Eksamen i Fag 70525 Fysikk for avd. $IV^{A,B,C}$, 27. august 1988

LØSNINGSFORSLAG

Oppgave 1

a) Brytning inn i fiberen: $n_1\sin\alpha=n_2\sin\beta$

Brytning mellom indre og ytre del: $n_2\sin\gamma=n_3\sin\delta$

Geometri: $\gamma=\pi/2-\beta$, slik at $\sin\gamma=\cos\beta$.

Totalrefleksjon mellom indre og ytre del: $\sin\delta\geq1$.

$\Rightarrow \cos\beta=\sin\gamma=n_3\sin\delta/n_2\geq n_3/n_2$

$\sin\alpha=n_2\sin\beta/n_1=n_2\sqrt{1-\cos^2\beta}\,/n_1\Rightarrow$ Dvs. betingelsen for totalrefleksjon er:

$\underline{\sin\alpha\leq(\sin\alpha)_{max}=\sqrt{n_2^2-n_3^2}\,/n_1}.$

b) Totalrefleksjon for alle verdier av α ($\leq\pi/2$) fås dersom

$(\sin\alpha)_{max}\geq1$. Dvs. for: $\sqrt{n_2^2-n_3^2}\geq n_1=1$, eller for:

$\underline{n_2\geq\sqrt{1+n_3^2}}$. Dette kan bare oppnås for høye n_2.

c) Optiske fibre brukes for optisk kommunikasjon, og for spesielle avbildningsformål. Man bruker en indre og en ytre del med ulik brytningsindeks for at lyset skal reflekteres fram og tilbake i fiberen ved total indre refleksjon. Dermed minimaliseres refleksjonstapene.

Oppgave 2

a) $V_3=RT_3/p_3=\underline{24{,}08\cdot10^{-3}}\,\underline{m^3}$. $T_1=T_2=\underline{373\text{ K}}$

$3\rightarrow1$: Adiabat, dvs. $p\cdot V^{\gamma}$=konst eller $T\cdot V^{\gamma-1}$=konst. $\Rightarrow$

$T_1\cdot V_1^{\gamma-1}=T_3\cdot V_3^{\gamma-1}\Rightarrow V_1=V_3(T_3/T_1)^{\frac{1}{\gamma-1}}=\underline{13{,}17\cdot10^{-3}}\,\underline{m^3}$

$p_1=RT_1/V_1=\underline{2{,}35\cdot10^5\text{ Pa}}$

$1\rightarrow2$: Isoterm: $p\cdot V=RT_2$. $V_2=V_3$ siden $2\rightarrow3$ er isochor.

$p_2=RT_2/V_2=\underline{1{,}29\cdot10^5\text{ Pa}}$.

De øvrige størrelsene er oppgitt.

b) $1 \to 2$: Isoterm: $Q_{12}=W_{12}= RT_1 \ln(V_2/V_1) = \underline{1868,2\ J}$

$3 \to 1$: Adiabat: $W_{31}=(p_1V_1-p_3V_3)/(1-\gamma)=-R(T_1-T_3)/(\gamma-1)=\underline{-1660,0\ J}$

$2 \to 3$: Isochor: V=konst: $W_{23}=0$.

$W=W_{12}+W_{23}+W_{32}= \underline{208,2\ J}$.

Virkningsgrad: $e= W/Q_{12}= \underline{0,111}$.

c) $\Delta S_{omløp}=\Delta S_{12}+\Delta S_{23}+\Delta S_{31}=0$ siden prosessen er reversibel

$\Delta S_{31}=0$ siden $3 \to 1$ er adiabat.=>

$$\Delta S_{23}=-\Delta S_{12}= -\int_{\substack{1\\ \text{isoterm}}}^{2} \frac{dQ}{T} = -Q_{12}/T_1= \underline{-\ 5,01\ J/K}.$$

d) Omgivelsene mottar varmemengde $|Q_{23}|$ ved konst. temperatur T_0.

Omgivelsenes entropiendringen blir:

$\Delta S_0 = |Q_{23}|/T_0 = |Q_{12}-W|/T_0 = \underline{5,72\ J/K}$.

