UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Hans M. Pedersen, tlf. 3587

EKSAMEN I FAG 70525 FYSIKK FOR AVD. $IV^{A,B,C}$
Lørdag 4. juni 1988
Tid: kl. 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
K.J.Knutsen: Formler og data i fysikk
O.H. Jaren og K.J.Knutsen: Formelsamling i matematikk
K.Rothmann: Matematische Formelsamlung

Oppgave 1

a) Fri partikler med hastighet v og hvilemasse m har energi E og impuls p. Vis at:

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}.$$

Hva er energien for en partikkel i ro (v=0)?
Hva er energien for et foton (m=0)?

b) Skriv opp deBroglie-relasjonene for et fotons energi og impuls (uttrykt ved frekvensen f og bølgelengden λ) og vis at disse stemmer med resultatene fra a).
Det menneskelige øye kan såvidt oppfatte gult lys (λ=600 nm) som avgir $1{,}7 \cdot 10^{-18}$ W til netthinnen. Hvor mange fotoner pr. sekund svarer dette til?

c) Fotoner med bølgelengde λ spres ved kollisjoner med elektroner i et stoff. Anta at elektronet er i ro før kollisjonen, og bruk energi- og impulsbevarelse til å vise at det spredte fotonet har bølgelengde λ' gitt ved:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c}(1-\cos\phi),$$

hvor m_e er elektronmassen og ϕ er spredningsvinkelen.

d) Hva kalles effekten i c) og hva illustrerer den?
Hvor stor er den maksimale bølgelengdeendringen $\lambda'-\lambda$, og hvilken spredningsvinkel ϕ opptrer den ved?
Hvor stor energi og impuls har elektronet etter kollisjonen i dette tilfellet? Anta at $\lambda = 0{,}1$ nm.

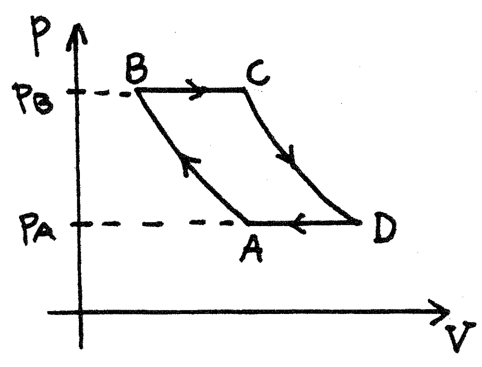
Oppgitt: $E = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$, $\quad p = \dfrac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$,

$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Js, $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg, $c = 3\cdot10^{8}$ m/s.

Oppgave 2

a) Formuler varmelærens 1. hovedsetning.
Definer de molare varmekapasitetene C_p og C_v.
Bruk 1. hovedsetning til å regne ut differansen C_p-C_v for en ideell gass.
Vis at $C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1}R$, hvor $\gamma = C_p/C_v$.

b) Kretsprosessen i en ideell gass turbin består av en adiabatisk kompresjon fra A til B, tilførsel av varme under konstant trykk fra B til C, en adiabatisk ekspansjon fra C til D og avkjøling under konstant trykk fra D til A. Prosessen er reversibel. Anta at arbeidssubstansen er N mol av en ideell gass, og at γ for gassen er kjent.



Anta videre at den maksimale temperaturen under kretsprosessen er bestemt av den maksimale temperatur som materialet i turbinen kan tåle, og at den minste temperaturen T_A er lik 300 K.

Vis at tilført varme pr. omløp for turbinen er:

$$Q_1 = NR \frac{\gamma}{\gamma-1} [T_C - T_A \cdot P^{1-1/\gamma}],$$

hvor $P = p_B/p_A$ er trykkforholdet..

c) Vis at utført arbeid pr. omløp er:

$$W = NR \frac{\gamma}{\gamma-1} [T_A + T_C - T_A \cdot P^{1-1/\gamma} - T_C \cdot P^{-(1-1/\gamma)}].$$

d) Vis at arbeidet W blir størst når trykkforholdet er

$$P = \left(\frac{T_C}{T_A}\right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}}$$

og vis at arbeidet da blir

$$W_{max} = NR \frac{\gamma}{\gamma-1} (\sqrt{T_C} - \sqrt{T_A})^2.$$

(Hint: Innfør $P^{1-1/\gamma}$ som ny variabel før derivasjon.)

e) Vis at når $W = W_{max}$ kan virkningsgraden skrives som

$$e = 1 - \sqrt{T_A/T_C}.$$

Hvor stor blir virkningsgraden dersom den maksimale temperaturen godset i turbinen kan tåle er 1200 K?

Oppgave 3

a) En streng har masse pr. lengdeenhet μ og er strukket med en strekkraft S. Vis at dersom strengen har et lite transversalt utsving y, så vil netto kraft på et element Δx av strengen være:

$$F = S \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x.$$

b) Bruk resultatet fra a) til å utlede bølgeligningen for transversale bølger på strengen:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

Finn bølgehastigheten uttrykt ved S og μ.
Beregn c for S = 2,5 N og μ = 0,1 kg/m.

c) Anta at strengens utsving ved tiden t=0 er y =f(x).
Vis at løsningene $y_1=f(x-ct)$, $y_2=f(x+ct)$ og $y_3=f(x-ct)+f(x+ct)$ oppfyller bølgeligningen. Forklar hva disse løsningene beskriver?

d) La f(x) være gitt som f(x)= A sin(kx). Vis at de tre løsningene nå kan skrives som:

$$y_1 = A\sin(kx-\omega t)$$
$$y_2 = A\sin(kx+\omega t)$$
$$y_3 = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Finn ω uttrykt ved k og c for de tre tilfellene. Hva slags bølger beskrives nå av de tre løsningene?

e) Anta at strengen er fast innspent i punktene x = 0 og x = L.
Hvilken av løsningene i d) må brukes for å beskrive dette tilfellet?
Hvilke frekvenser og bølgelengder er nå mulige?
Hvor mange frekvenser er mulige i området f $\leq$ 50 Hz når L = 1m?
Hva kalles punktene på strengen hvor y=0 for alle t?
Hvor mange slike punkter (i tillegg til endepunktene) har vi dersom f = 25 Hz?