GRAFISK FREMSTILLING AV MÅLERESULTATER

En grafisk fremstilling av måleresultater er en kurve (diagram) som viser hvordan den ene av to størrelser varierer når den andre endres. Størrelsen som endres, kaller vi uavhengig variabel, den andre kaller vi avhengig variabel.

Fordelene ved en grafisk fremstilling er at vi lettere kan gjøre sammenlikning med andre målinger, vi får målingene i oversiktlig form slik at vi f.eks. med en gang ser tendensen i måleresultatene, kurvene gjør det lettere å foreta interpolasjon mellom målepunktene, m.m.

For at den grafiske fremstilling skal bli tilfredsstillende bør visse regler følges:

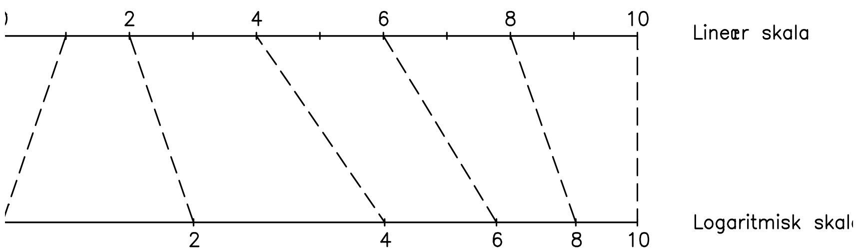
1. Valg av kurvepapir

De grafiske fremstillingene ved laboratorieøvingene skal som regel tegnes på vanlig mm-papir. I noen oppgaver skal brukes spesielle typer kurvepapir med logaritmisk skalainndeling i den ene (enkel-logaritmisk) eller i begge akseretninger (dobbel-logaritmisk).
Grafens størrelse velges slik at tegneusikkerheten blir liten i forhold til målingenes usikkerhet. I de fleste tilfeller betyr dette at millimeterpapiret må velges i A-4 format.

2. Valg av koordinatakser og skalaer

Det er vanlig praksis at den uavhengig variable avsettes langs x-aksen mens den avhengig variable avsettes langs y-aksen. Aksene skal trekkes tydelig opp og påføres benevning og enhet. Det skal skrives fortløpende tall langs aksene, men ikke for mange (3-5). Skalaenheten bør velges slik at avlesningen blir lett, f.eks. 1 cm lik 1, 2, 5 eller 10 enheter (ikke 3, 7, 9, etc.). Vi må unngå skalainndeling som gjør kurven sammentrykt i den ene retningen.

Aksene plasseres litt inn på kurvepapiret slik at påskrifter ikke kommer i margen. Husk å lage tilstrekkelig marg hvis grafen skal settes inn i hurtighefte e.l.



Skalainndelingen er vanligvis lineær, men som nevnt foran kan det være behov for logaritmisk inndeling på noen oppgaver. Sammenhengen mellom lineær og logaritmisk skalainndeling (for en dekade) er vist i Fig. 1.

Fig. 1
Lineær og logaritmisk skala

Vi skal se nærmere på et par aktuelle tilfeller hvor logaritmisk framstilling er nyttig, nemlig funksjoner gitt ved:

a) $y = ae^{bx}$
b) $y = ax^{b}$

Den første av disse funksjonene vil fremstilles som en rett linje i et diagram med logaritmisk skalainndeling i y-retning og lineær skala i x-retning. Vi får da et enkel-logaritmisk diagram. Dette er vist i Fig. 2, som viser opptegning av en slik funksjon både i lineært og i enkel-logaritmisk diagram (en dekade). Konstantene a og b bestemmes ut fra kurven som vist på Fig. 2b ved å velge to punkter på denne, $x_1 y_1$ og $x_2 y_2$.

$$b = \frac{\ln y_2 - \ln y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\ln \frac{y_2}{y_1}}{x_2 - x_1}, \quad a = \frac{y_1}{e^{b x_1}} \qquad \textbf{(1)}$$

