \text{mm}$$

(Merk at vi ikke krever usikkerhetsanalyse for dette punktet, men at det slett ikke betyr at usikkerheten for $\varepsilon_r$ målt på denne måten er liten.)

Johannes Bremer 1999
Revidert 07.02.05: EE/JH/KAS
Revidert 12.02.07: EE/JH/AKB/KAS
Revidert 28.06.07: AKB/KAS
Revidert 13.02.08: LEW/KAS