UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR ALMEN FYSIKK

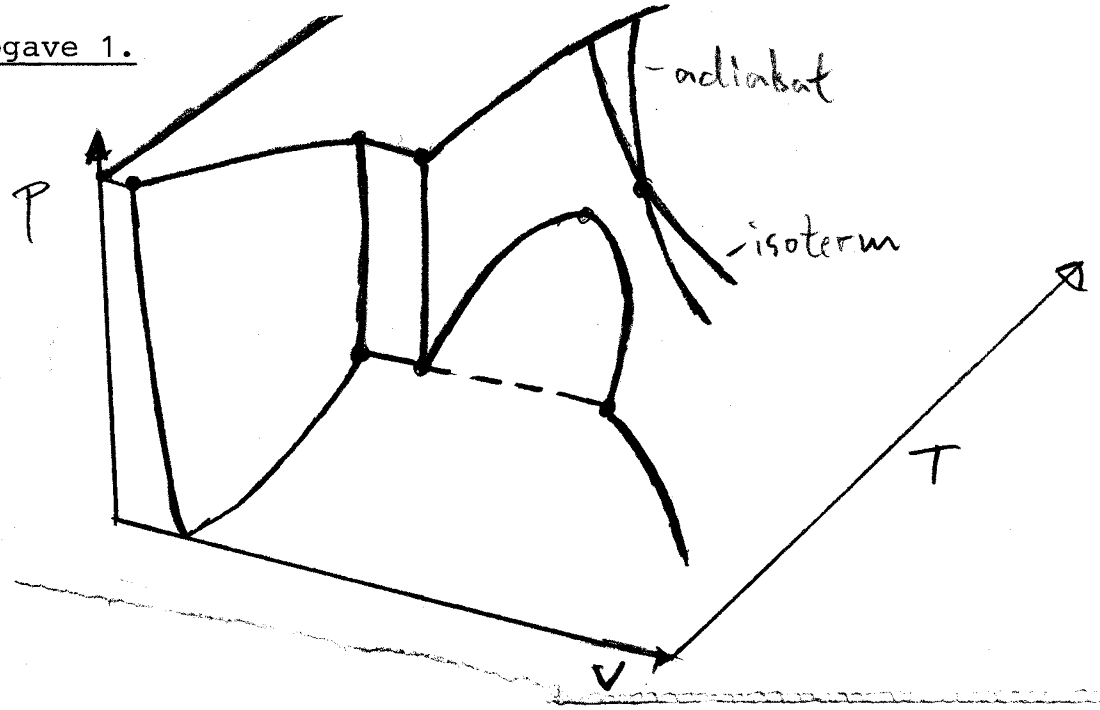
Løsninger til

EKSAMEN I FAG 70515 FYSIKK FOR AVD. III 2. ÅRSKURS 1985/86.

Mandag 13. januar 1986

Oppgave 1.

a)



b) For to-atomige gasser har en typisk at $C_v = 2(3+2)R/2 = 5R$ for to mol. På grunn av relasjonen $C_p - C_v = nR$ finner vi $\gamma = (2R+5R)/(5R) = 7/5 = 1.4$.

c) Vi trenger sluttemperaturen. Siden vi har en adiabatisk prosess må

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_0\left(\frac{V_o}{V_2}\right)^{\gamma-1} \qquad (1)$$

Det nye volumet kan finnes av

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_0 V_0^{\gamma}$$

$$V_2 = V_0\left(\frac{p_0}{\frac{27}{8}p_0}\right)^{1/\gamma} = V_0\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = V_0\ \frac{4}{9}$$

Setter vi dette inn i (1) finner vi

$$T_2 = T_0\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}\,T_0.$$

Ingen varme flyter inn siden det er en adiabatisk prosess og vi finner at arbeidet er lik forandringen i indre energi;

$$-W = C_v(T_2-T_0) = C_vT_0\,\frac{1}{2} = 2c_vT_0\,\frac{1}{2}$$

dvs. 6167 J. Entropiforandringen er null.

d) Energitilførselen er lik arbeidet pluss endringen i indre energi. Vi får likningen

$$\frac{\frac{27p_0}{8}\,(V_0+V_0-V_0\,\frac{4}{9})}{nR} = T_1$$

Siden $nR = p_0V_0/T_0$ gir dette

$$T_1 = T_0\,\frac{27}{8}\cdot\frac{14}{9} = \frac{21}{4}\,T_0$$

Total energitilførsel blir

$$Q = C_v\,(\frac{21}{4}\,T_0-T_0) + C_vT_0\,\frac{1}{2}$$

$$Q = \frac{19}{4}\,C_vT_0 = \frac{19}{2}\,c_vT_0$$

dvs. 58601 J.