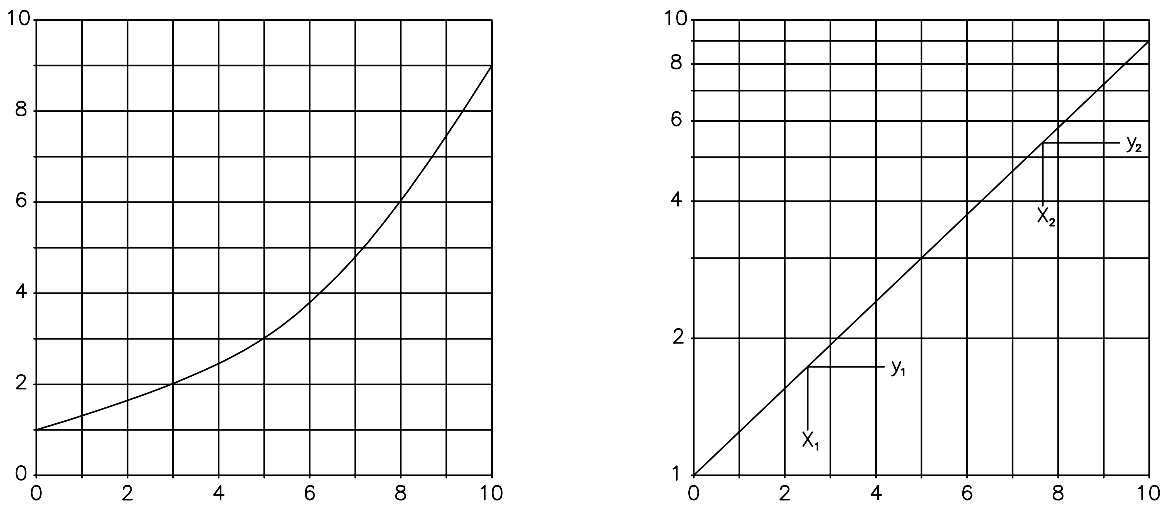


Fig. 2
Framstilling av funksjonen y = ae^{bx} i a) lineær skala, b) enkeltlogaritmisk diagram

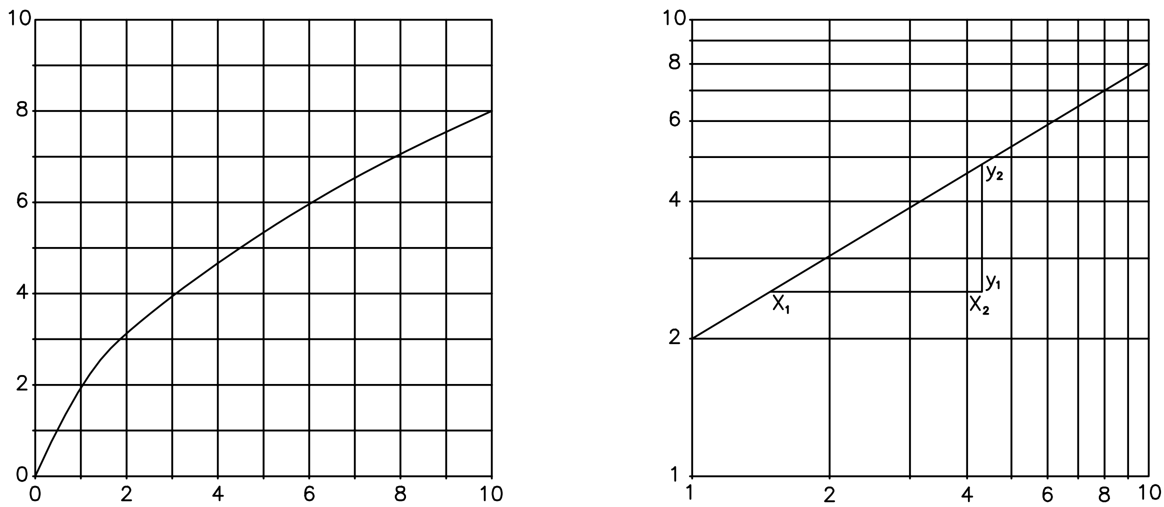


Fig. 3
Funksjonen y = ax^{b} i a) lineær skala, b) dobbelt-logaritmisk skala

Funksjonen $y = ax^b$ kan fremstilles som en rett linje i et diagram hvor både x-aksen og y-aksen har logaritmisk skalainndeling (dobbelt-logaritmisk diagram). I Fig. 3a er en slik funksjon tegnet med lineære skalaer og i Fig. 3b med logaritmiske (en dekade). Konstantene a og b bestemmes ut fra linjen ved å velge to punkter på denne, x_1y_1 og x_2y_2.