Dette er også total entropiendring pr. omløp. (Systemets entropiendring pr. omløp er null, jfr. c)).

Oppgave 3

a) Heisenbergs usikkerhetsrelasjon: $\Delta x \cdot \Delta p \geq h/(4\pi) \approx h$. Produketet av posisjonsusikkerhet og impulsusikkerhet er av orden h eller større.

I boks med volum $V=L^3$: $\Delta x=\Delta y=\Delta z\approx L$. Dvs. $\Delta p_x \approx \Delta p_y \approx \Delta p_z \geq h/(4\pi L)$.

Partikkelenergi: $E = \frac{1}{2m}(p_x^2+p_y^2+p_z^2)$. Partikkelen er inni boksen og i middel må derfor p_x, p_y, og p_z være null (ellers ville partikkelen ha netto hastighet). Derfor må vi ha $p_x^2= \Delta p_x^2$, $p_y^2=\Delta p_y^2$ og $p_z^2=\Delta p_z^2$, slik at $p_x^2+p_y^2+p_z^2 \geq 3h^2/(4\pi L)^2$. Laveste energi partikkelen kan ha blir derfor: $E \geq E_{min} = \frac{3h^2}{32m(\pi L)^2}$.

b) Innsatt for $p = \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ (oppgitt), fås direkte at

$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ (som oppgitt). QED!

Part. i ro (v=0, dvs. p=0): $\underline{E = mc^2}$

Foton (m=0): $\underline{E = pc}$

c) Som utledning i boka.

Energibevarelse (energi før støt = energi etter støt):

$$pc+m_ec^2 = p'c+\sqrt{m_e^2c^4+P^2c^2}$$

=>

$$m_e^2c^4+P^2c^2 = [(p-p')c+m_ec^2]^2 \Rightarrow$$
$$m_e^2c^4+P^2c^2 = (p-p')^2c^2+m_e^2c^4+2m_ec^3(p-p') \Rightarrow$$

$$P^2c^2 = (p-p')^2c^2+2m_ec^3(p-p'). \qquad (1)$$

Impulsbevarelse (impuls før støt = impuls etter støt):

$$\vec{p} = \vec{p}'+\vec{P} \Rightarrow \vec{P} = \vec{p}-\vec{p}' \Rightarrow$$

$$P^2 = (\vec{p}-\vec{p}')^2 = p^2+p'^2-2pp'\cos\phi \qquad (2)$$

(ϕ = vinkel $\vec{p},\vec{p}'$). (2) inn i (1) gir:

$$p^2c^2+p'^2c^2-2pp'c^2\cos\phi = p^2c^2+p'^2c^2-2pp'c^2+2m_ec^3(p-p') \Rightarrow$$
$$m_ec(p-p') = pp'(1-\cos\phi) \Rightarrow$$
$$1/p' - 1/p = \frac{1}{m_ec}(1-\cos\phi)$$

Innsatt for $p=h/\lambda$ og $p'=h/\lambda'$ fås:

$$\underline{\lambda'-\lambda = \frac{h}{m_ec}(1-\cos\phi).}\ \text{QED!}$$

d) Effekten kalles <u>Compton effekten</u>. Illustrerer at fotoner har partikkelnatur og at de utveksler energi og impuls ved støt på tilsvarende måte som andre partikler.

Ser av uttrykket at $(\lambda'-\lambda)_{max} = \frac{2h}{m_ec} = 4{,}86\cdot 10^{-12}\,m = \underline{0{,}00486\ nm}$

opptrer for $\underline{\phi = \pi\ (180^\circ)}$.

Dvs. λ = 0,1 mn og λ'= 0,10486 nm.

Kinetisk elektronenergi etter støtet (elektronet mottar den energien fotonet mister): $hc(1/\lambda-1/\lambda') = \underline{9{,}218\cdot 10^{-17}\,J}$

Elektronimpuls etter støtet $P = p+p' = h(1/\lambda+1/\lambda') \approx 2h/\lambda =$ $\underline{1{,}3\cdot 10^{-23}\,Ns}$ ($P=p+p'$ siden $\phi=\pi$).