Oppgave 2.

a) Kuleformen medfører minimalt areal i forhold til volumet. Det betyr minst varmetap.

b) Vi har symmetri og isotropi rundt origo. Varmestrømmen må være uavhengig av r - ellers får vi en tidsavhengig temperatur p.g.a. varmeopphopning. Derfor må

$$J_{tot} = j(r)\cdot 4\pi r^2 = \text{const}$$

som gir

$$j(r) = \frac{\text{const}}{r^2}$$

Fouriers lov kan derfor skrives

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^2}$$

når vi absorberer alle konstanter opp i C_1. Vi får

$$T = -\frac{C_1}{r} + C_2$$

som gir

$$T(r) = T_2 + \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (1)$$

Siden

$$j(r) = -\lambda\frac{dT}{dr}$$

er

$$J = 4\pi r^2(-\lambda)\frac{dT}{dr}$$

Innsatt for T fra (1) finner vi

$$J = \lambda 4\pi\left(\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}\right)$$

Totalt effekttap blir 1836.7 kW.

c) Det vil komme bidrag fra tre transportmekanismer: Varmeledning gjennom lufta, varmestråling, samt konveksjon. Varmeledningen avtar når avstanden mellom skallene øker mens konveksjonsbidraget går mot en konstant verdi. Konveksjonsbidraget går mot null ved forsvinnende luftgap. Strålingsbidraget er uavhengig av avstanden.

d) Ved stasjonære forhold må vi ha

$$j_u = \varepsilon\sigma T_1^4 + (1-\varepsilon) j_i$$

$$j_i = \varepsilon\sigma T_2^4 + (1-\varepsilon) j_u$$

når vi refererer energistrømtetthetene til det innerste skallet. Vi får

$$J = 4\pi \frac{\varepsilon\sigma}{2-\varepsilon} (r_1^2 T_1^4 - r_1^2 T_2^4)$$

Setter vi inn numeriske verdier finner vi $J \approx 11$ kW som er mye mindre enn det svaret vi fikk under b).

<u>Oppgave 3.</u>

a) Kraftlikevekt

$$m\ddot{x} = -Kx - R\dot{x}$$

Bevegelseslikningen blir

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

der $\omega_0 = \sqrt{K/m} = \sqrt{3}[\mathrm{Hz}]$ og $\gamma = 2[\mathrm{Hz}]$.

For å få overdempning må $\gamma > \omega_0$, dvs.

$$R > 2\sqrt{Km}$$

som gir $R > 86.6$ kg/s.

b) Ved overdempning har vi

$$x = Ae^{-(\gamma-\sqrt{r^2-\omega_0^2})t} + Be^{-(\gamma+\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2})t}$$

$$x = Ae^{-t} + Be^{-3t}$$

Vi får følgende likninger for bestemmelse av A og B;

$$x_0 = A \quad +B$$

$$0 = -A \; -3B$$

som gir A = -3B; B = -1, A = 3 [dm]. Utsvinget blir

$$x = 3e^{-t} - e^{-3t} \text{ [dm]}$$

c) En oscillator av denne typen har kraftlikevekt når

$$m\ddot{x} = -Kx \pm F_f$$

der friksjonskraften alltid virker mot bevegelsen. Dette gir oscillatorligningen

$$\ddot{x}+\omega_0{}^2x = \pm a_f$$

der $a_f = F_f/m$.

d) Oscillatoren dør ut i posisjonen x = 0 dersom friksjonskraften dissiperer energien $\frac{1}{2}\,Kx_0{}^2$ i løpet av innsvingningstida T/4. Det gir

$$F_f x_0 = \frac{1}{2}\,Kx_0{}^2$$

dvs.

$$F_f = \frac{Kx_0}{2}$$

Tallsvaret blir F_f = 7.5 N.