$$b = \frac{\log\left[\frac{y_2}{y_1}\right]}{\log\left[\frac{x_2}{x_1}\right]}, \quad a = \frac{y_1}{x_1^b} \qquad \textbf{(2)}$$

Logaritmisk skalainndeling kan være nyttig, selv om kurven i det logaritmiske diagram ikke blir en rett linje, f.eks. når x og/eller y varierer over store områder (flere dekader)

3. Markering av målepunktene

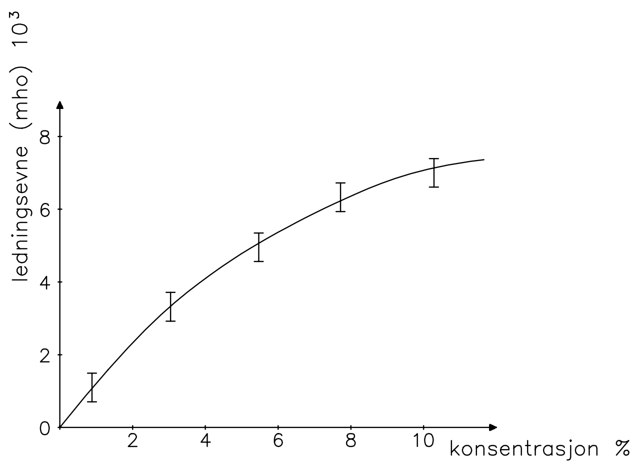


Fig. N
Ledningsevne for $CuSO_4$ oppløst i H_2O som funksjon av konsentrasjonen, t = 21 °C

Fig. 4
God kurveføring

De enkelte målepunkter skal markeres tydelig med et eller annet symbol (sirkel, kryss, firkant e.l.). Med flere kurver på samme kurveblad brukes ulike symboler for hver kurve hvis de ikke er tydelig adskilt. Vi kan også markere de enkelte kurver ved å bruke stiplete (prikkete) linjer eller nytte flere farger. Usikkerheten i målingene kan også markeres i forbindelse med målepunktene ved horisontale og vertikale streker som angir usikkerhetsområdet i henholdsvis horisontal og vertikal retning. Dette er vist i Fig. 4. Denne figuren er også et eksempel på hvordan en målekurve bør se ut med hensyn på figurtekst og akseinndeling.

4. Tilpassing av kurve til målepunkter

Kurver kan trekkes som rette linjer mellom de enkelte målepunkter eller som en jevn, kontinuerlig kurve med målepunktene fordelt jevnt på eller omkring kurven. De fleste kurver trekkes jevnt opp, mens kalibrerings- og korreksjonskurver vanligvis har rette linjer mellom målepunktene. I Fig. 5 er vist eksempel på en korreksjonskurve. Korreksjonen er det vi må legge til avlesningen (utslaget) for å få den riktige verdi.

Hvis vi måler for å kontrollere en lov eller et annet funksjonsforhold, er det vanligvis grunn til å tro at en jevn kurve eller en rett linje blir resultatet.

Hvis de målte punkter ser ut til å danne en rett linje, plasseres denne slik at punktene fordeler seg jevnt om den. (Bruk gjennomsiktig linjal slik at alle målepunkter sees samtidig). Er det forskjell i punktenes usikkerhet, bør det tas hensyn til dette ved plasseringen av linjen.

Akseforholdet bør velges slik at helningen på linjen blir ca. 45^o i forhold til x-aksen . Med en kurvelinjes helning (retningskoeffisient) menes ikke den rent geometriske helning, men forholdet Δy/Δx hvor vi må ta hensyn til akseenhetene. Den geometriske helning vil være bestemt av hvilke enheter vi velger på aksene.

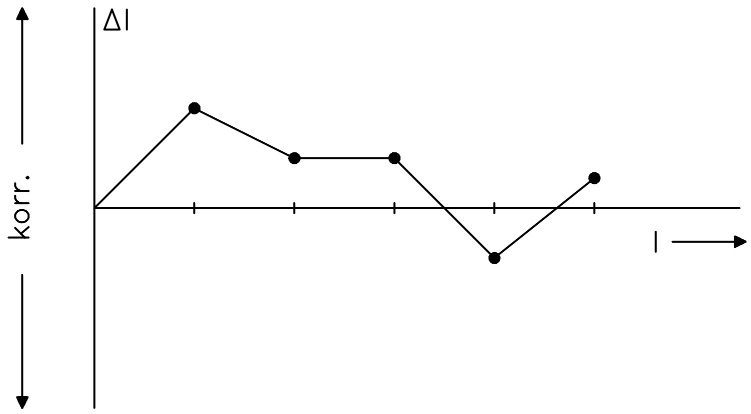


Fig. 5
Korreksjonskurve

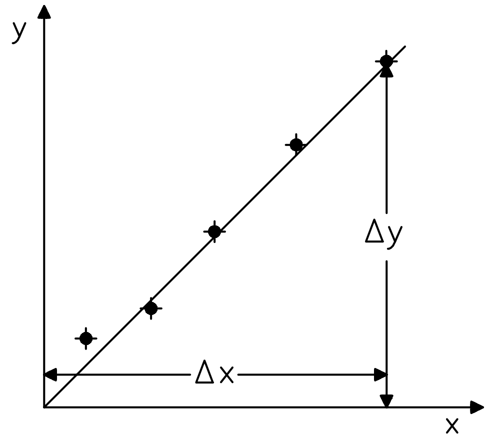


Fig. 6
Retningskoeffisient for funksjonen

Ved bestemmelse av retningskoeffisienten skal x- og y-differens markeres tydelig på kurvebladet som vist i Fig. 6.

5. Påskrifter på grafen

Grafen, som leveres inn på separate kurveark, skal være merket med øvelsens navn og nummer, dato for utførelsen, gruppenummer og navnet på den som har tegnet grafen (underskrift).

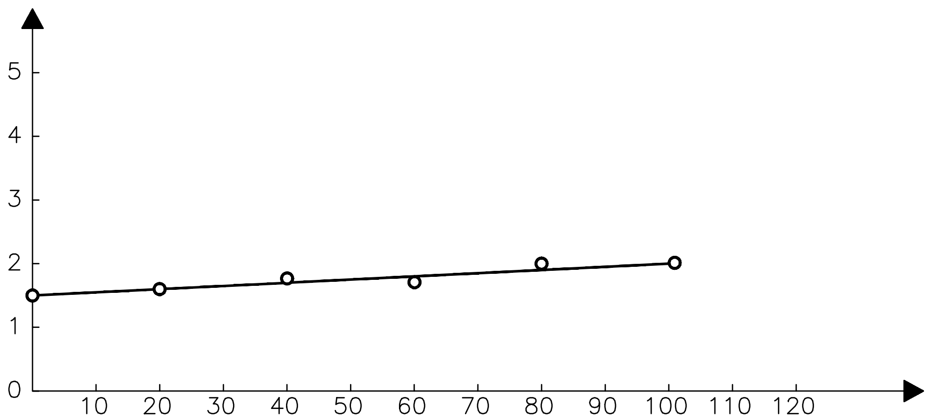


Fig. 7
Eksempel på mangelfull kurvetegning

En påskrift skal angi hva kurven forestiller, eventuelt supplert med en prinsipp-skisse. Beregninger ut fra kurven bør vanligvis ikke gjøres på grafen.
I Fig. 4 og 7 er vist eksempel på en god, henholdsvis dårlig graftegning. Feil på den dårlige grafen er bl.a. feil skala i y-retning (kurven for sammentrengt vertikalt), for tett med tall på begge skalaer, manglende påskrift m.m.